

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

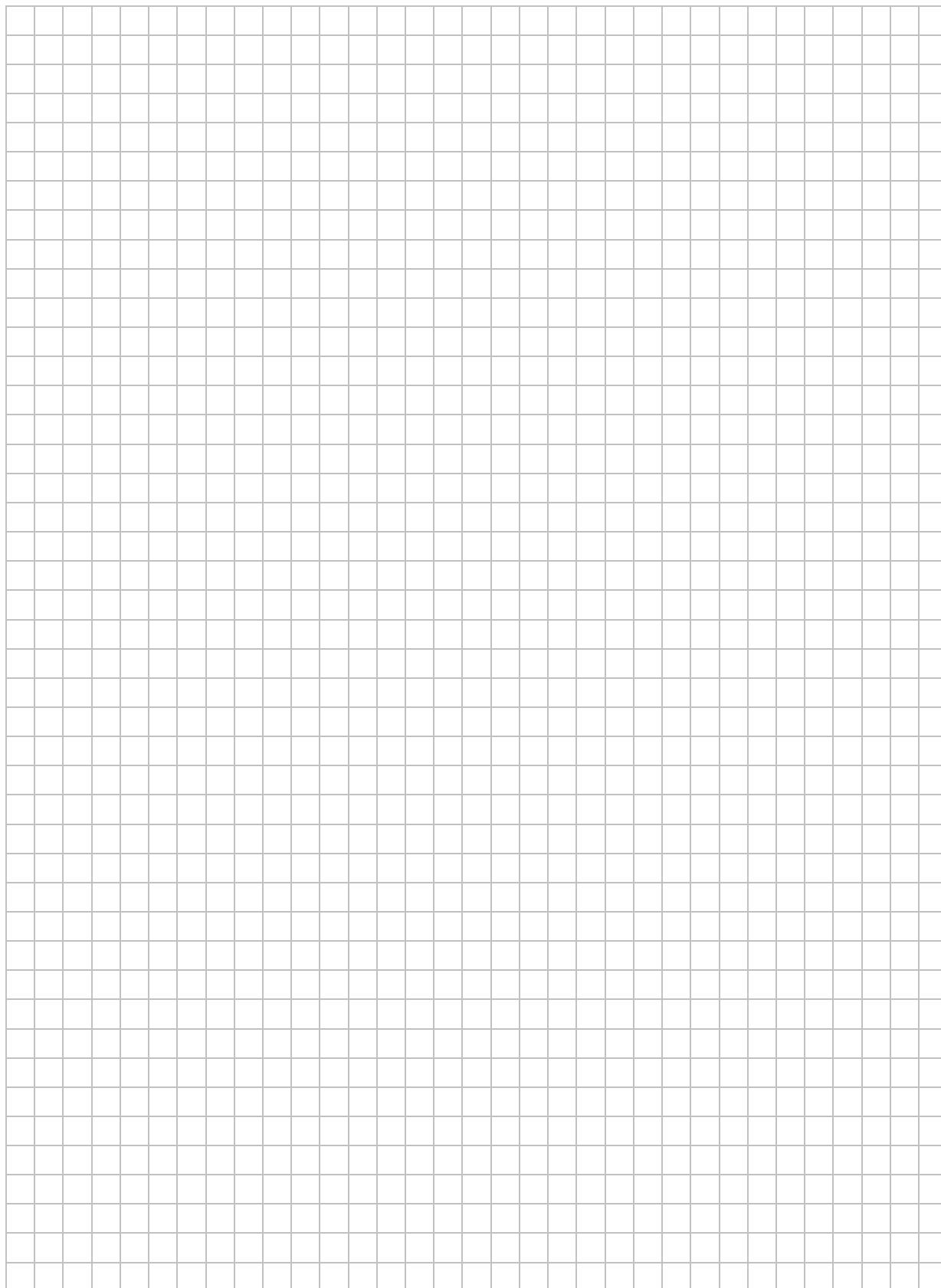
9 MARCA 2013

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (5 PKT.)

Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru  $m$

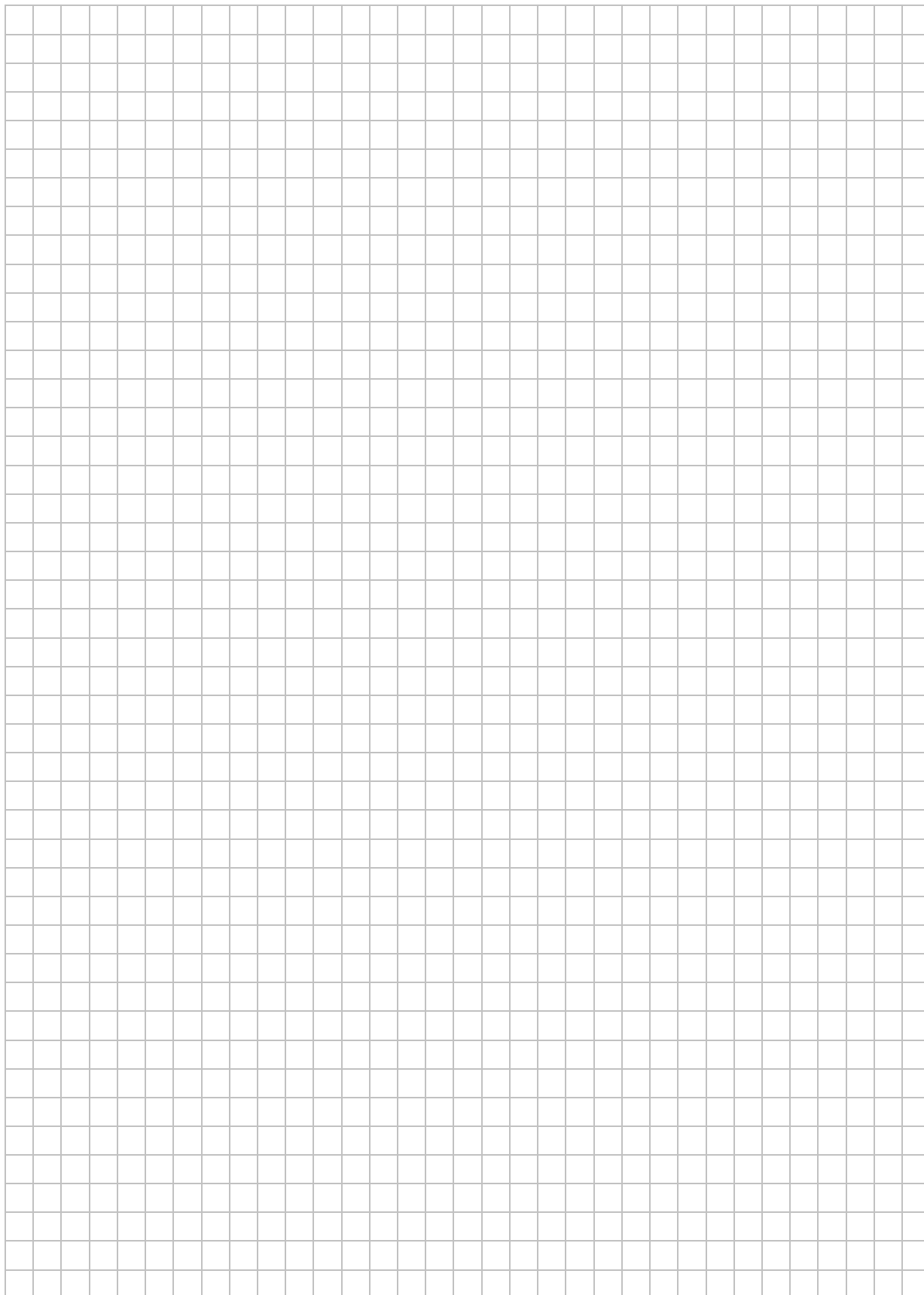
$$\begin{cases} y + 4|x| = x^2 \\ y + m^2 = 0. \end{cases}$$



ZADANIE 2 (4 PKT.)

