PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

23 MARCA 2013

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

Wykres funkcji $f(x) = 5x^2 + 30x + 41$ przekształcono w symetrii względem prostej $y = 1$ i otrzymano wykres funkcji $y = g(x)$. Wyznacz wzór funkcji g.

ZADANIE 2 (5 PKT.)

Wyznacz cztery kolejne liczby całkowite takie, że sześcian największej z nich jest równy sumie sześcianów trzech pozostałych liczb.

ZADANIE 3 (4 PKT.)

Wielomian $W(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 + px + q$ jest podzielny przez dwumian $(x-2)$, a przy dzieleniu przez $(x+1)$ daje resztę -10. Wyznacz p i q.

ZADANIE 4 (3 PKT.)

Iloraz ciągu geometrycznego (a_n) jest równy $(1+\sqrt{5})$. Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ prawdziwy jest wzór $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 4a_n$.

ZADANIE 5 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{3}}{16}$ należące do przedziału $\langle 0, \pi \rangle$.

ZADANIE 6 (4 PKT.)

Punkty K, L, M są środkami boków BC, CA i AB trójkąta ABC. Wykaż, że

$$\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{BL}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}.$$

ZADANIE 7 (6 PKT.)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg oraz $|AB| = 2$, $|BC| = 3$, $|CD| = 4$, $|DA| = 5$.

a) Oblicz $\cos \measuredangle BCD$.

b) Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

ZADANIE 8 (6 PKT.)

Z punktu $A=(7,1)$ poprowadzono styczne do okręgu $(x+3)^2+(y-1)^2=20$. Oblicz pole trójkąta ABC, gdzie BC jest odcinkiem łączącym punkty styczności.

ZADANIE 9 (5 PKT.)

Z liter 26 literowego alfabetu łacińskiego tworzymy czteroliterowe kody, przy czym każdy kod składa się z czterech różnych liter, które zostały wybrane z pewnych 6 kolejnych liter alfabetu. Ile jest takich kodów?

ZADANIE 10 (4 PKT.)

Zdarzenia losowe A, B są zawarte w Ω oraz $P(A \cup B') = 0,2$. Wykaż, że $P(A' \cup B) \geqslant 0,8$.

ZADANIE 11 (4 PKT.)

Podstawą graniastosłupa prostego o objętości V jest równoległobok o bokach długości a i b. Wykaż, że pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest nie mniejsze niż $2V\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$.