Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

6 kwietnia 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\left(3^{-3,6} : 3^{-\frac{3}{5}}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa

A) 0,9 B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{9}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\log_{16} 8 + \log_{16} 32$ jest równa

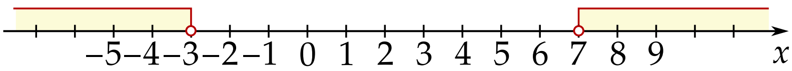
A) 256 B) 64 C) 4 D) 2

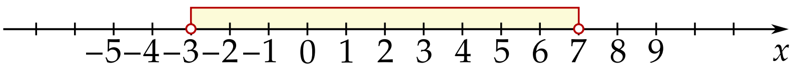
Zadanie 3 (1 pkt)

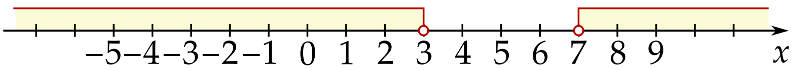
Dana jest nierówność

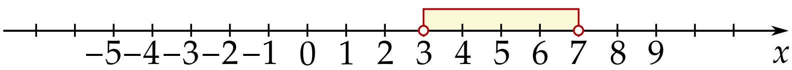
$$|x-5| > 2.$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność?

A) 

B) 

C) 

D) 

ZADANIE 4 (1 PKT)

Klient wpłacił do banku 40 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A) 4944 zł B) 4800 zł C) 5088 zł D) 4400 zł

ZADANIE 5 (2 PKT)

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b, gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 40. Jeden z boków prostokąta jest o 4 krótszy od drugiego. Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układzie równań

A) $\begin{cases} 2ab = 40 \\ a - b = 4 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 2(a+b) = 40 \\ b = a - 4 \end{cases}$ C) $\begin{cases} 2a + b = 40 \\ a = 4b \end{cases}$

D) $\begin{cases} 2a + 2b = 40 \\ b = 4a \end{cases}$ E) $\begin{cases} a + b = 40 \\ a = b + 4 \end{cases}$ F) $\begin{cases} 2a + 2b = 40 \\ a - b = 4 \end{cases}$

Informacja do zadań 6.1 i 6.2

Masa m leku L zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,8)^{0,2t},$$

gdzie:

- m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,
- t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

ZADANIE 6.1 (1 PKT)

Chory przyjął jednorazowo lek L w dawce 300 mg. Oblicz, ile mg leku L pozostanie w organizmie chorego po 15 godzinach od momentu przyjęcia dawki.

ZADANIE 6.2 (1 PKT)

Liczby $m(3,5)$, $m(5,5)$, $m(p)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Liczba p jest równa

A) 8,5 B) 9 C) 6 D) 7,5

ZADANIE 7 (1 PKT)

Jednym z rozwiązań równania $\frac{1}{3}(x^4-4)(x^2-9)(2x+1)=0$ jest liczba

A) $\frac{1}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) -1 D) $-\sqrt{2}$

ZADANIE 8 (2 PKT)

Liczba n jest liczbą całkowitą parzystą, która nie dzieli się przez 4. Wykaż, że liczba $3n^2 - 5n + 7$ nie jest podzielna przez 4.

Zadanie 9 (1 pkt)

Podstawa CD trapezu $ABCD$ zawiera się w prostej o równaniu $y = (3m-1)x-4$. Wierzchołki A i B tego trapezu mają odpowiednio współrzędne $A = (9,-7)$ i $B = (11,3)$. Liczba m jest zatem równa

A) $-\frac{2}{3}$ B) 2 C) -3 D) $\frac{1}{3}$

Zadanie 10 (1 pkt)

Liczba $(\sqrt{3}+1)^4 - (\sqrt{3}-1)^4$ jest równa

A) $\sqrt{3}$ B) $32\sqrt{3}$ C) $64\sqrt{3}$ D) 2

Zadanie 11 (3 pkt)

Rozwiąż równanie

$$3x^3 + 2x^2 = 15x + 10.$$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. W tym ciągu $a_{2024} = 978$ oraz $a_{2026} = 1013$. Wyraz a_{2030} tego ciągu jest równy

A) 1100,5 B) 1083 C) 1048 D) 1118

ZADANIE 13 (1 PKT)

Prosta k przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ i $B = (4, 3)$, a prosta l opisana jest równaniem $5 + 2x = 0$. Tangens kąta ostrego pod jakim przecinają się proste k i l jest równy

A) $\frac{7}{4}$ B) $\left(-\frac{1}{4}\right)$ C) $\frac{1}{2}$ D) (-2)

ZADANIE 14 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem

$$a_n = 2^{n-12} \cdot 3^{n-14} \cdot (2n - 23),$$

dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Który wyraz ciągu (a_n) jest równy 466 560?

A) a_7 B) a_{17} C) a_{19} D) a_{23}

ZADANIE 15 (1 PKT)

Kąt α jest ostry oraz $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Tangens kąta α jest równy

A) $\frac{\sqrt{5}}{7}$ B) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ C) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ D) $\frac{2\sqrt{6}}{7}$

ZADANIE 16 (3 PKT)

Podstawą trójkąta równoramiennego ABC jest odcinek o końcach w punktach $A = (-2, -4)$ oraz $B = (-4, 2)$. Jedno z jego ramion zawiera się w prostej o równaniu $y = x - 2$. Oblicz współrzędne punktu C.