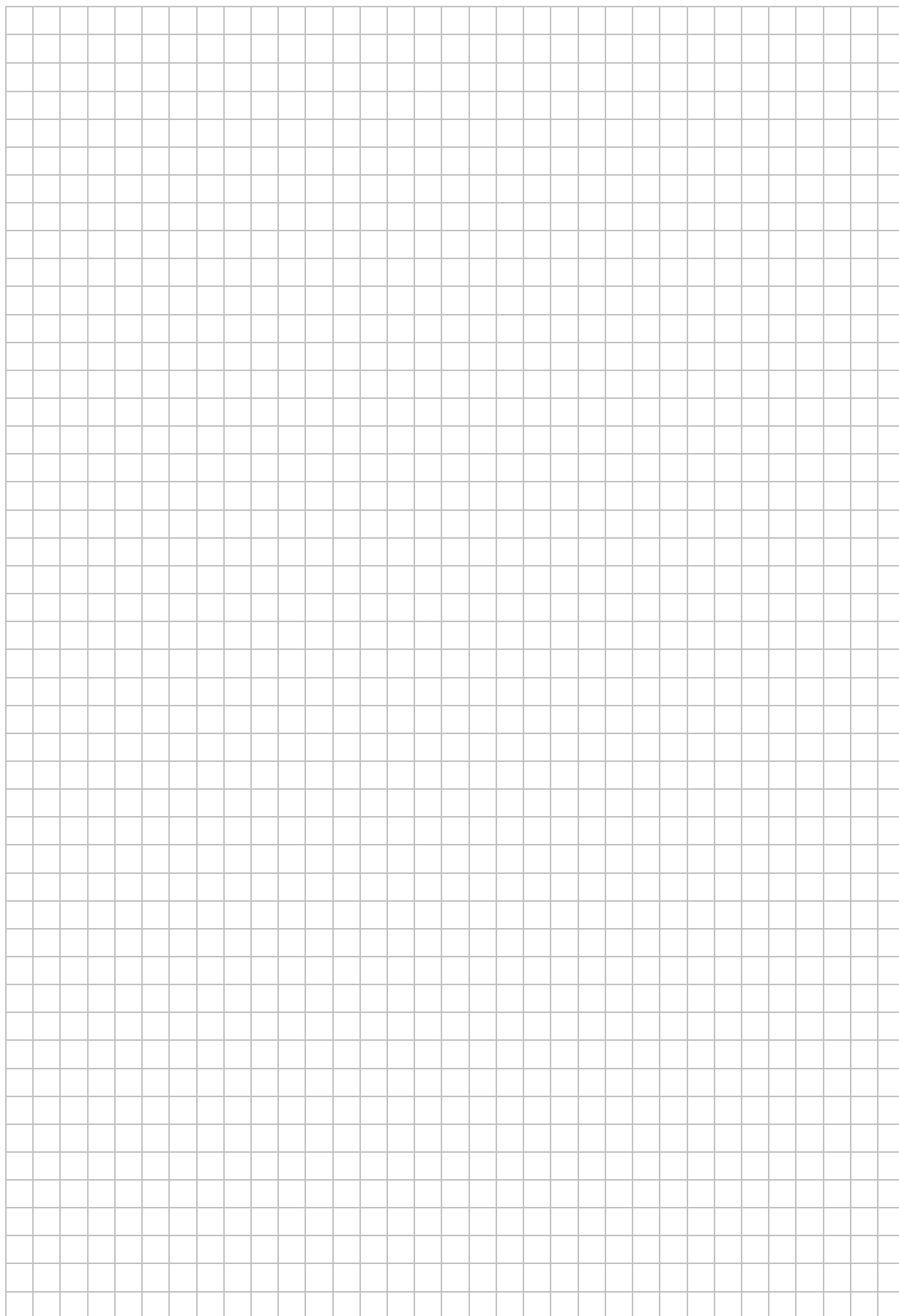
Wykaż, że jeżeli  $a, b \in (0, 1)$  to prawdziwa jest nierówność

$$4 \log_b a + \log_a b \geq 4.$$



ZADANIE 3 (5 PKT.)

Rozwiąż nierówność  $|1 - x| - 3x \geq |x + 2|$ .



ZADANIE 4 (5 PKT.)

