

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla piszącego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 15 ponumerowanych stron.
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

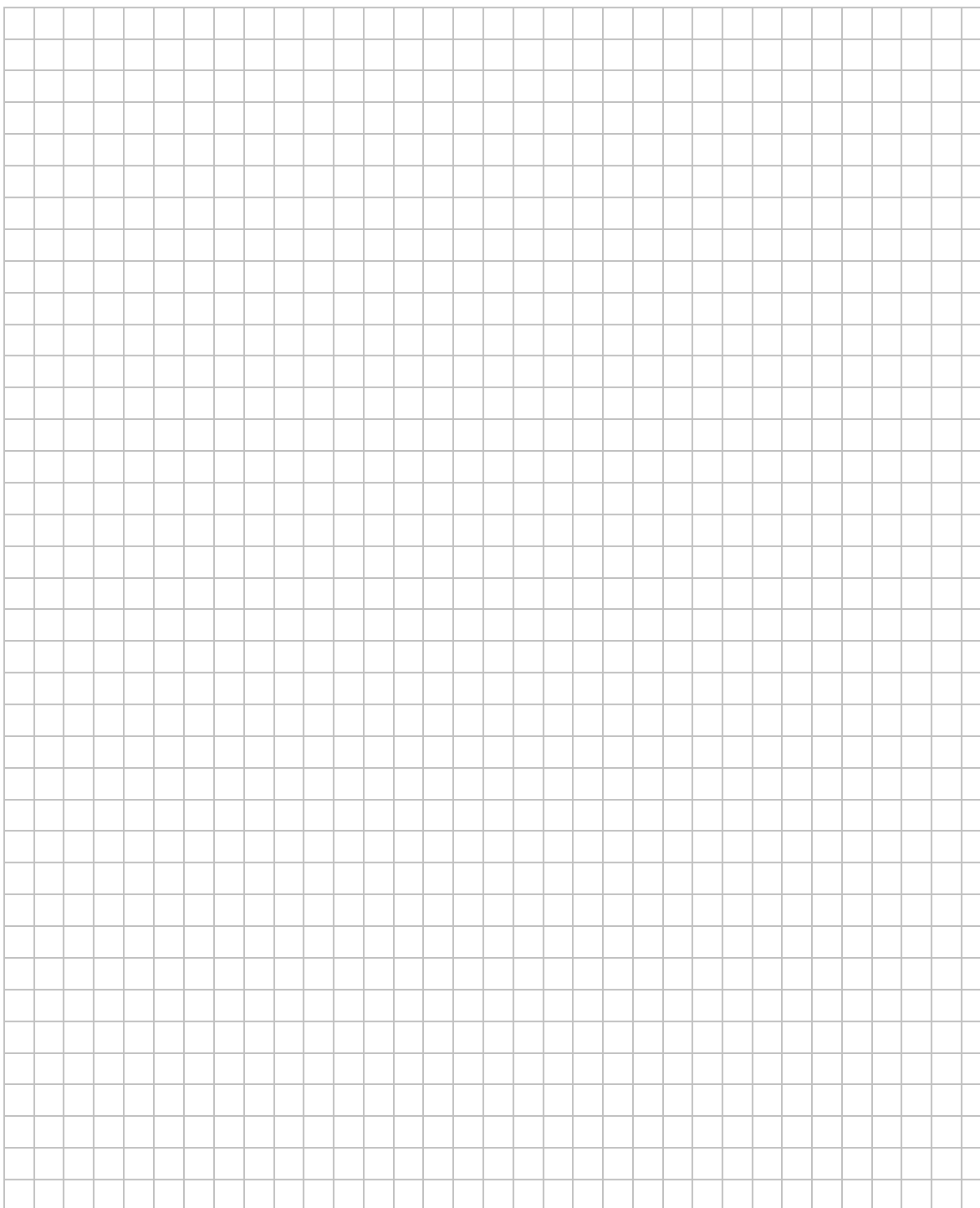
Życzymy powodzenia!

styczeń 2011

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

zadanie 1. (4 pkt)

Wyznacz dziedzinę funkcji określonej wzorem $f(x) = \sqrt{|x+3| - |x-5|}$.



Odpowiedź:.....

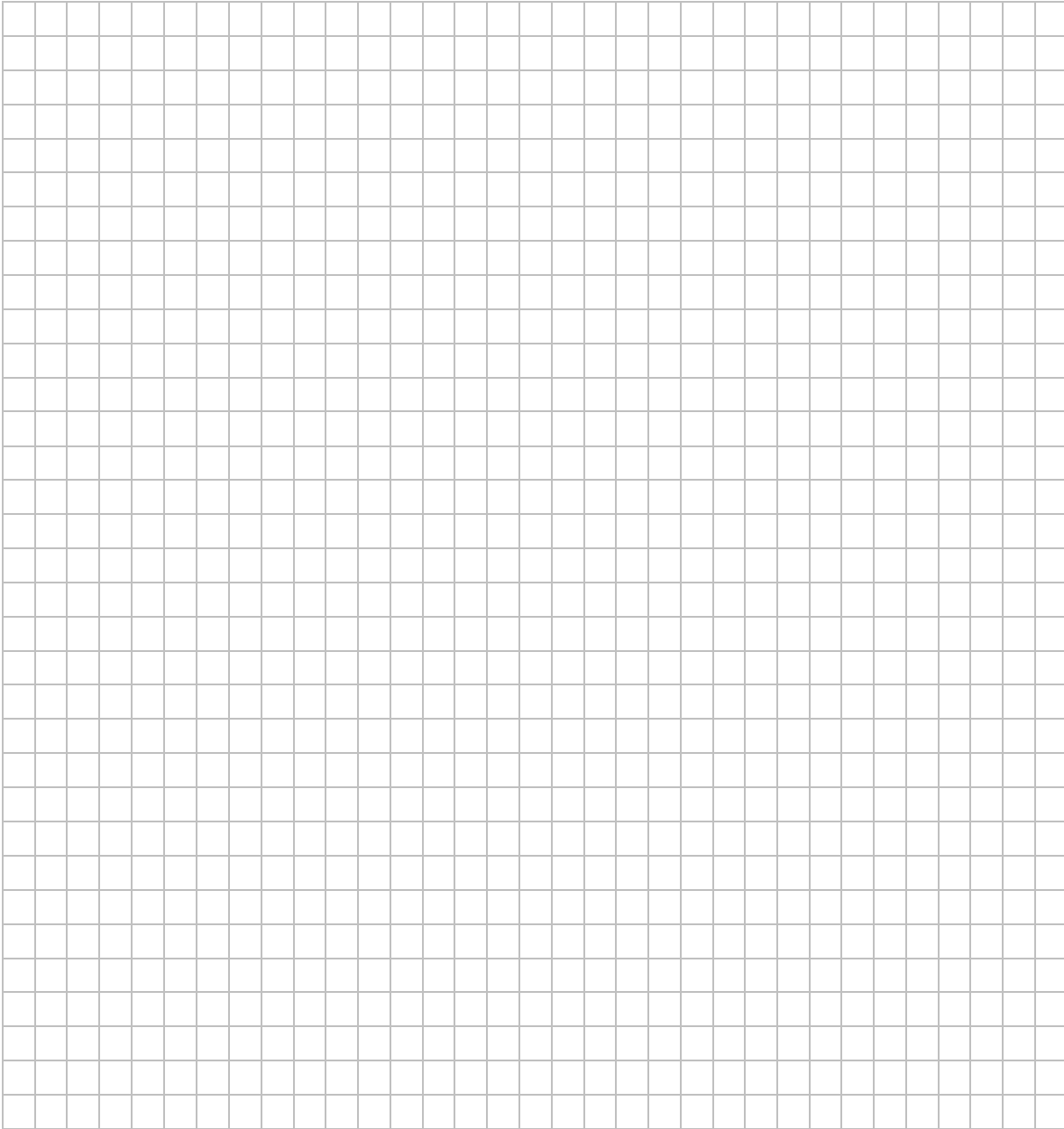
zadanie 2. (4 pkt)