ZADANIE 17 (1 PKT)

W trójkącie równoramiennym ABC długość podstawy AB jest równa 4, a długość ramienia BC jest równa 6. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w punkcie D.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABD jest prostokątny.	**P**	**F**
Odcinek CD jest krótszy od odcinka AB.	**P**	**F**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 96, natomiast iloraz ciągu jest równy $\left(-\frac{1}{2}\right)$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wyraz a_{2024} jest liczbą ujemną.	**P**	**F**
Różnica $a_3 - a_2$ jest równa 96.	**P**	**F**

ZADANIE 19 (1 PKT)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos^4\alpha + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$ jest równe

A) $\cos^2\alpha \cdot (\cos\alpha + \sin\alpha) \cdot (\cos\alpha - \sin\alpha)$ B) $\cos^6\alpha \cdot \sin^2\alpha$

C) $\cos^4\alpha + 1$ D) $\cos^2\alpha$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Punkty $D = (5, -4)$ i $E = (-3, 4)$ są wierzchołkami sześciokąta foremnego $ABCDEF$. Pole tego sześciokąta jest równe

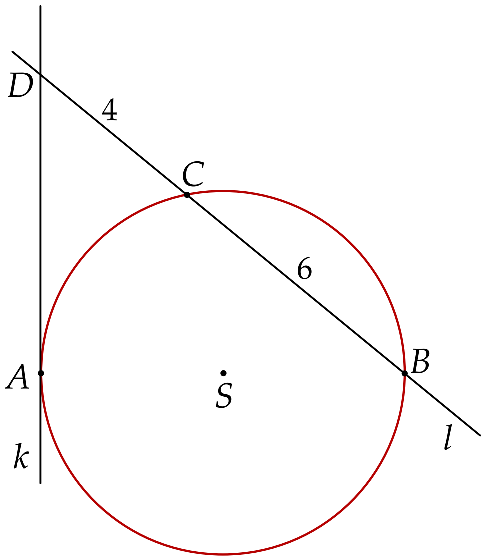
A) $24\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{6}$ C) $32\sqrt{3}$ D) $192\sqrt{3}$

Zadanie 21 (2 pkt)

Przekątne trapezu $ABCD$ są prostopadłe i przecinają się w punkcie S. Podstawa AB tego trapezu ma długość 15, a odcinki SC i SD mają odpowiednio długości 6 i 8. Oblicz pole trójkąta ABS.

ZADANIE 22 (1 PKT)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A. Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C. Proste k i l przecinają się w punkcie D, przy czym $|BC| = 6$ i $|CD| = 4$ (zobacz rysunek).

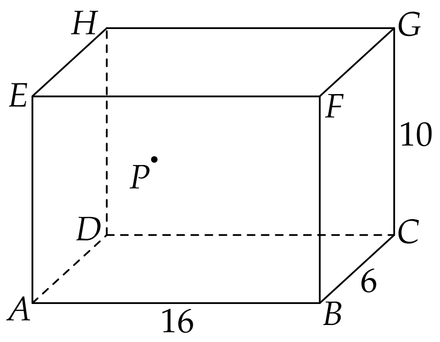


Odległość punktu A od prostej l jest równa

A) 8 B) 5 C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{3}+4$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$ o krawędziach długości $|AB| = 16$, $|BC| = 6$ i $|CG| = 10$. Wewnątrz tego prostopadłościanu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).



Suma odległości punktu P od wszystkich ścian prostopadłościanu $ABCDEFGH$ jest równa

A) 45 B) 20 C) 25 D) 32

ZADANIE 24 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) dane są punkty $A = (-2,4)$ oraz $P = (1,3)$. Punkt P dzieli odcinek AB tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$. Punkt B ma współrzędne

A) $(4,2)$ B) $(9,-17)$ C) $(10,0)$ D) $(5,-5)$

ZADANIE 25 (1 PKT)

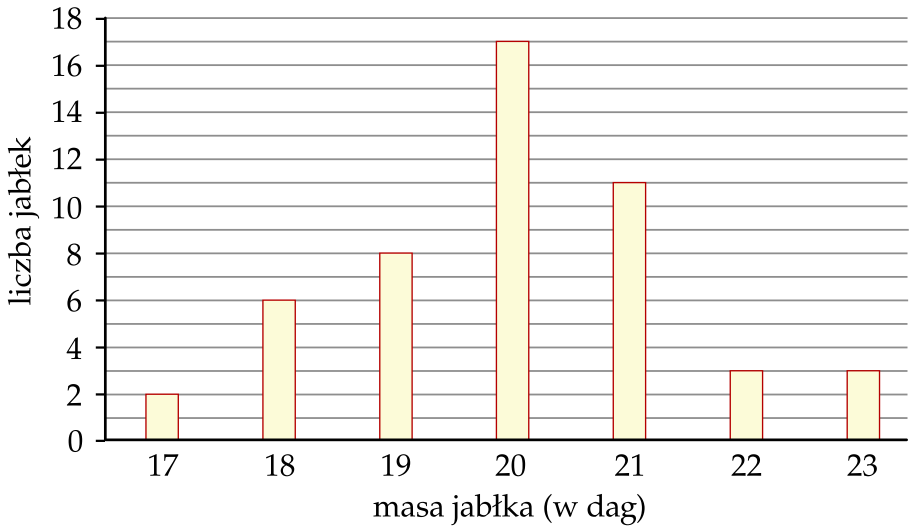
W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{7}{12}$. Podstawą tego ostrosłupa jest

A) kwadrat. B) pięciokąt foremny.

