PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

1 KWIETNIA 2017

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Suma sześciu kolejnych potęg naturalnych liczby 2 jest równa 2016. Najmniejszą z tych liczb jest

A) 5 B) 8 C) 16 D) 32

Zadanie 2 (1 pkt)

Cenę pewnego towaru obniżono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru obniżono o 30%. Takie dwie obniżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną obniżką

A) o 50% B) o 56% C) o 44% D) o 66%

Zadanie 3 (1 pkt)

Liczba $\left(\frac{27^{-4}\cdot 8^{-2}}{4^{-2}\cdot 9^{-5}}\right)^{-3}$ jest równa

A) $\frac{1}{3^6\cdot 2^{12}}$ B) 12^6 C) 6^{12} D) 6^6

Zadanie 4 (1 pkt)

Równość $(a\sqrt{2}-2\sqrt{b})^2 = 12-8\sqrt{2}$ jest prawdziwa dla

A) $a=1$ i $b=2$ B) $a=1$ i $b=3$ C) $a=3$ i $b=2$ D) $a=2$ i $b=1$

Zadanie 5 (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji kwadratowej $f(x) = -\frac{1}{3}x^2-2x+c$ jest przedział $(-\infty, 7\rangle$. Zatem współczynnik c jest równy

A) -3 B) 4 C) 7 D) 10

Zadanie 6 (1 pkt)

Różnica $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}-\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{24}$ jest równa

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$

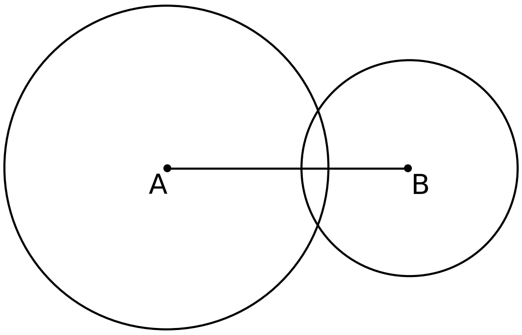
Zadanie 7 (1 pkt)

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = 6-\frac{3}{4}x$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A) 8 B) 6 C) -6 D) -8

ZADANIE 8 (1 PKT)

Końce odcinka AB o długości 9 są środkami okręgów o promieniach 6 i 4 (zobacz rysunek).

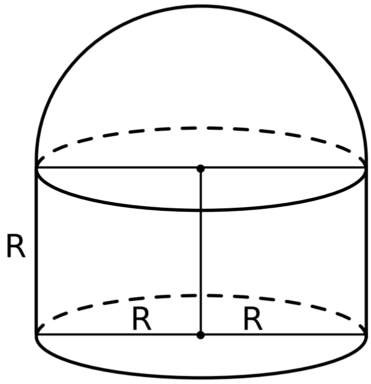


Punkt C leży na odcinku AB i jest środkiem takiego okręgu, o promieniu większym od 6, że dwa dane okręgi są do niego wewnętrznie styczne. Promień okręgu o środku C ma długość

A) 6,5 B) 7,5 C) 8,5 D) 9,5

ZADANIE 9 (1 PKT)

Przedstawiona na rysunku bryła składa się z walca i półkuli. Wysokość walca jest taka, jak promień jego podstawy i jest równa R.



Objętość tej bryły jest równa

A) πR^3 B) $\frac{5}{3}\pi R^3$ C) $\frac{2}{3}\pi R^3$ D) $2\pi R^3$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{-3}{6-x-x^2}$. Wskaż maksymalny zbiór, na którym funkcja f przyjmuje wartości ujemne.

A) $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ B) $(-2, 3)$ C) $(-3, 2)$ D) $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

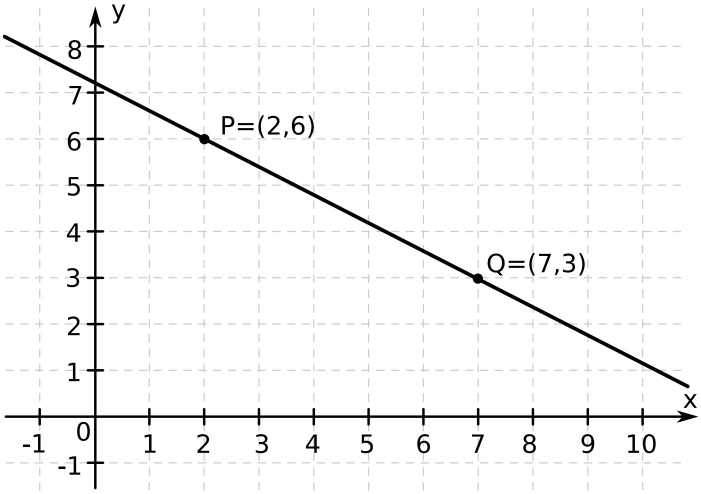
ZADANIE 11 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1 = 72$ i $a_4 = \frac{1}{3}$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A) $q = \frac{1}{2}$ B) $q = \frac{1}{6}$ C) $q = \frac{2}{3}$ D) $q = \frac{1}{3}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment prostej o równaniu $y = ax + b$.

