Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

15 kwietnia 2023

Czas pracy: 180 minut

Zadanie 1 (1 pkt)

Wartość wyrażenia $(1 - 2 \cdot 3^{-1})^{-2}$ jest równa

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 9 D) $\frac{9}{4}$

Zadanie 2 (1 pkt)

Wartość liczbowa wyrażenia $3\log 3 - 2\log 3\sqrt{30}$ jest równa

A) -1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) -3

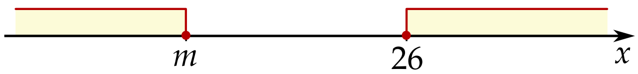
ZADANIE 3 (1 PKT)

Punkty $A = (-7, 3)$ i $B = (1, -1)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Odcinek łączący środki dwóch sąsiednich boków tego kwadratu ma długość

A) $2\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|2x + 10| \geqslant 62$.



Stąd wynika, że

A) $m = -57$ B) $m = -62$ C) $m = -36$ D) $m = -52$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Po wykonaniu działań w wyrażeniu $W = \frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x}$ otrzymujemy

A) $\frac{1}{x-1}$ B) $\frac{2x+1}{x-1}$ C) $\frac{-1}{x(x-1)}$ D) $\frac{2x-1}{x(x-1)}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Równanie

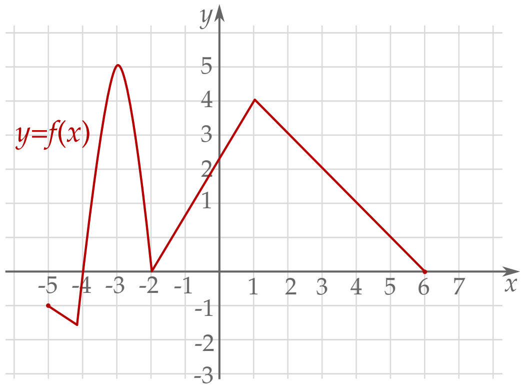
$$\frac{x(4x+6)(x+2)^2}{2(x+1,5)(x+4)} = 0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych

A) dokładnie jedno rozwiązanie: $x = -2$.
B) dokładnie dwa rozwiązania: $x = -2,\ x = 0$.
C) dokładnie trzy rozwiązania: $x = -2,\ x = -1,5,\ x = 0$.
D) dokładnie cztery rozwiązania: $x = -4,\ x = -2,\ x = -1,5,\ x = 0$.

ZADANIE 7 (1 PKT)

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$ określonej na przedziale $[-5,6]$. Wykres ten przecina oś Ox w punktach: $(-4,0)$, $(-2,0)$ i $(6,0)$.



Wskaż zbiór rozwiązań nierówności $f(x-1) \geqslant 0$.

A) $[-3,7]$ B) $[-4,-2) \cup (-2,6]$ C) $[-4,6]$ D) $[-5,5]$

ZADANIE 8 (2 PKT)

Dane są takie liczby całkowite a, b, c i d, dla których liczba $abcd$ jest podzielna przez 3, ale nie jest podzielna przez 6. Wykaż, że liczba

$$a(b-c)-d(c-b)$$

dzieli się przez 4.

ZADANIE 9 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-3}{n(n+1)}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Wynika stąd, że suma siedmiu początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest większa od sumy pięciu początkowych wyrazów ciągu (a_n) o

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{23}{168}$ C) $\frac{5}{42}$ D) 0

ZADANIE 10 (1 PKT)

Zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej $x^2 - kx - k - 1 < 0$ z niewiadomą x i parametrem k, jest taki sam jak zbiór rozwiązań nierówności $|x-1| < 2$. Liczba k jest równa

A) (-2) B) 2 C) (-3) D) 3

ZADANIE 11 (1 PKT)

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – $0,5P$ oraz $2P$. Promień okręgu wpisanego w trójkąt ABC jest równy r.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Promień okręgu wpisanego w trójkąt KLM jest równy

A) $2r$,	**B)** $4r$,

	ponieważ stosunek promieni okręgów wpisanych trójkątów podobnych jest równy
1)	pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.
2)	kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.
3)	stosunkowi pól tych trójkątów.

ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest wielomian W określony wzorem $W(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wielomian W przy rozkładzie na czynniki ma postać

A) $W(x) = (x+2)(x^2-3)$
B) $W(x) = (x-2)(x^2-3)$
C) $W(x) = (x+2)(x^2+3)$
D) $W(x) = (x-2)(x^2+3)$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Jeżeli $\sin\alpha = 0,2 + \cos\alpha$ to liczba $\sin\alpha\cos\alpha$ jest równa

A) 0,6
B) 0,3
C) 0,96
D) 0,48

ZADANIE 14 (1 PKT)

W pewnym obszarze leśnym początkowo rosło 10 000 trzydziestoletnich buków. Na tym obszarze rozpoczęto wyrąb tych drzew i przez 3 kolejne lata wycinano 10% pozostałych buków. Po 3 latach od rozpoczęcia wycinki liczba pozostałych buków jest równa

A) 7000 B) 8100 C) 6561 D) 7290

ZADANIE 15 (1 PKT)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są:
– prosta k o równaniu $2y - 2,5x = 1$
– prosta l o równaniu $1,6x + 2y = 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Proste k i l przecinają się pod kątem 60°.	**P**	**F**
Punkt wspólny prostych k i l ma obie współrzędne całkowite.	**P**	**F**

ZADANIE 16 (2 PKT)

Uzasadni, że jeżeli liczby rzeczywiste $x \neq 1$, $y \neq 1$ i $z \neq 1$ spełniają warunki: $x = \frac{1}{1-y}$ i $y = \frac{1}{1-z}$, to $z = \frac{1}{1-x}$.

Zadanie 17 (1 pkt)

Proste o równaniach $y = 5x + b$ i $y = 3x - 6$ przecinają się w punkcie leżącym na osi Ox. Zatem

A) $b = -10$ B) $b = 2$ C) $b = -11$ D) $b = 8$

Zadanie 18 (2 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Dla wszystkich liczb rzeczywistych m, n i t wyrażenie $4nt - 4n - 6mt + 6m$ jest równe

A) $(3m - 2n)(2 - 2t)$ B) $(4n - 6m)(1 - t)$

C) $(4n - 6m)(t - 1)$ D) $(6n - 4m)(t - 1)$

E) $(2m - 3n)(2t - 2)$ F) $(4n - 6m)(t + 1)$

Informacja do zadań 19.1 i 19.2

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 12n - 7$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$.

ZADANIE 19.1 (1 PKT)

Najmniejszą wartością n, dla której wyraz a_n jest większy od 2023, jest
A) 170 B) 169 C) 168 D) 203

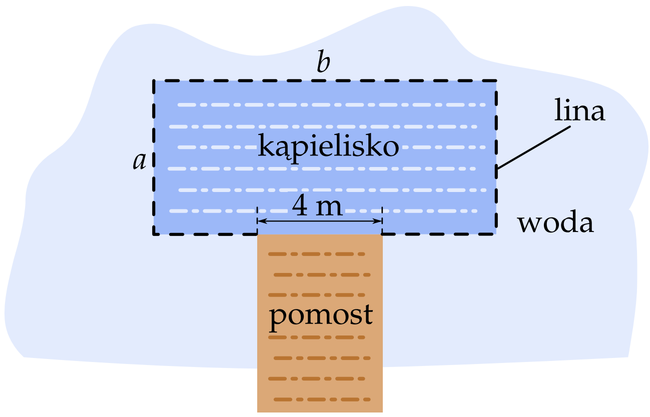
ZADANIE 19.2 (1 PKT)

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 145 dla n równego

A) 6 B) 23 C) 5 D) 11

ZADANIE 20 (4 PKT)

Do wyznaczenia boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 80 m. Część jednego z boków tego kąpieliska będzie pokrywać się z końcem pomostu i na tym odcinku lina nie jest potrzebna (zobacz rysunek). Pomost ma szerokość 4 metrów.



Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Informacja do zadań 21.1 i 21.2

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x+2)^2 - 1$.