C) sześciokąt foremny. D) siedmiokąt foremny.

Informacja do zadań 26.1 i 26.2

W hurtowni owoców wyselekcjonowane jabłko spełnia normę jakości, gdy jego masa (po zaokrągleniu do pełnych dekagramów) mieści się w przedziale [19 dag, 21 dag]. Pobrano próbę kontrolną liczącą 50 jabłek i następnie zważono każde z nich. Na poniższym wykresie słupkowym przedstawiono rozkład masy jabłek w badanej próbie. Na osi poziomej podano – wyrażoną w dekagramach – masę jabłka (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów), a na osi pionowej przedstawiono liczbę jabłek o określonej masie.



ZADANIE 26.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Dominanta masy tych jabłek z danej próby, które nie spełniają normy jakości, jest większa od 20 dag.	**P**	**F**
Mediana masy 50 zważonych jabłek jest równa 20 dag.	**P**	**F**

ZADANIE 26.2 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Średnia masy 50 zważonych jabłek z pobranej próby kontrolnej jest

A) mniejsza niż 21 dag,	**B)** większa niż 21 dag,

ponieważ

1)	większość jabłek waży 20 dag.
2)	suma iloczynów masy i liczby jabłek o takiej masie jest mniejsza niż 1050 dag.
3)	większość jabłek waży co najmniej 20 dag.

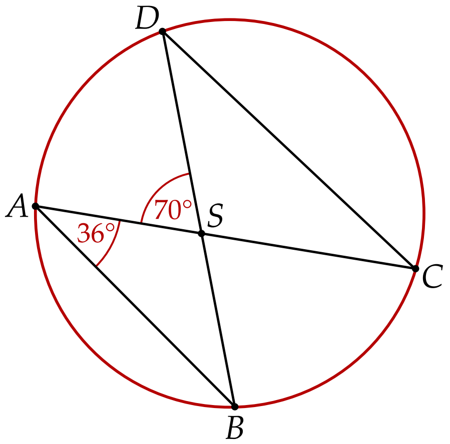
ZADANIE 27 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 4 jest

A) 9 B) 8 C) 10 D) 11

ZADANIE 28 (1 PKT)

Cięciwy AC i BD okręgu przecinają się w punkcie S w ten sposób, że $|\measuredangle BAC| = 36^\circ$ i $|\measuredangle ASD| = 70^\circ$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Proste AB i CD są równoległe.	**P**	**F**
Trójkąty ABS i DCS są podobne.	**P**	**F**

Informacja do zadań 29.1 i 29.2

Właściciel pewnej pączkarni przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 40 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n–tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -0,5n^2 + 26,5n + 217$$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geqslant 1$ i $n \leqslant 40$.

ZADANIE 29.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

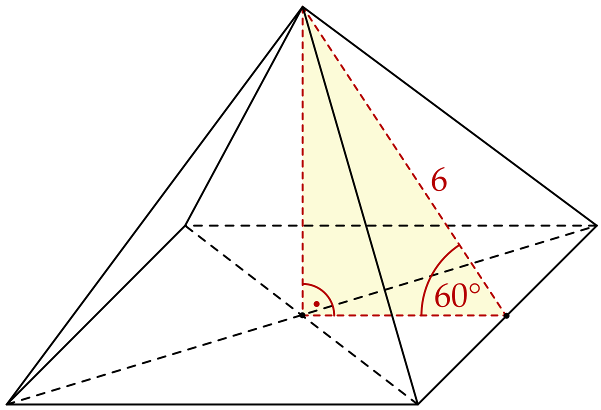
W jednym z dni poddanych analizie, liczba klientów obsłużonych w pączkarni była równa 448.	**P**	**F**
W 19 dniu analizowanego okresu obsłużono tyle samo klientów, ile obsłużono w dniu 34.	**P**	**F**

Zadanie 29.2 (2 pkt)

Oblicz jaka była największa liczba klientów pączkarni obsłużonych jednego dnia w okresie poddanym analizie.

Zadanie 30 (4 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

ZADANIE 31 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x-17)^2 - k$ dla pewnej liczby rzeczywistej k. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-5). **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba 37.	**P**	**F**
Największa wartość funkcji f jest równa 484.	**P**	**F**

ZADANIE 32 (1 PKT)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba -3. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(9,8)$. Wzór funkcji f ma postać

A) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
B) $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$
C) $f(x) = -x + 17$
D) $f(x) = 3x + 9$