

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

10 KWIETNIA 2021

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\log_3 4$ jest równa

- A) $\frac{1}{\log_2 \sqrt{3}}$ B) $\log_2 9$ C) $\frac{1}{\log_2 9}$ D) $\log_2 \sqrt{3}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+1} - 1}$ równa jest

- A) $+\infty$ B) $-\infty$ C) 0 D) -2

ZADANIE 3 (1 PKT)

Mamy cztery urny. W urnie o numerze k , dla $k = 0, 1, 2, 3$ znajduje się $k + 1$ kul białych i $9 - k$ kul czarnych. Rzucamy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek, od jednego oczka do sześciu oczek. Jeśli w wyniku rzutu otrzymamy ściankę z k oczkami, $k = 1, 2, \dots, 6$ to losujemy jedną kulę z urny, której numer jest równy reszcie z dzielenia liczby k przez 4. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

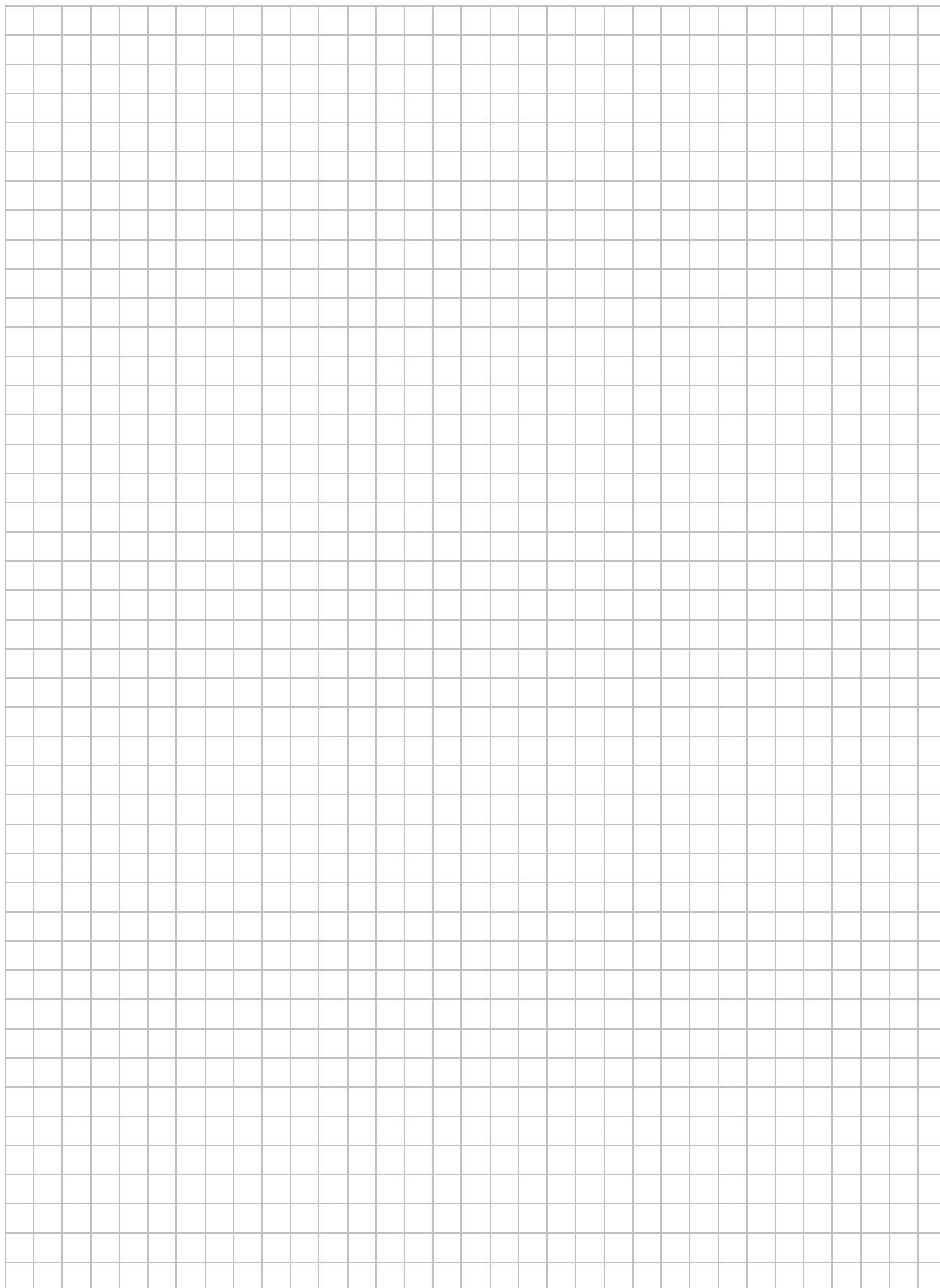
Liczba S jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym $\sqrt{3}$ i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba $(S - 3)$ jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym $\sqrt{3}$ i ilorazie q . Wynika stąd, że liczba q jest równa

