PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

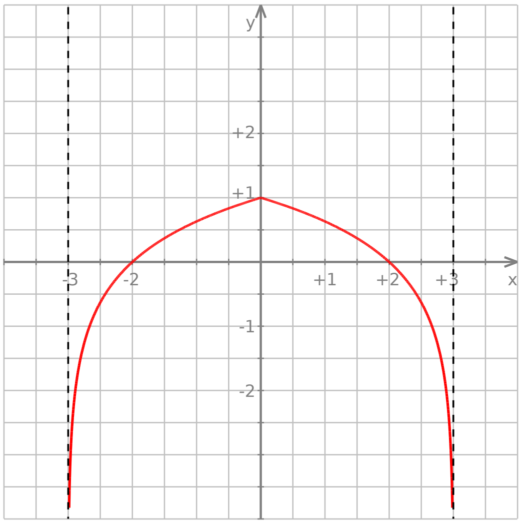
POZIOM ROZSZERZONY

26 KWIETNIA 2014

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \log_3(p - |x|)$.



a) Podaj wartość p.

b) Naszkicuj wykres funkcji $y = |f(x)|$.

c) Podaj w zależności od parametru m liczbę rozwiązań równania $|\log_3(p - |x|)| = m$.

ZADANIE 2 (4 PKT)

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \frac{7}{\sqrt{3x^2-12x+13}}$ na przedziale $\langle 0,6\rangle$.

ZADANIE 3 (4 PKT)

Dla jakich wartości $k \in \mathbb{R}$ równanie $(k-2)x^2 - 2(k+2)x + k + 5 = 0$ ma dwa różne pierwiastki dodatnie?

ZADANIE 4 (4 PKT)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami trójkąta, to

$$\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}.$$

ZADANIE 5 (5 PKT)

Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 24\sqrt{5}$. Na przekątnej BD leży punkt E taki, że $|DE| : |EB| = 3 : 2$ oraz $|AE| = 2\sqrt{269}$. Oblicz pole prostokąta $ABCD$.

ZADANIE 6 (4 PKT)

Równanie $x^3 + mx^2 + nx + 64 = 0$ ma trzy pierwiastki będące kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie -2. Wyznacz m i n.

ZADANIE 7 (4 PKT)

Wykaż, że styczne do okręgu $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 15 = 0$ poprowadzone przez punkt $A = (3, 1)$ są prostopadłe.

ZADANIE 8 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\sin^2 2x + \sin^2 x = 1$ w zbiorze $\langle 0, 2\pi\rangle$.

ZADANIE 9 (4 PKT)

Odcinek AS jest środkową trójkąta ABC. Udowodnij, że $|AB| + |AC| > 2|AS|$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Korzystając z tego, że $\log_5 6 \cdot \log_5 4 < 1$ wykaż, że

$$\log_5 6 + \log_6 5 < \log_5 4 + \log_4 5.$$

ZADANIE 11 (5 PKT)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$. Pole trójkąta ASC jest równe 120, a stosunek długości podstawy tego trójkąta do długości ramienia jest równy $|AC| : |AS| = 10 : 13$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Grupę 12 uczniów, wśród których jest 6 dziewczynek i 6 chłopców podzielono na 3 równoliczne grupy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w każdej z utworzonych grup będzie tyle samo dziewcząt.