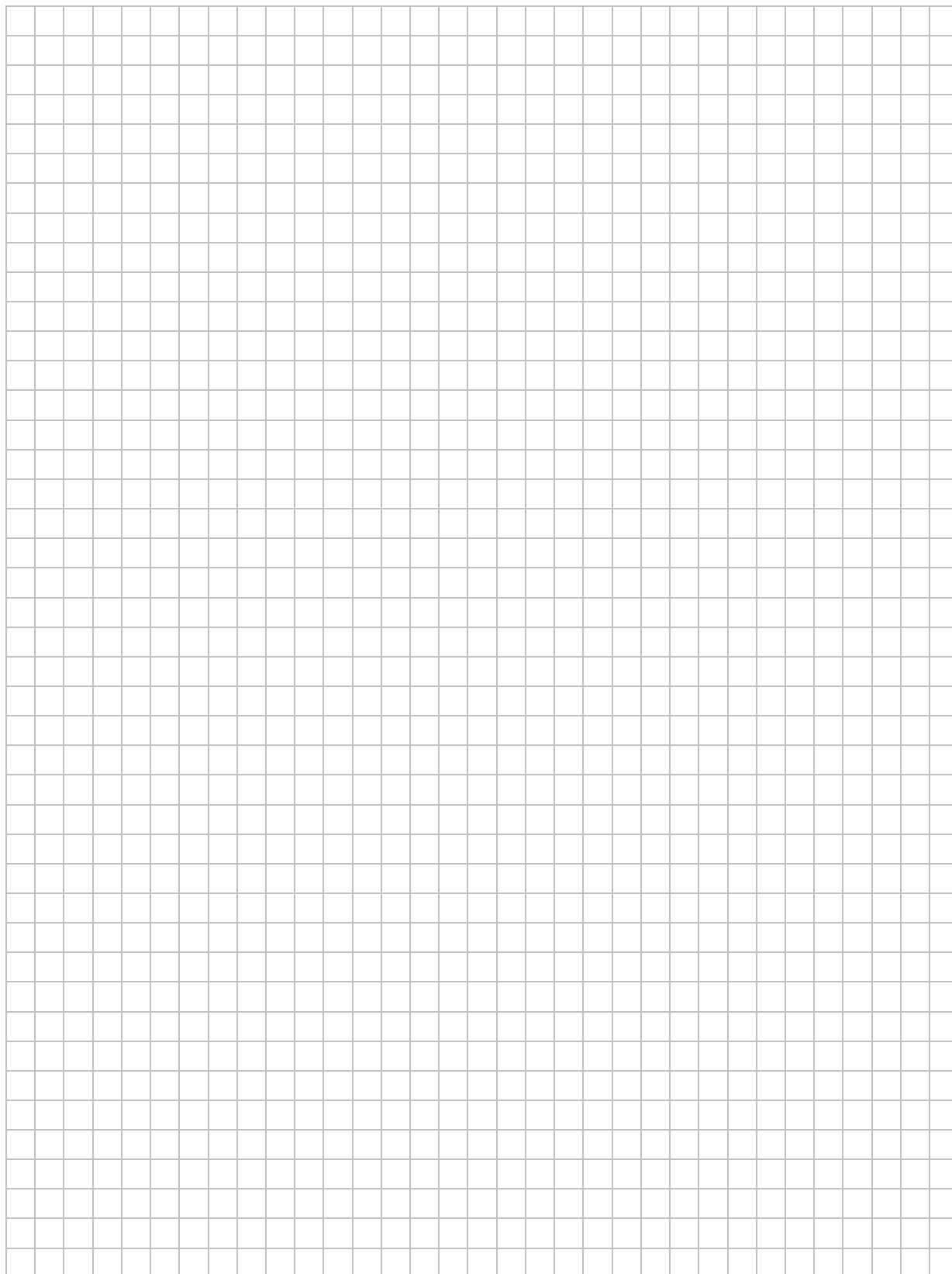
Rozwiąż równanie  $4 \sin x \sin 2x - 3 \cos x \cos 2x = 4 \sin^3 x \sin 2x + 3 \cos x$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .