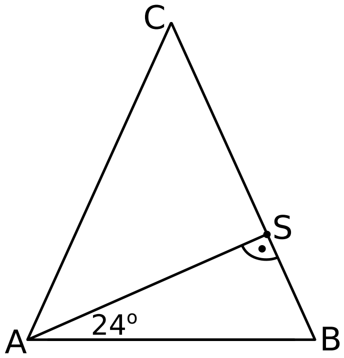


Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy

A) $a = -\frac{3}{2}$ B) $a = -\frac{2}{3}$ C) $a = -\frac{2}{5}$ D) $a = -\frac{3}{5}$

ZADANIE 13 (1 PKT)

W trójkącie równoramiennym ABC poprowadzono wysokość AS, która utworzyła z podstawą kąt o mierze 24° (zobacz rysunek). Ramię tego trójkąta ma długość 10. Długość wysokości AS jest liczbą z przedziału



A) $\left\langle \frac{7}{2}, \frac{9}{2} \right\rangle$ B) $\left\langle \frac{11}{2}, \frac{13}{2} \right\rangle$ C) $\left(\frac{13}{2}, \frac{15}{2} \right\rangle$ D) $\left(\frac{15}{2}, \frac{17}{2} \right\rangle$

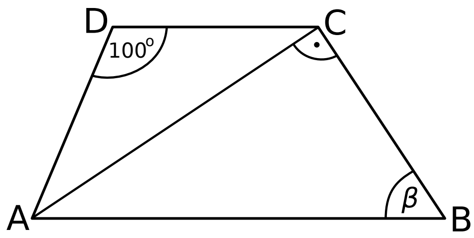
ZADANIE 14 (1 PKT)

Piętnasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 6, a różnica tego ciągu jest równa $\left(-\frac{5}{2}\right)$. Szósty wyraz tego ciągu jest równy

A) 16 B) $\frac{57}{2}$ C) 21 D) $\frac{47}{2}$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC, $|AD| = |DC|$ oraz $|\measuredangle ADC| = 100^\circ$ (zobacz rysunek).



Stąd wynika, że

A) $\beta = 40^\circ$ B) $\beta = 50^\circ$ C) $\beta = 60^\circ$ D) $\beta = 80^\circ$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 0?

A) 162 B) 90 C) 171 D) 172

ZADANIE 17 (1 PKT)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$. Wtedy

A) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ C) $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ D) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Układ równań $\begin{cases} y = -2ax - b \\ y = \frac{8}{b}x + a \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań dla

A) $a = -1$ i $b = 4$ B) $a = 1$ i $b = -4$ C) $a = -2$ i $b = -2$ D) $a = -2$ i $b = 2$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Jeżeli do zestawu czterech danych: $3, 6, 9, x$ dołączymy liczbę 3, to średnia arytmetyczna wzrośnie o 2. Zatem

A) $x = -6$ B) $x = -46$ C) $x = 15$ D) $x = 31$

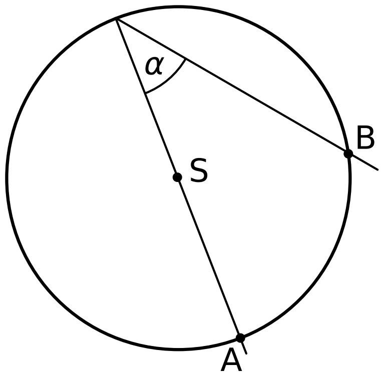
ZADANIE 20 (1 PKT)

W układzie współrzędnych dane są punkty $A = (a, 6)$ oraz $B = (-8, b)$. Punkt $C = (1, 2)$ jest takim punktem odcinka AB, że $|AC| = \frac{1}{4}|AB|$. Wynika stąd, że

A) $a = 10$ i $b = -2$ B) $a = 4$ i $b = -10$ C) $a = 2$ i $b = -4$ D) $a = -6$ i $b = 3$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Dany jest okrąg o środku S i promieniu r, długość łuku $AB = \frac{1}{5} \cdot 2\pi \cdot r$ (patrz rysunek).