- A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ZADANIE 5 (2 PKT)

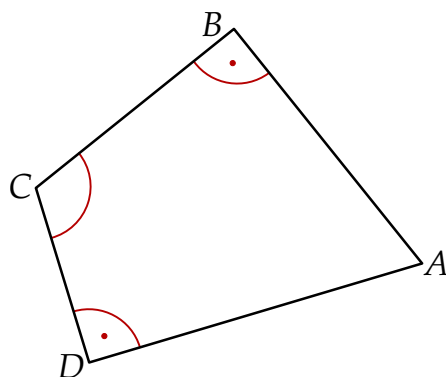
Wykaż, że jeżeli prawdopodobieństwa zdarzeń A i B spełniają warunki: $P(A) < \frac{5}{8}$ i $P(A \cap B) > \frac{4}{7}$, to

$$P(A \cap B') < \frac{1}{14}.$$

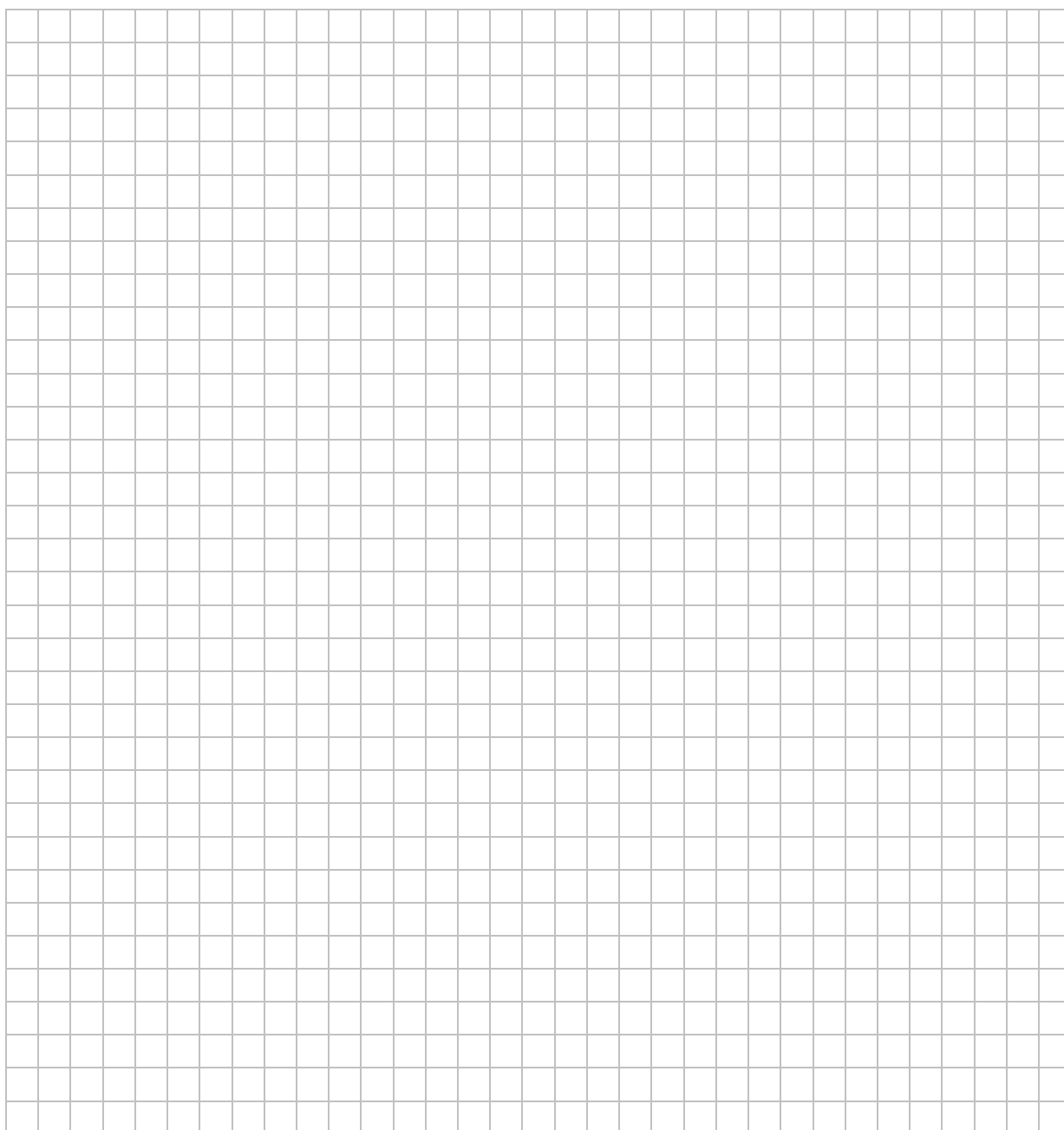


ZADANIE 6 (3 PKT)

W czworokącie wypukłym $ABCD$ kąty przy wierzchołkach B i D są proste (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta przy wierzchołku C jeżeli $|AC| = 1,3|BD|$.



