CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD **PESEL**

Miejsce na naklejkę z kodem

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

2 CZERWCA 2015

Godzina rozpoczęcia: 14:00

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj <u>tylko długopisu lub pióra</u> z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_**1**P-153

Zadanie 1. *(6 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+2(m-1)x+m^2+m-1=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1+x_2)(x_1^2+x_2^2)<x_1^3+x_2^3$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 2. *(4 pkt)*

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x-2}{x}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x takich, że $x \neq 0$. Rozwiąż nierówność $\left|\left|f\left(\frac{1}{x+1}\right)\right|-3\right| \leq 4$.

Odpowiedź: ....

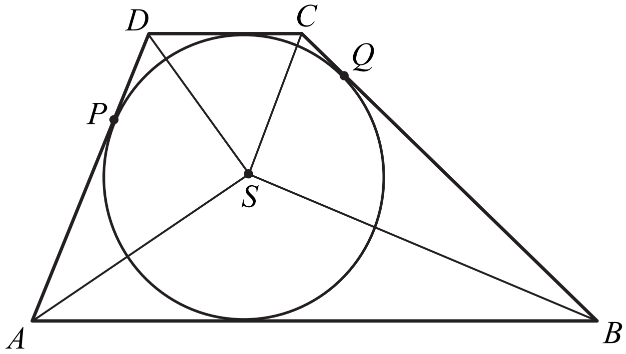
Zadanie 3. *(4 pkt)*

Rozwiąż równanie $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 4. *(3 pkt)*

W trapez $ABCD$ wpisano okrąg o środku S. Okrąg ten jest styczny do ramion AD i BC tego trapezu w punktach odpowiednio P i Q (zobacz rysunek).



Uzasadnij, że trójkąt ASD jest prostokątny. Wykaż, że $|AP| \cdot |DP| = |BQ| \cdot |CQ|$.

Zadanie 5. *(3 pkt)*

Wykaż, że dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby a i dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby b spełniona jest równość

$$\frac{1}{\log_a b}+\frac{1}{\log_{a^2} b}+\frac{1}{\log_{a^3} b}+\ldots+\frac{1}{\log_{a^9} b}+\frac{1}{\log_{a^{10}} b}=\frac{55}{\log_a b}.$$

Zadanie 6. *(5 pkt)*

Prosta *l*, na której leży punkt $A=(2,5)$, przecina parabolę o równaniu $y=x^2$ w dwóch różnych punktach $B=(x_1,y_1)$ i $C=(x_2,y_2)$. Oblicz wartość współczynnika kierunkowego prostej *l*, przy której suma y_1+y_2 osiągnie wartość najmniejszą.

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. *(6 pkt)*

Trzy liczby, których suma jest równa 105, są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Pierwsza z tych liczb jest jednocześnie pierwszym, druga szóstym, a trzecia dwudziestym szóstym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz te liczby.

Odpowiedź: ....

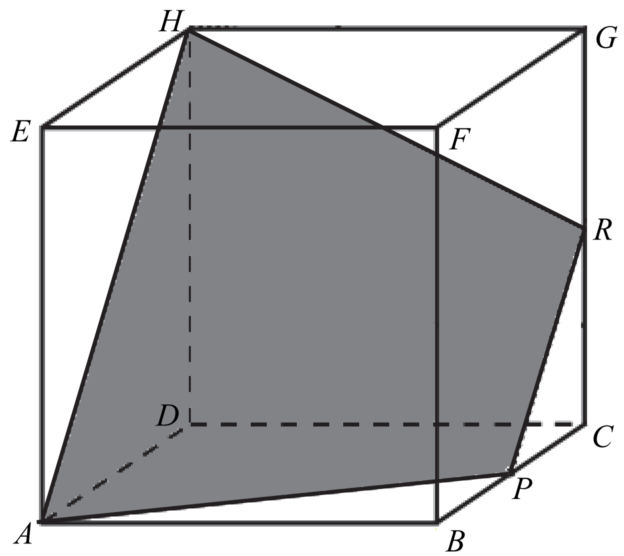
Zadanie 8. *(6 pkt)*

Punkt $M=(5,6)$ jest środkiem ramienia BC trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Podstawa AB tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y=\frac{1}{3}x+1$ oraz $A=(-3,0)$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 9. *(5 pkt)*

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 2. Punkt P jest środkiem krawędzi BC. Płaszczyzna AHP przecina krawędź CG w punkcie R (zobacz rysunek). Oblicz pole przekroju tego sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez punkty A, H, R i P.



Odpowiedź: ....

Zadanie 10. *(4 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których liczba 1 jest jedynym całkowitym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = mx^3 + x^2 + (m^2 - 9)x + m$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. *(4 pkt)*

Każda z urn oznaczonych liczbami 1, 2, 3 zawiera po 3 kule czarne i 4 białe, a każda urna oznaczona liczbami 4, 5, 6 zawiera po 3 czarne i 2 białe kule. Rzucamy sześcienną kostką do gry, a następnie z urny o numerze równym liczbie wyrzuconych oczek losujemy bez zwracania 2 kule. Co jest bardziej prawdopodobne: wylosowanie dwóch kul czarnych, czy dwóch kul białych?

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*