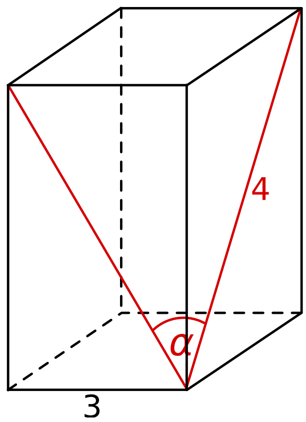


Miara kąta α jest równa

A) 36° B) 30° C) 45° D) 72°

ZADANIE 22 (1 PKT)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 3, a przekątna ściany bocznej ma długość 4 (zobacz rysunek). Kąt, jaki tworzą przekątne ścian bocznych tego graniastosłupa wychodzące z jednego wierzchołka, ma miarę α.



Wtedy wartość $\sin\frac{\alpha}{2}$ jest równa

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

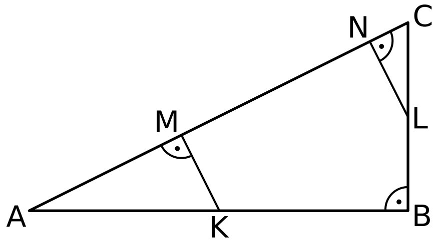
ZADANIE 23 (1 PKT)

Proste prostopadłe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$ przecinają się w punkcie o drugiej współrzędnej ujemnej. Zatem

A) obie liczby b i n mogą być ujemne
B) obie liczby b i n mogą być dodatnie
C) obie liczby b i n muszą być ujemne
D) obie liczby b i n muszą być dodatnie

ZADANIE 24 (1 PKT)

Punkty K i L są środkami przyprostokątnych AB i BC trójkąta prostokątnego ABC. Punkty M i N leżą na przeciwprostokątnej AC tak, że odcinki KM i LN są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta CNL jest równe 2, a pole trójkąta AMK jest równe 5.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe

A) 32 B) 16 C) 28 D) 18

ZADANIE 25 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna sześciu liczb naturalnych: 21, 14, 19, 15, 24, x, jest równa $\frac{x}{3}$. Mediana tych liczb jest równa

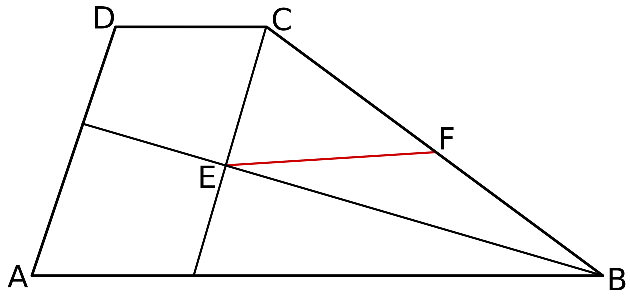
A) 17 B) 20 C) 19 D) 21

ZADANIE 26 (2 PKT)

Dane są proste o równaniach $y = -x + 2b - 4$ oraz $y = \frac{1}{4}x - b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi Ox układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi Oy.

ZADANIE 27 (2 PKT)

Punkt E jest punktem wspólnym dwusiecznych kątów ABC i BCD trapezu $ABCD$ o podstawach AB i CD. Punkt F jest środkiem odcinka BC (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|BC| = 2|EF|$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $5x^2 + 10x \leqslant (x+2)(x-12)$.

ZADANIE 29 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek $a + b + c = 0$, to

$$a^2 + 3c^2 + bc + 4ac = 2b^2 + ab.$$

ZADANIE 30 (4 PKT)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy trzy razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest podzielny przez 4.

ZADANIE 31 (5 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 3135$ oraz $a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 3135$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n).

ZADANIE 32 (4 PKT)

Jeden z kątów trójkąta jest cztery razy mniejszy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 9°. Oblicz kąty tego trójkąta.

ZADANIE 33 (4 PKT)

Dany jest stożek o polu powierzchni bocznej równym $\frac{3\sqrt{61}}{2}\pi$, w którym tangens kąta nachylenia tworzącej do podstawy jest równy $\frac{5}{6}$. Oblicz objętość tego stożka.