Nieskończony ciąg liczbowy określony jest wzorem:

$$\begin{cases} 2n & \text{dla } n \text{ parzystych} \\ -2n + 4 & \text{dla } n \text{ nieparzystych} \end{cases}$$

Wyznacz sumę dwudziestu początkowych wyrazów ciągu.

Zbadaj, czy istnieje wyraz ciągu równy 5. Odpowiedź uzasadnij.

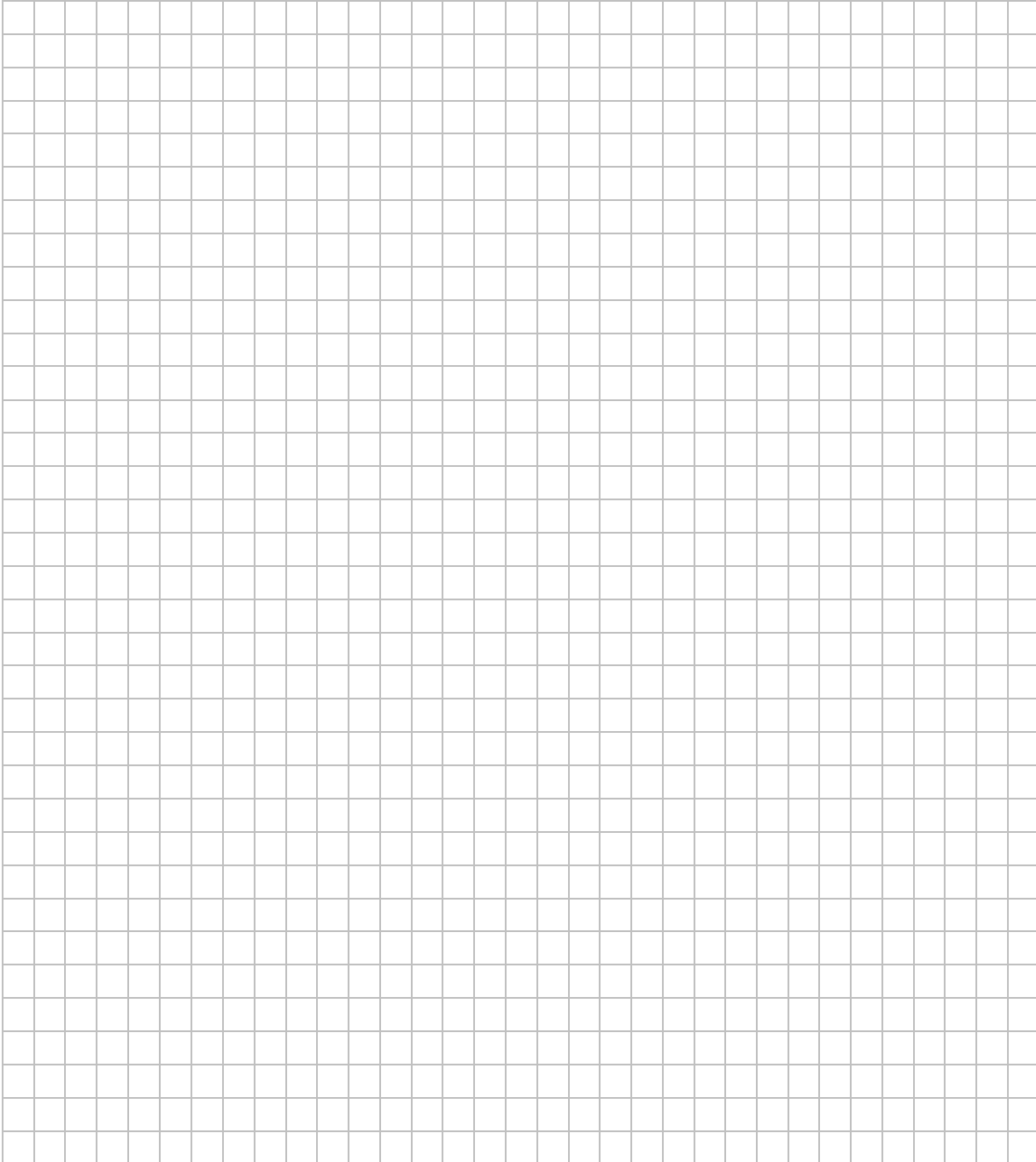


Odpowiedź:.....

zadanie 3. (6 pkt)

W kąt o mierze 60° wpisano pięć kół tak, że każde następne koło poza pierwszym, jest styczne zewnętrznie do koła poprzedniego.

Oblicz ile razy suma pól wszystkich kół jest większa od pola najmniejszego koła.