ZADANIE 21.1 (1 PKT)

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

A) $(2,1)$ B) $(-2,1)$ C) $(2,-1)$ D) $(-2,-1)$

Zadanie 21.2 (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

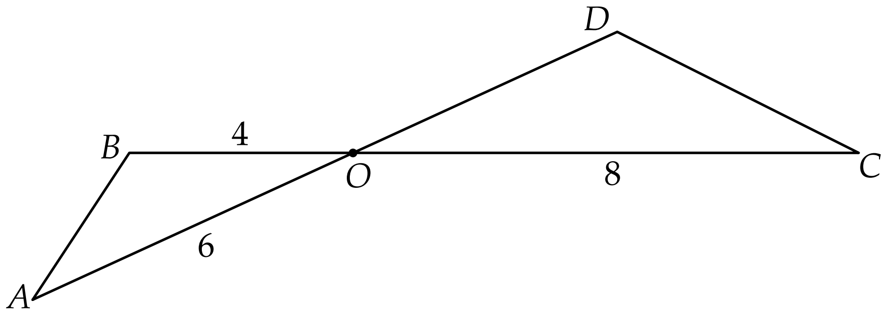
A) $(-\infty, -1]$ B) $(-\infty, 1]$ C) $[1, +\infty)$ D) $[-1, +\infty)$

Zadanie 22 (3 pkt)

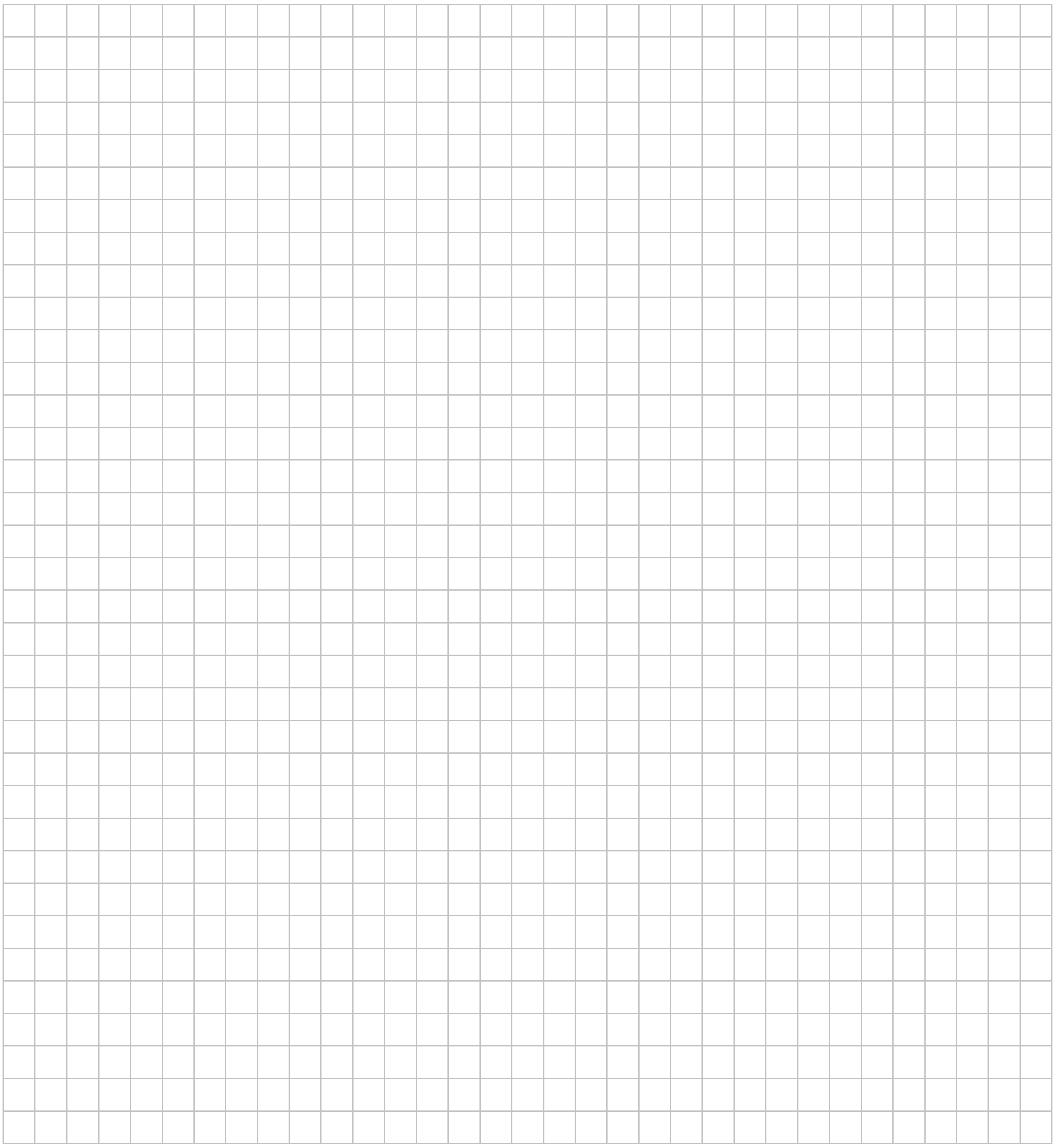
W pojemniku znajdują się losy loterii fantowej ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 2000 do 7000. Każdy los, którego numer jest liczbą o sumie cyfr równej 4, jest wygrywający. Uczestnicy loterii losują z pojemnika po jednym losie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że pierwszy los wyciągnięty z pojemnika był wygrywający.