## ZADANIE 5 (4 PKT.)

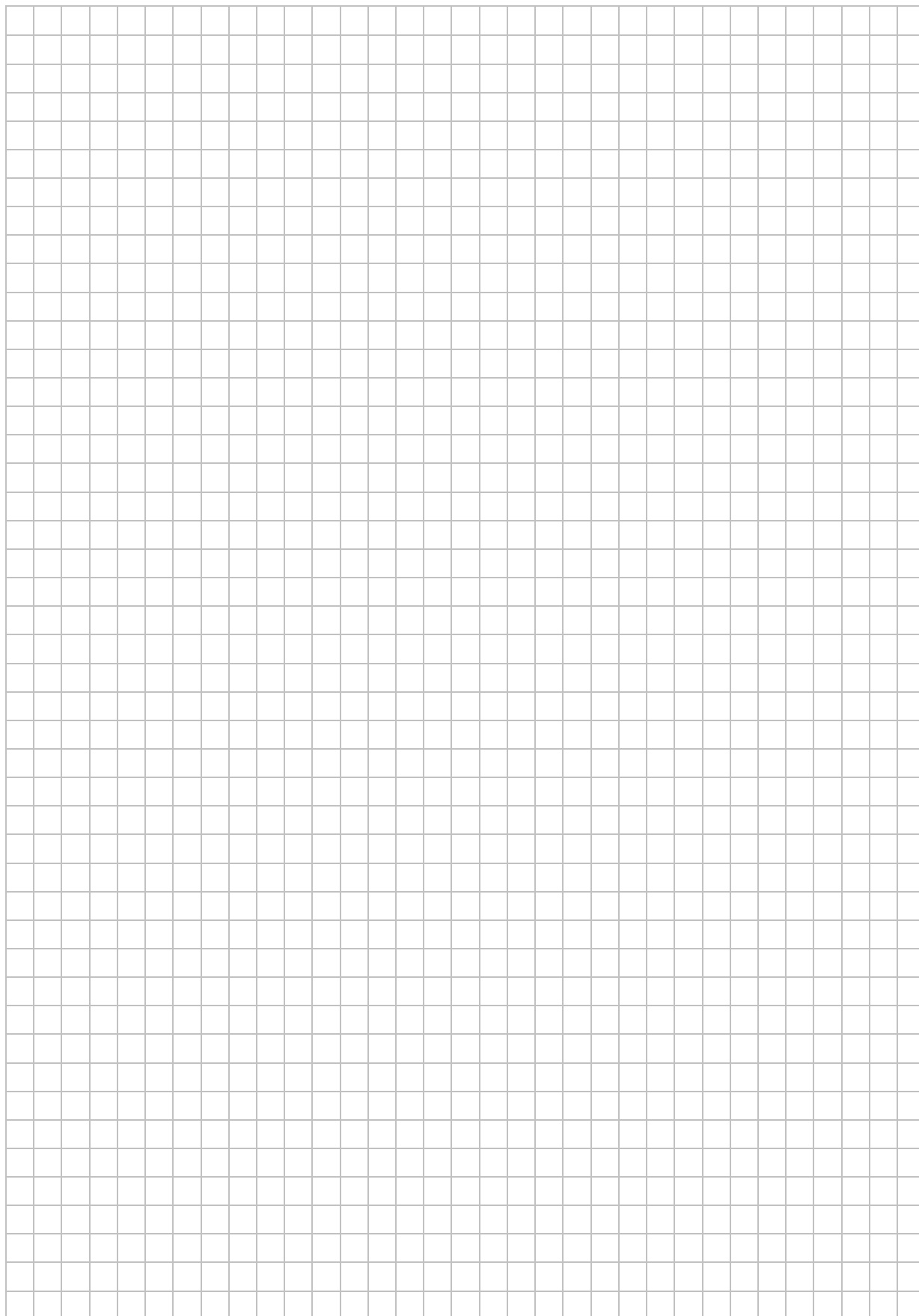
Liczby dodatnie  $x, y, z$  są wyrazami ciągu geometrycznego o numerach równych odpowiednio  $a, b, c$ , a liczby  $a, b, c$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wykaż, że

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\sqrt{c}} = \left(\frac{y}{z}\right)^{\sqrt{a}}.$$