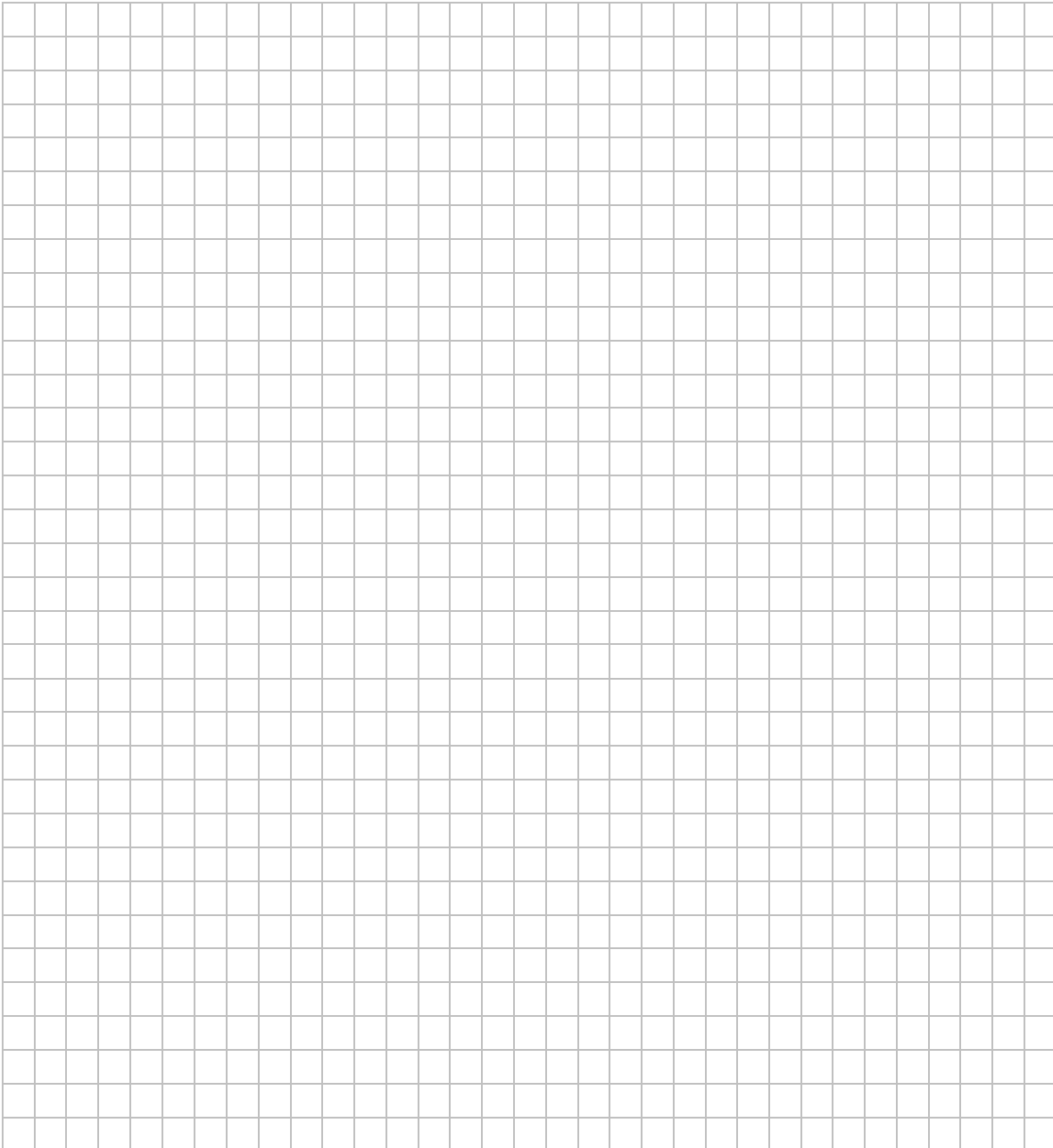


Odpowiedź:

zadanie 4. (4 pkt)

Naszkić wykres funkcji: $f(x) = \frac{|x^2 - 9|}{x^2 - 9}$.

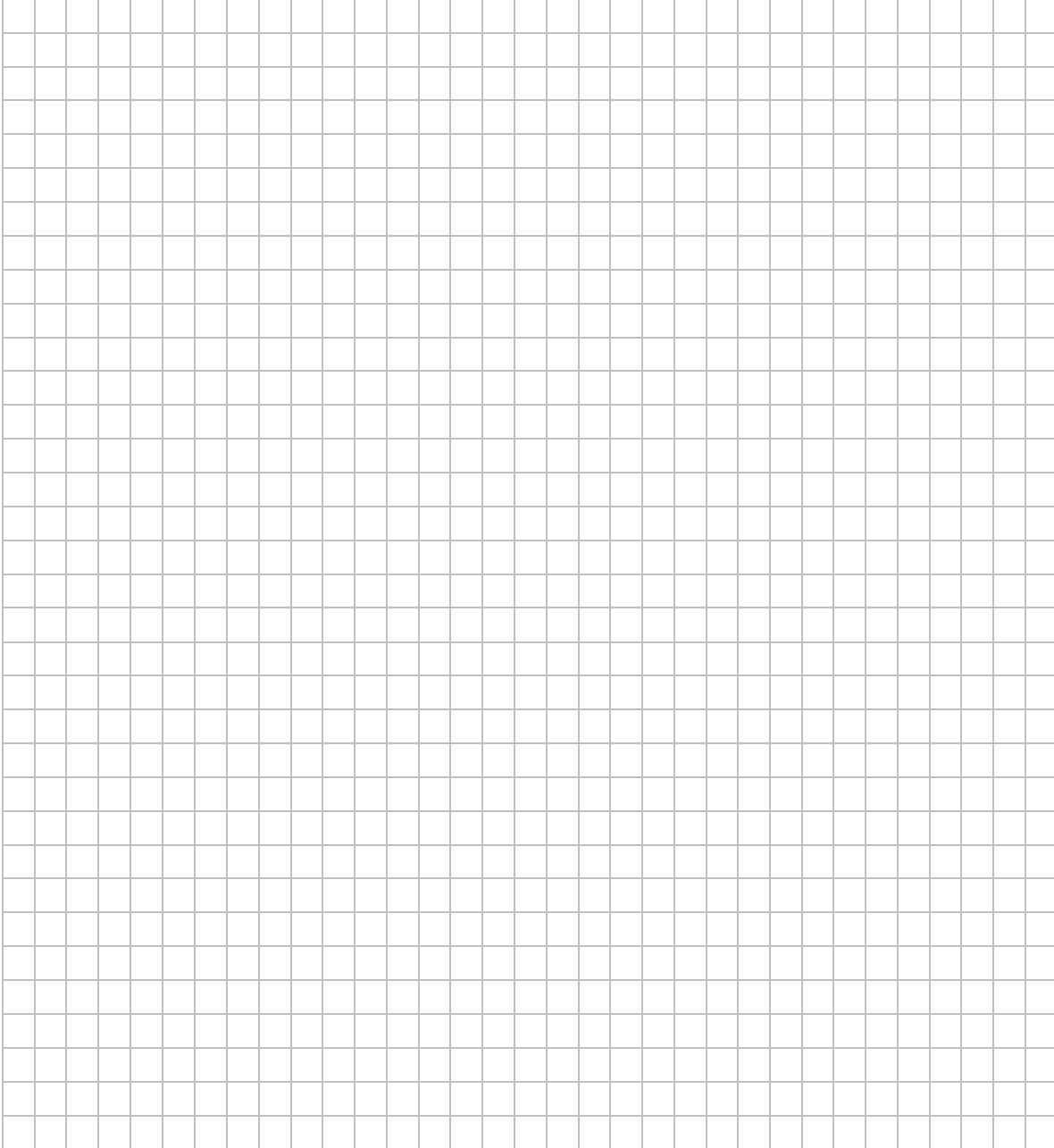
Określ dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji.