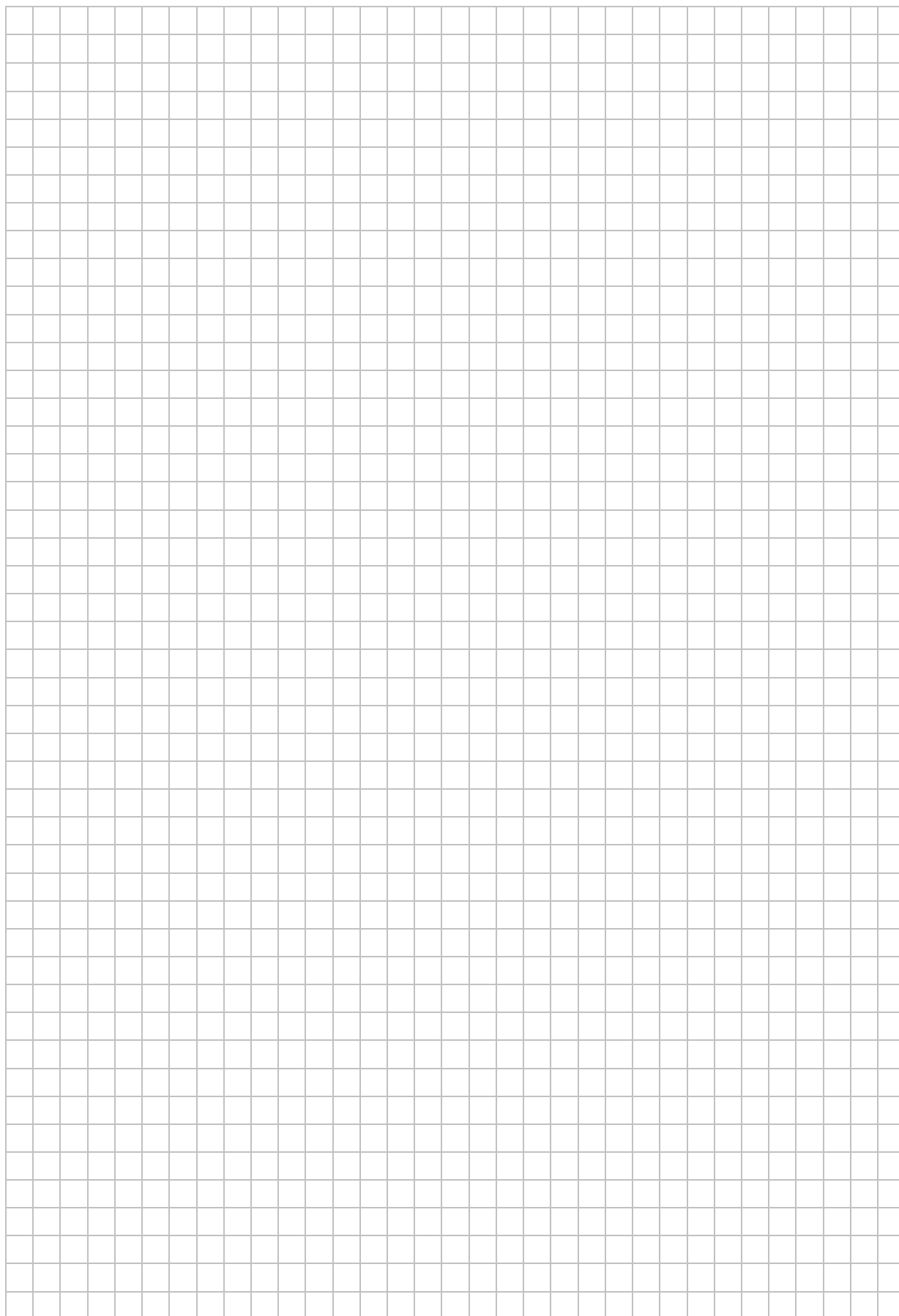
ZADANIE 7 (3 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y większej od 1 prawdziwa jest nierówność $2x^2 + 4y^2 + 1 > 4xy + 3y$.