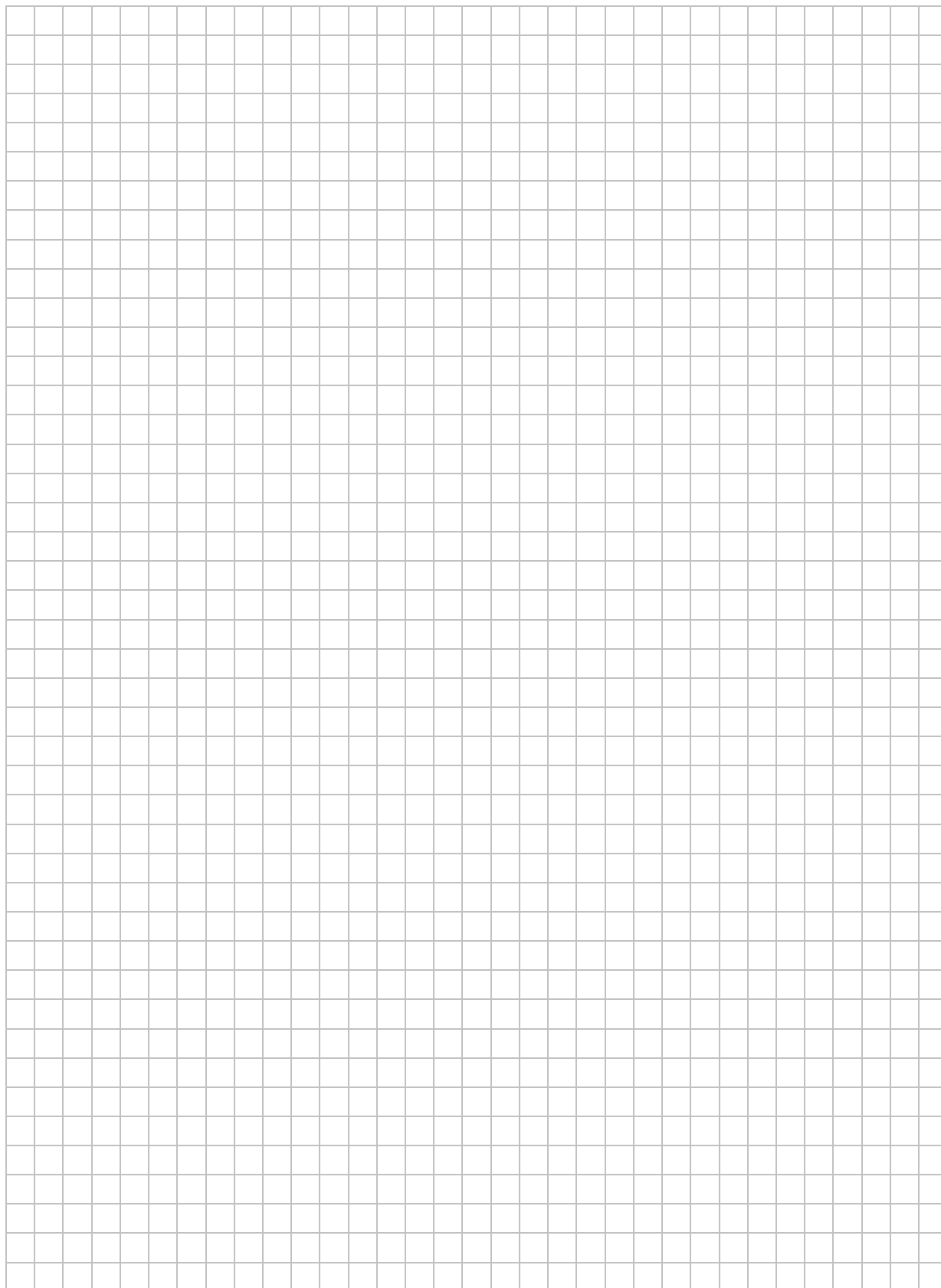
ZADANIE 6 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m \in \mathbb{R}$ , dla których równanie  $x^2 - mx + 3 = 0$  ma dwa różne pierwiastki  $x_1$  i  $x_2$  takie, że  $x_1^4 + x_2^4 = 46$ .