Zadanie 23 (1 pkt)

Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O. W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 6$, $|BO| = 4$, $|OC| = 8$, $|\measuredangle OAB| = |\measuredangle OCD|$ (zobacz rysunek).

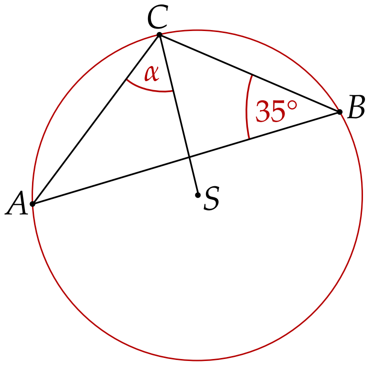


Oblicz długość boku OD trójkąta ODC.



Zadanie 24 (1 pkt)

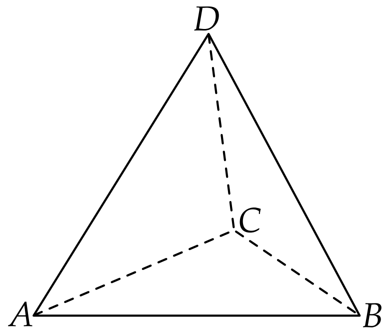
Punkt S jest środkiem okręgu (patrz rysunek). Zaznaczony kąt α jest równy



A) $\alpha = 40^\circ$ B) $\alpha = 45^\circ$ C) $\alpha = 55^\circ$ D) $\alpha = 35^\circ$

Informacja do zadań 25.1 i 25.2

Na rysunku przedstawiony jest czworościan foremny $ABCD$, którego objętość i pole powierzchni całkowitej są odpowiednio równe: $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ i $16\sqrt{3}$.



ZADANIE 25.1 (1 PKT)

Promień okręgu wpisanego w ścianę ACD jest równy

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{16}{3}$

Zadanie 25.2 (1 pkt)

Wysokość czworościanu $ABCD$ jest równa

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{4}{3}$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 3 oraz $a_8 = -8$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A) -23 B) -20 C) -26 D) -17

ZADANIE 27 (1 PKT)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg O o równaniu

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13.$$

Okrąg O przecina oś Ox w punktach o współrzędnych

A) $(0,1)$ i $(0,5)$ B) $(0,1)$ i $(0,-5)$

C) $(1,0)$ i $(5,0)$ D) $(0,-1)$ i $(0,5)$

Zadanie 28 (1 pkt)

Liczba x jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb: $2-x, 2-2x, 1-3x, 2$, jest równa (-10). Wtedy