Odpowiedź:

zadanie 5. (5 pkt)

Wyznacz zbiór wartości parametru m , dla których równanie: $\cos 2x - \cos x = m$ ma rozwiązania.

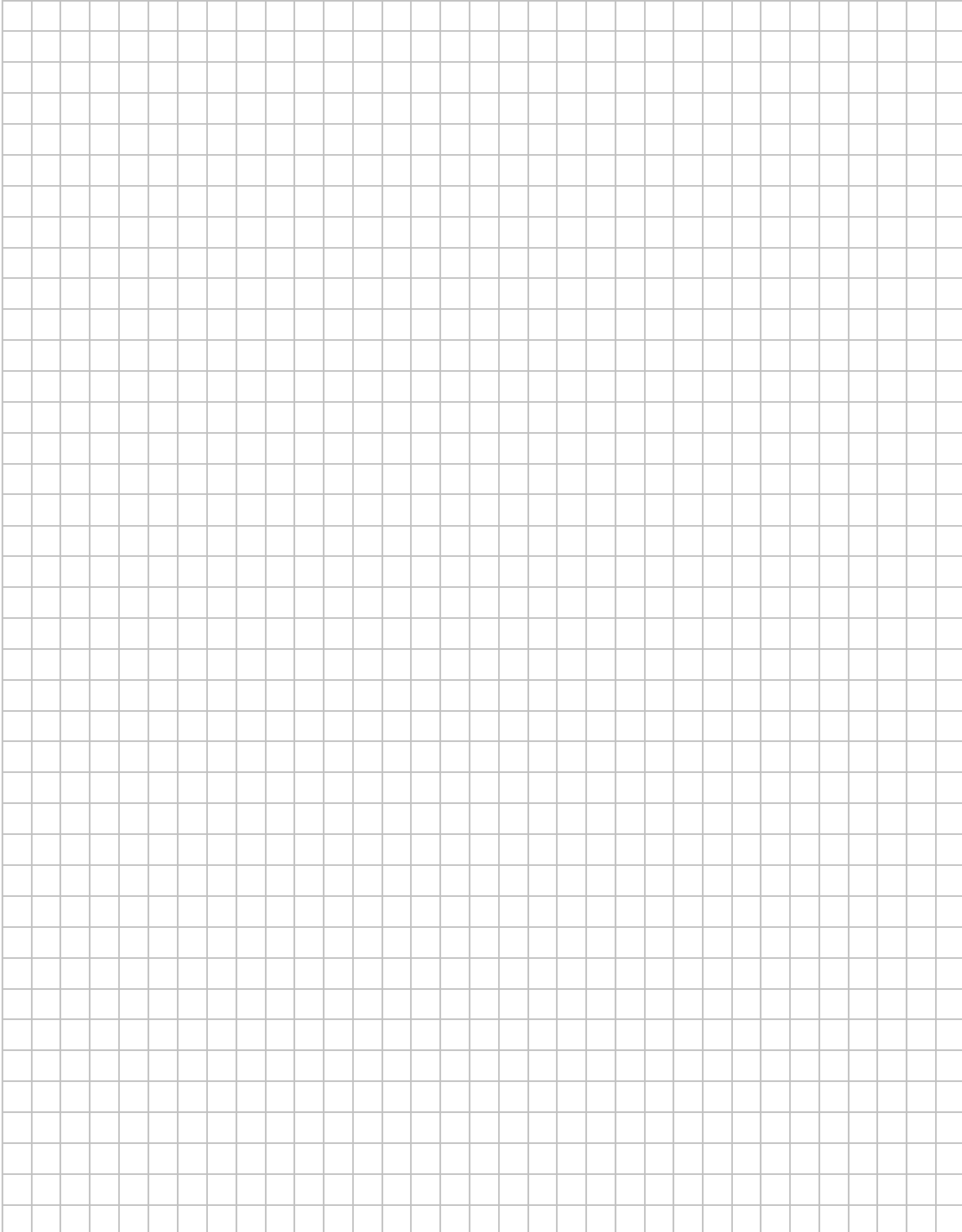


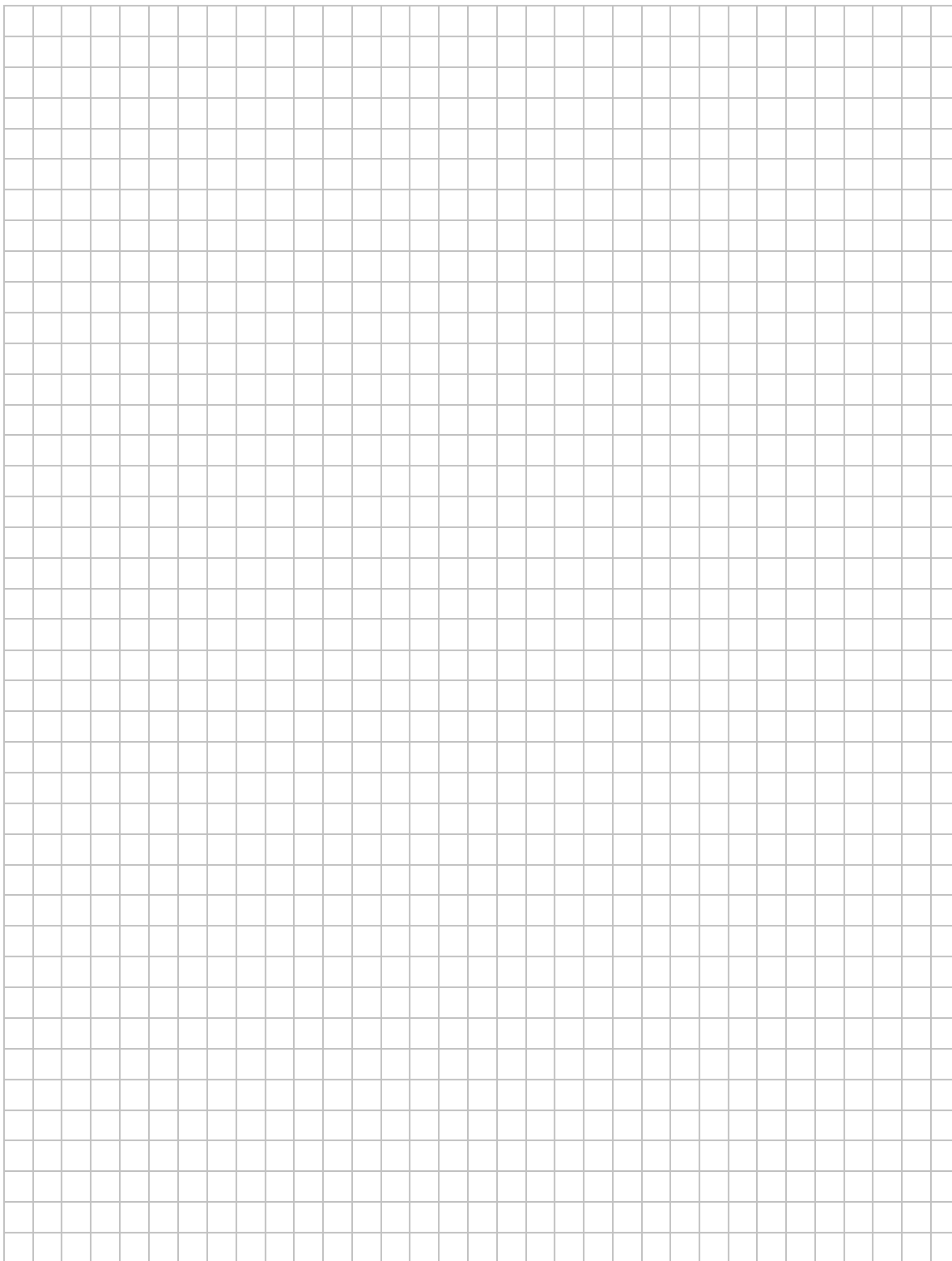
Odpowiedź:

zadanie 6. (5 pkt)

Prosta $x - y - 1 = 0$ jest osią symetrii pewnego czworokąta wpisanego w okrąg.

Punkty $(1;0)$ $(5;-2)$ są jego wierzchołkami. Znajdź pozostałe wierzchołki.



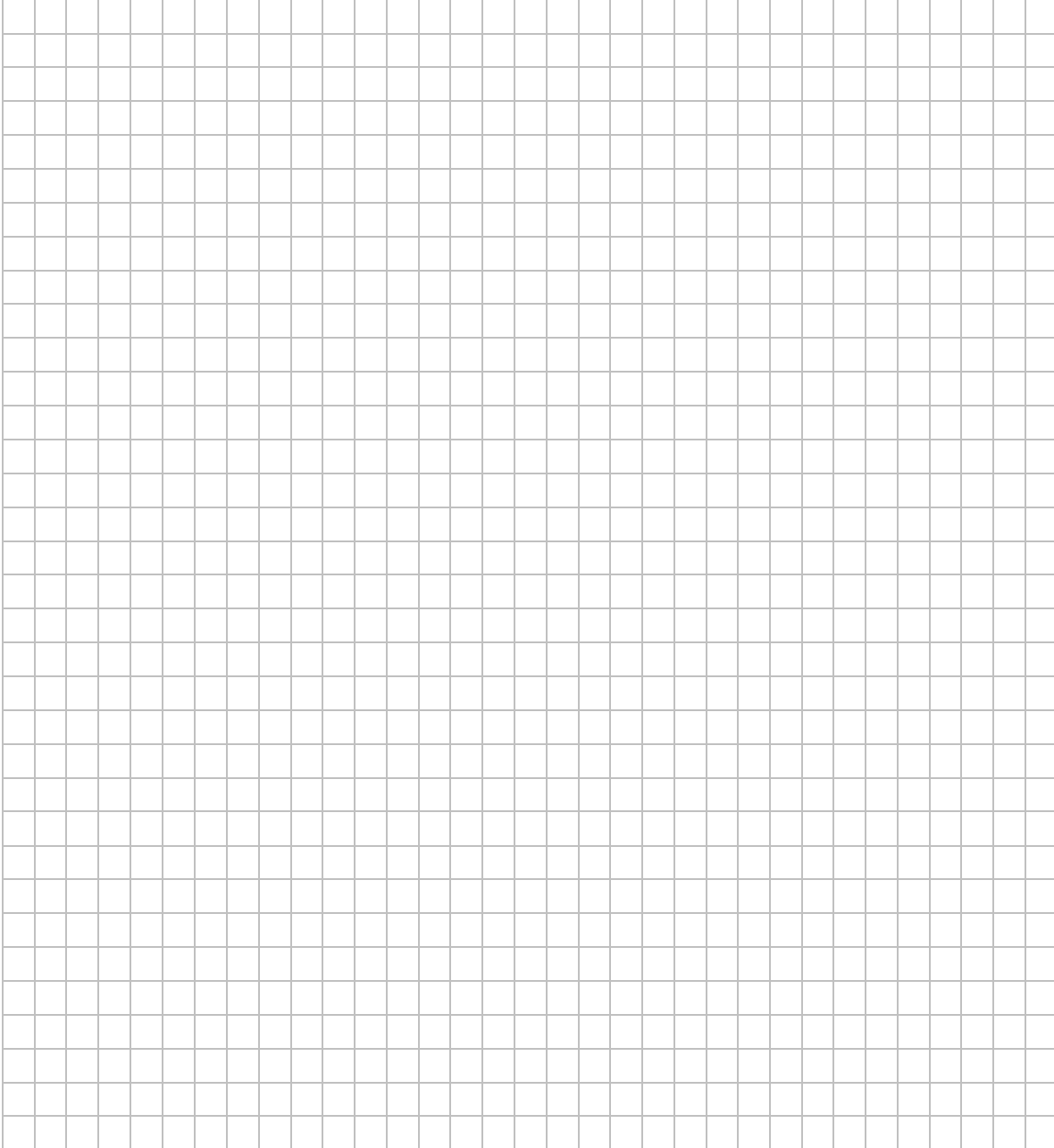


Odpowiedź:.....

zadanie 7. (5 pkt)

Trapez równoramienny o obwodzie 20 dm i przekątnej $\sqrt{41}$ jest opisany na okręgu.

Oblicz jego pole i cosinusy jego kątów wewnętrznych.