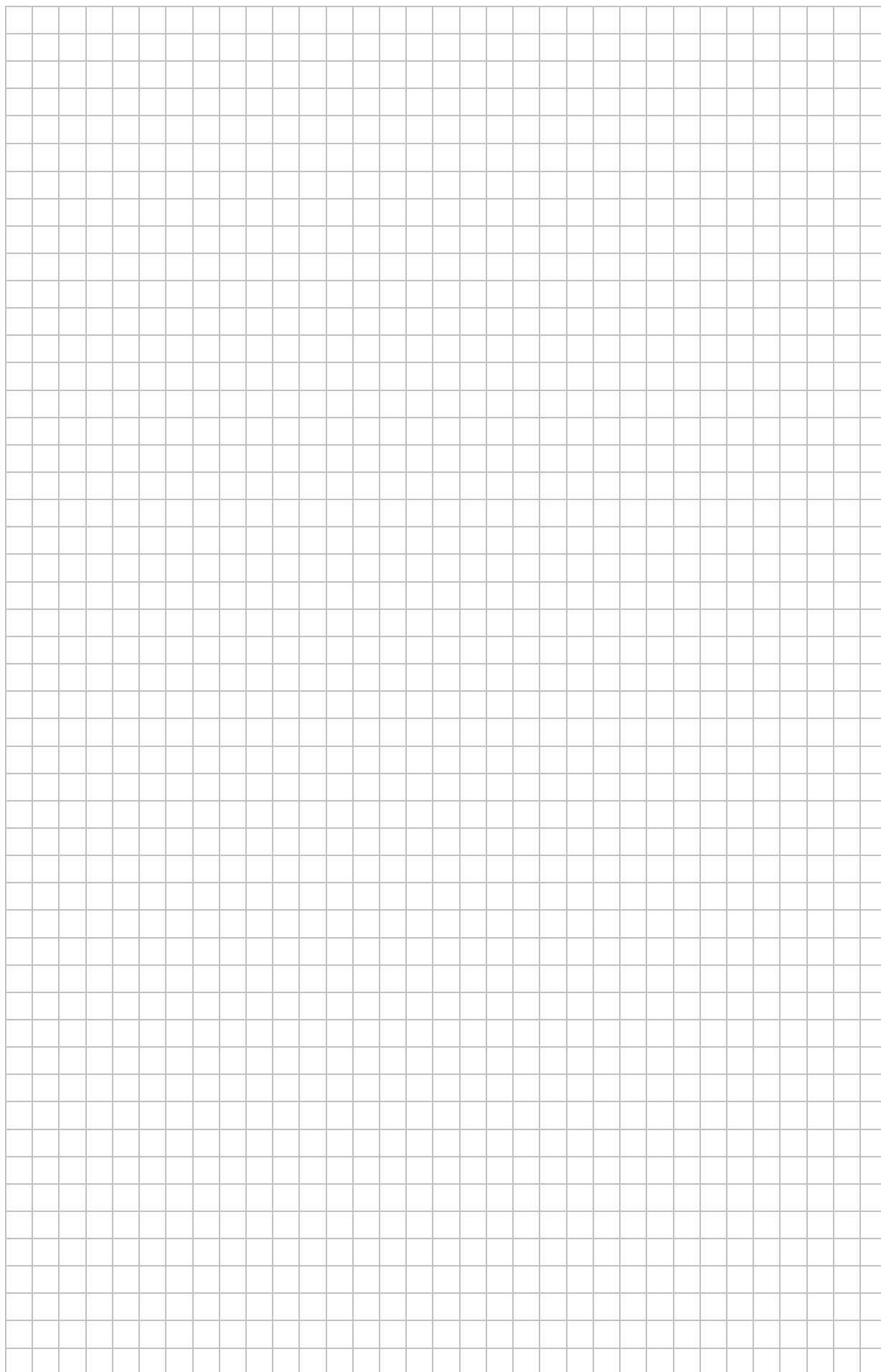


## ZADANIE 7 (6 PKT.)

Przekątne deltoidu  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $S$ , który znajduje się w III ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz równanie okręgu opisanego na trójkącie  $BCD$  jeżeli okręgi opisane na trójkątach  $BCS$  i  $BSA$  mają odpowiednio równania  $x^2 + y^2 + 16x + 12 = 0$  i  $x^2 + y^2 - 20 = 0$ .