A) $x=6$ B) $x=8$ C) $x=5,5$ D) $x=4,75$

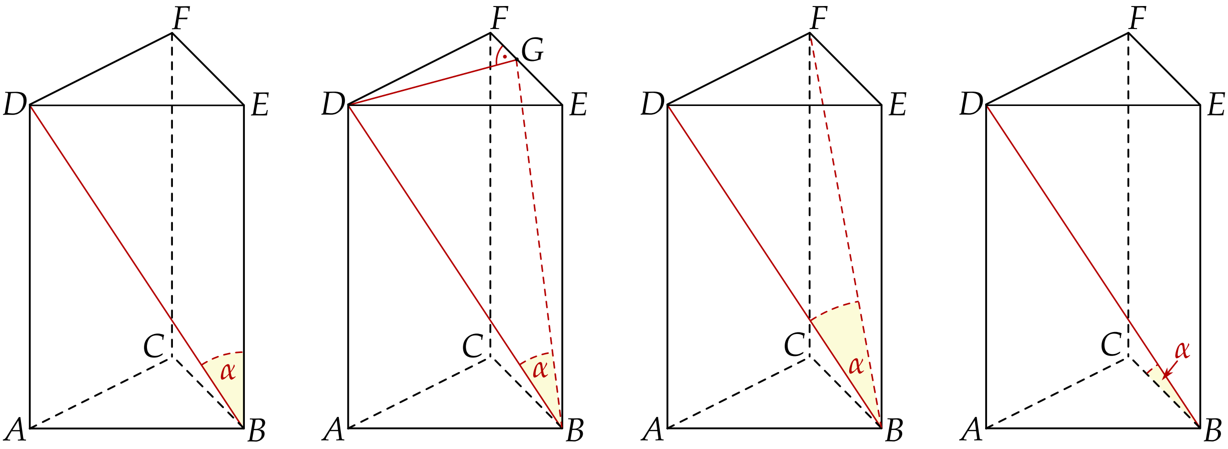
Zadanie 29 (1 pkt)

Ze zbioru liczb naturalnych pięciocyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 5, jest równe

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{18}$

Zadanie 30 (1 pkt)

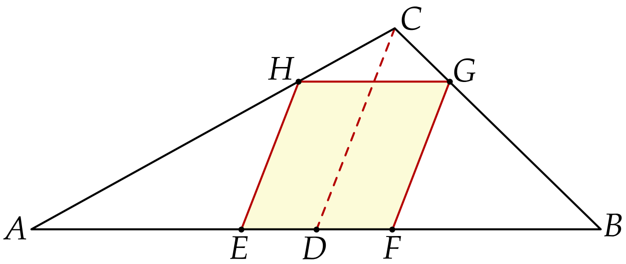
Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy ścianą boczną $BCFE$ i przekątną BD ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa?



A) $\alpha = \sphericalangle DBE$ B) $\alpha = \sphericalangle DBG$ C) $\alpha = \sphericalangle DBF$ D) $\alpha = \sphericalangle DBC$

ZADANIE 31 (2 PKT)

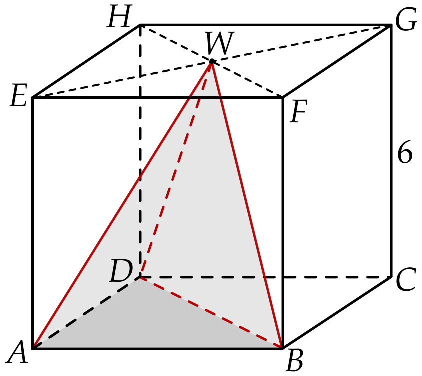
Wierzchołki rombu $EFGH$ leżą na bokach trójkąta ABC, przy czym boki EH i FG są równoległe do środkowej CD trójkąta ABC (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku rombu $EFGH$ jeżeli $|AB| = 16$ i $|CD| = 6$.

Informacja do zadań 32.1 i 32.2

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 6. Wierzchołki A, B i D podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W, który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup trójkątny $ABDW$.



ZADANIE 32.1 (1 PKT)

Objętość V ostrosłupa $ABDW$ jest równa

A) 108 B) 72 C) 216 D) 36

ZADANIE 32.2 (2 PKT)

Oblicz cosinus kąta ostrego jaki tworzą krawędzie AW i DW ostrosłupa.