Odpowiedź:

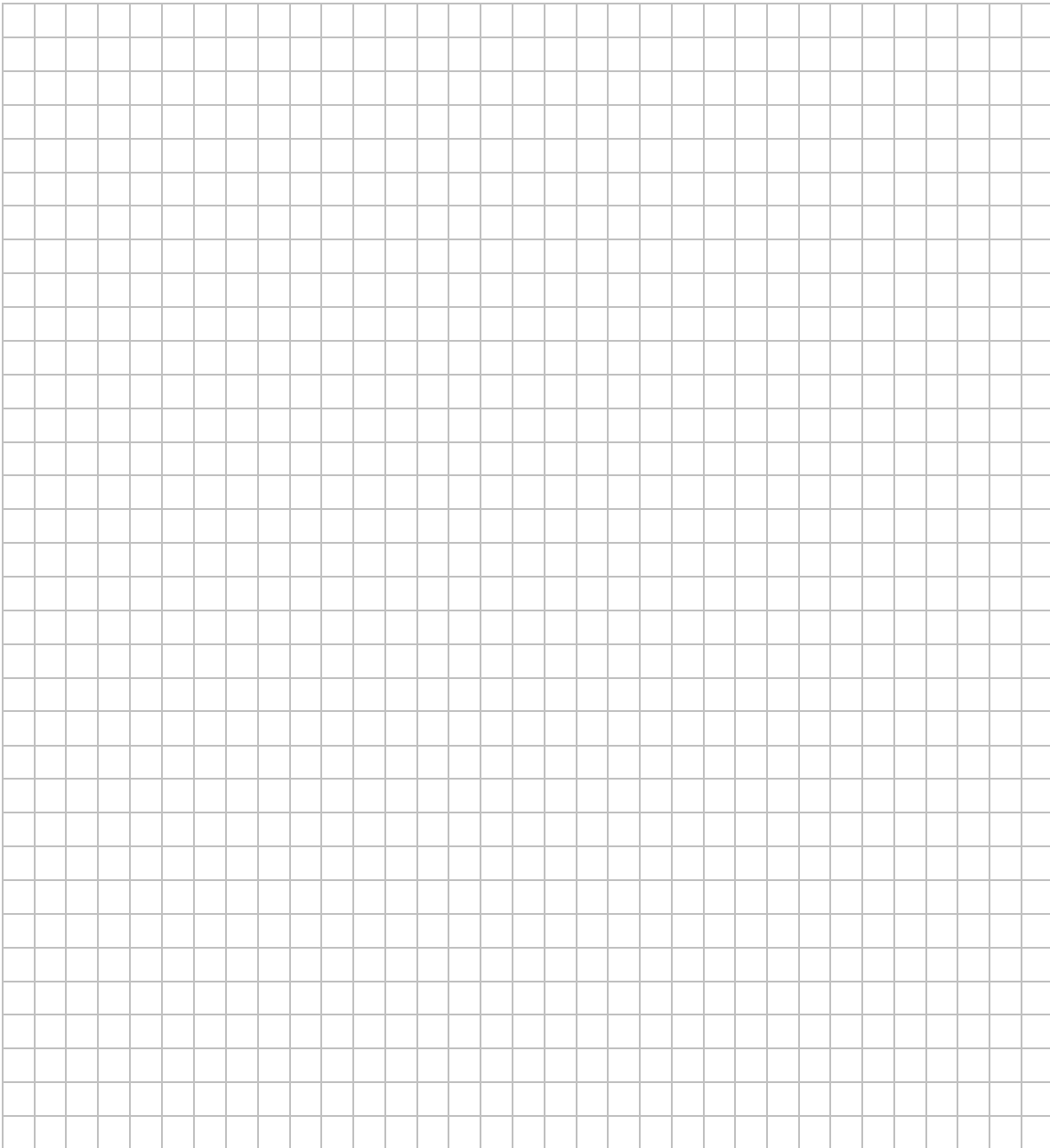
zadanie 8. (4 pkt)

Do naczynia w kształcie odwróconego stożka wrzucono kulkę o promieniu $r = 3\text{cm}$.

Oceń, czy kulka będzie wystawać nad brzeg naczynia. Uzasadnij odpowiedź

wykonując odpowiednie obliczenia, jeżeli wiadomo, że wysokość stożka wynosi

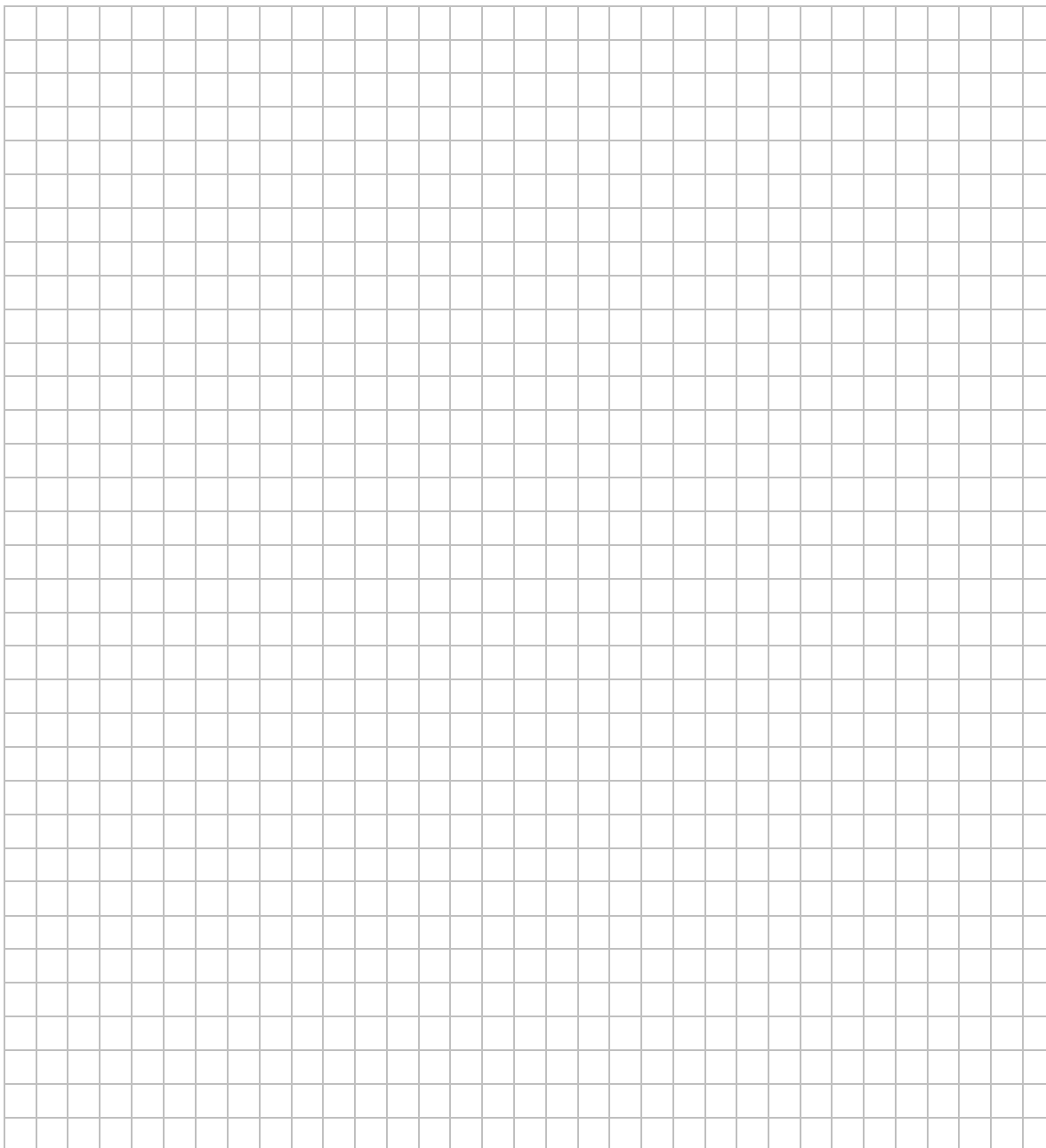
12cm a promień podstawy 4cm.