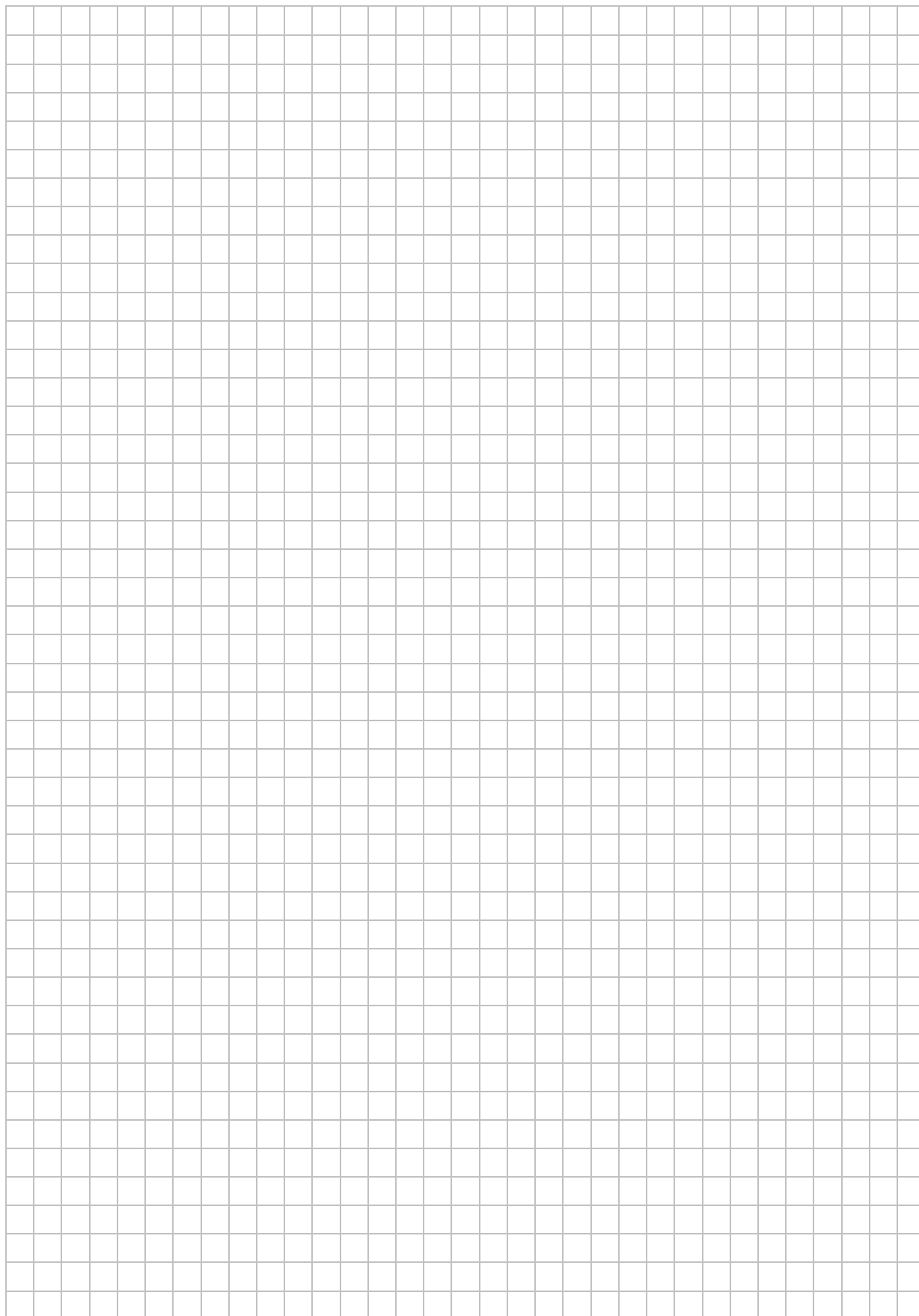
ZADANIE 8 (5 PKT.)

Suma długości dwóch boków trójkąta jest równa 4, a kąt zawarty między nimi ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz najmniejszą możliwą wartość obwodu trójkąta.



ZADANIE 9 (5 PKT.)

Pięć ponumerowanych kul rozmieszczamy losowo w 5 pudełkach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie dwa pudełka będą puste?



ZADANIE 10 (6 PKT.)

Podstawą ostrosłupa  $ABCS$  jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AB| = 4$ ,  $|BC| = 6$ ,  $|CA| = 8$ . Wszystkie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Oblicz objętość ostrosłupa.