Odpowiedź:.....

zadanie 9. (4 pkt)

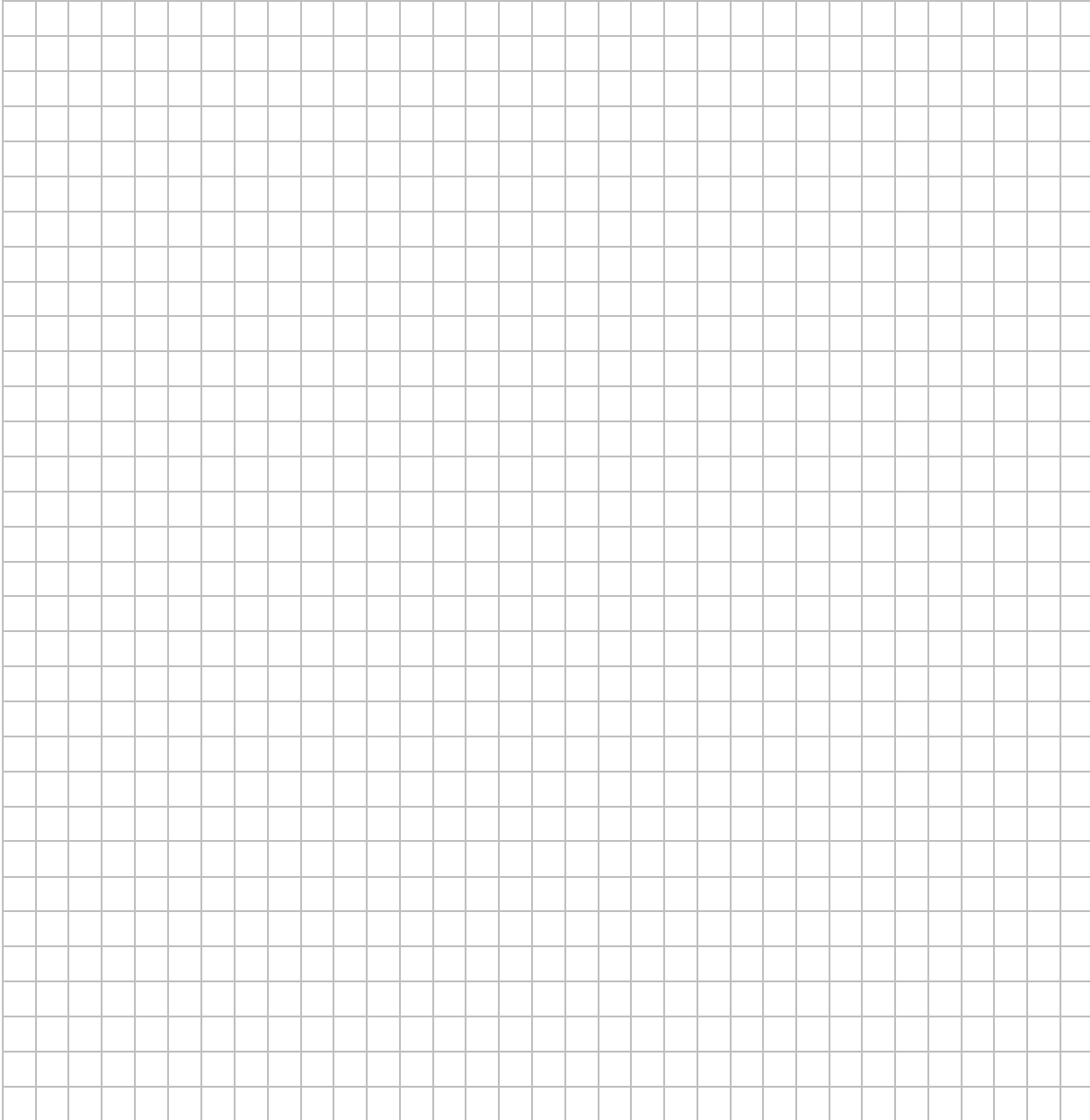
Udowodnij, że $\frac{n^4 - 3n^2 + 1}{n^4 - n^2 - 2n - 1}$, dla $n \in N$ i $n > 2$ jest ułamkiem właściwym.



Odpowiedź:.....

zadanie 10. (5 pkt)

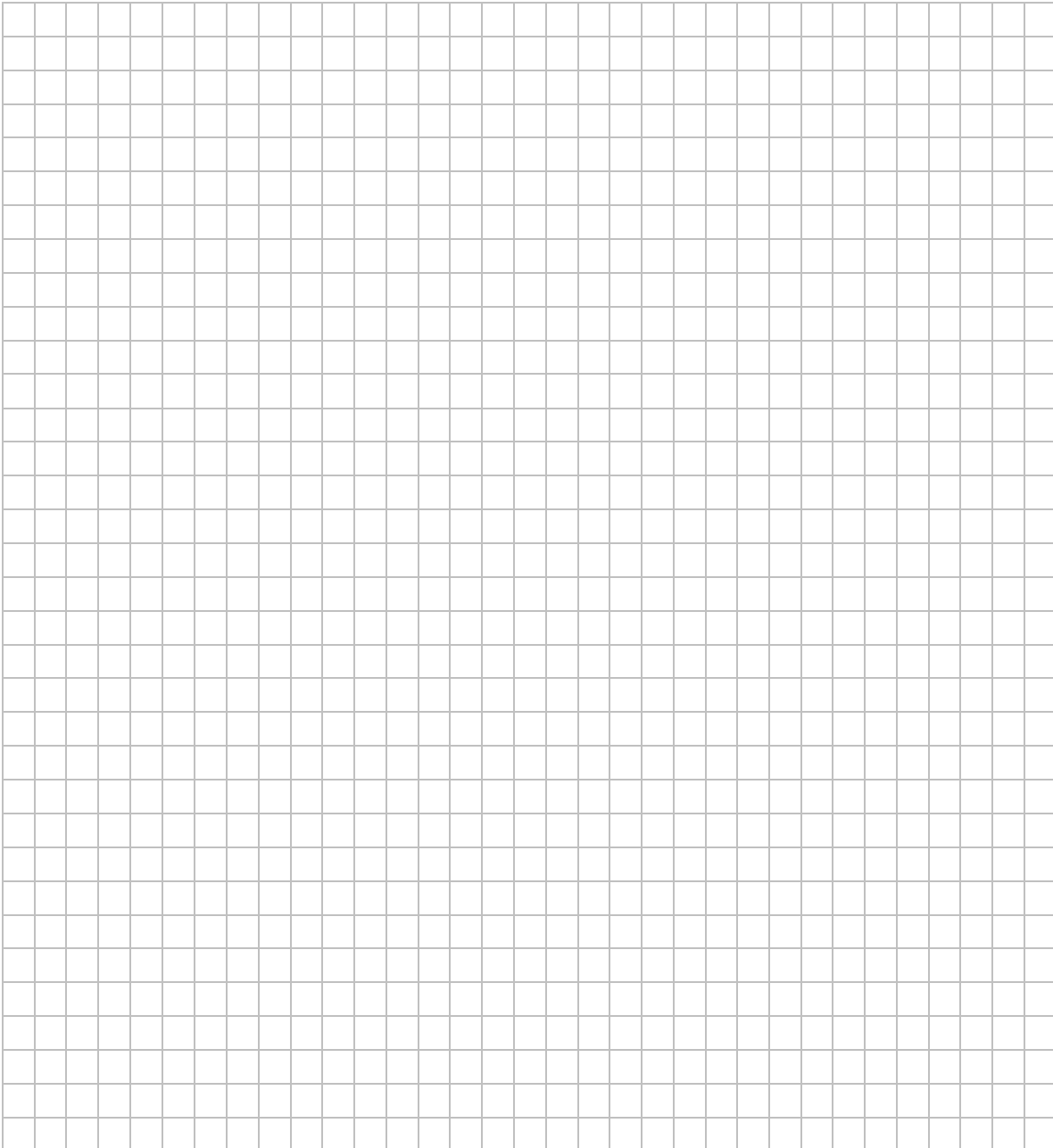
Ile kul innego koloru należy włożyć do urny, w której jest 7 kul czerwonych, aby prawdopodobieństwo wylosowania 2 kul różnokolorowych było większe lub równe $\frac{1}{4}$.



Odpowiedź:

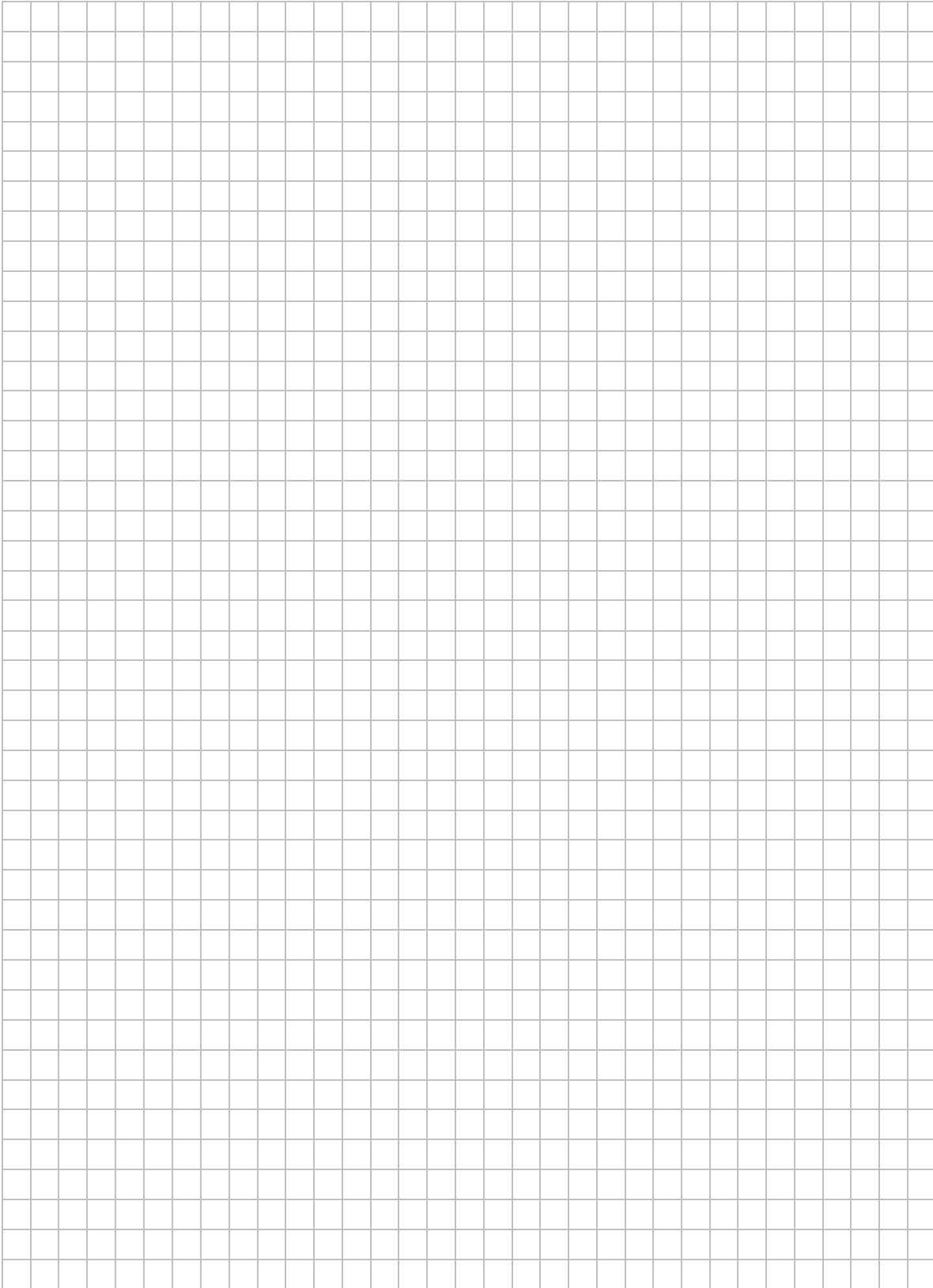
zadanie 11. (4 pkt)

W dowolnym trapezie ABCD połączono środek M ramienia trapezu AD z końcami drugiego ramienia BC. Wykaż, że pole powstałego trójkąta BMC jest równe połowie pola trapezu ABCD.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS



BRUDNOPIS

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for writing answers.