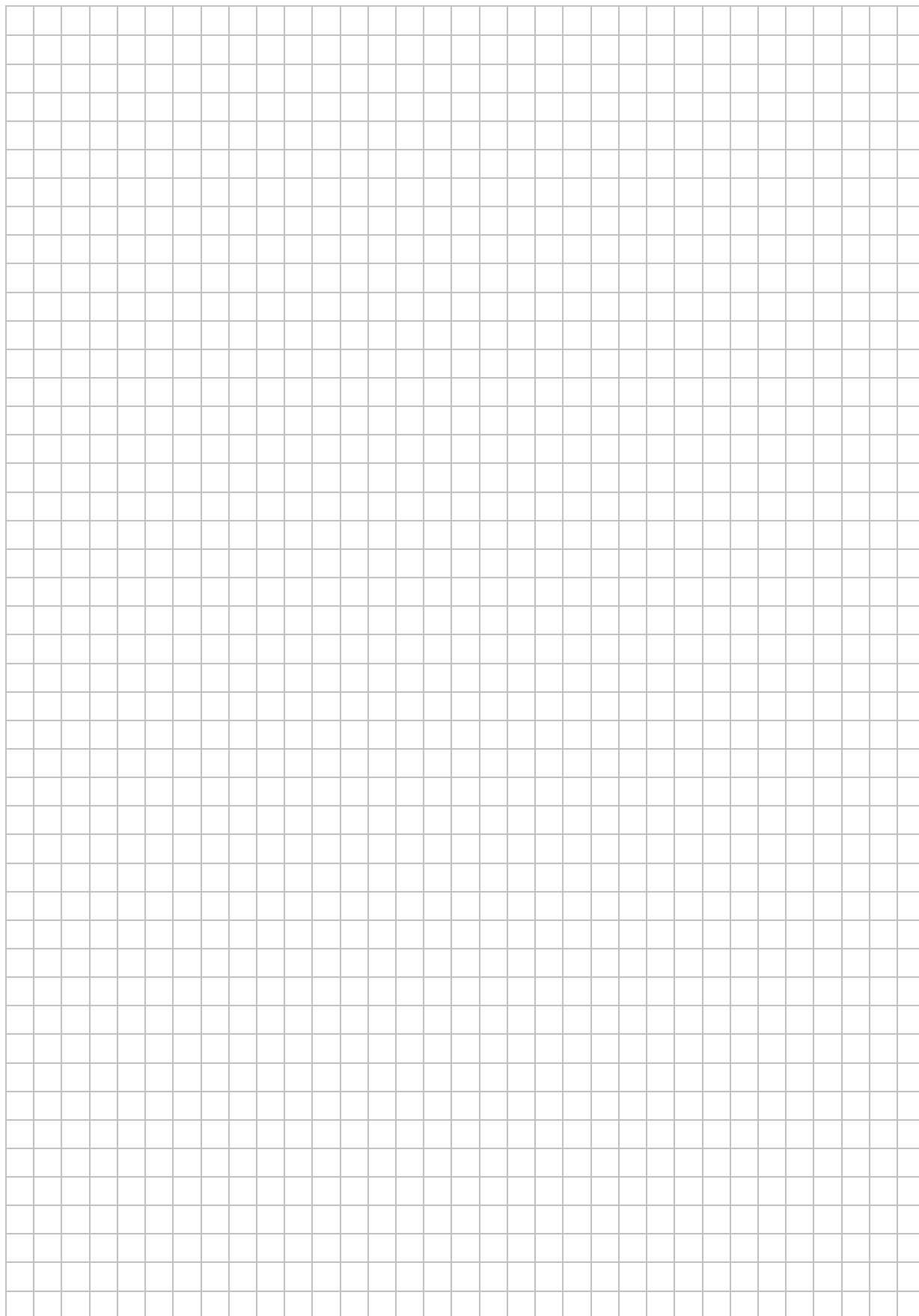
ZADANIE 8 (3 PKT)

Rozwiąż równanie: $\frac{|x|}{x} - 2 \sin \frac{x+|x|}{2} = 0$.



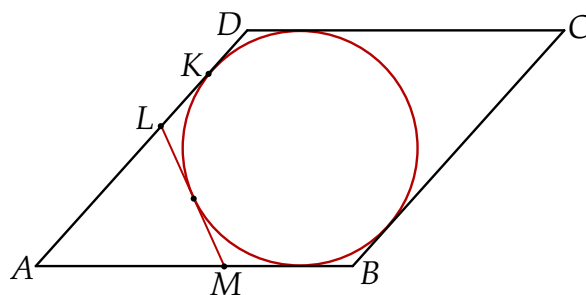
ZADANIE 9 (4 PKT)

Dla jakich wartości parametru p wielomian $W(x) = x^3 - 4x^2 - 3x - p$ ma trzy pierwiastki rzeczywiste?

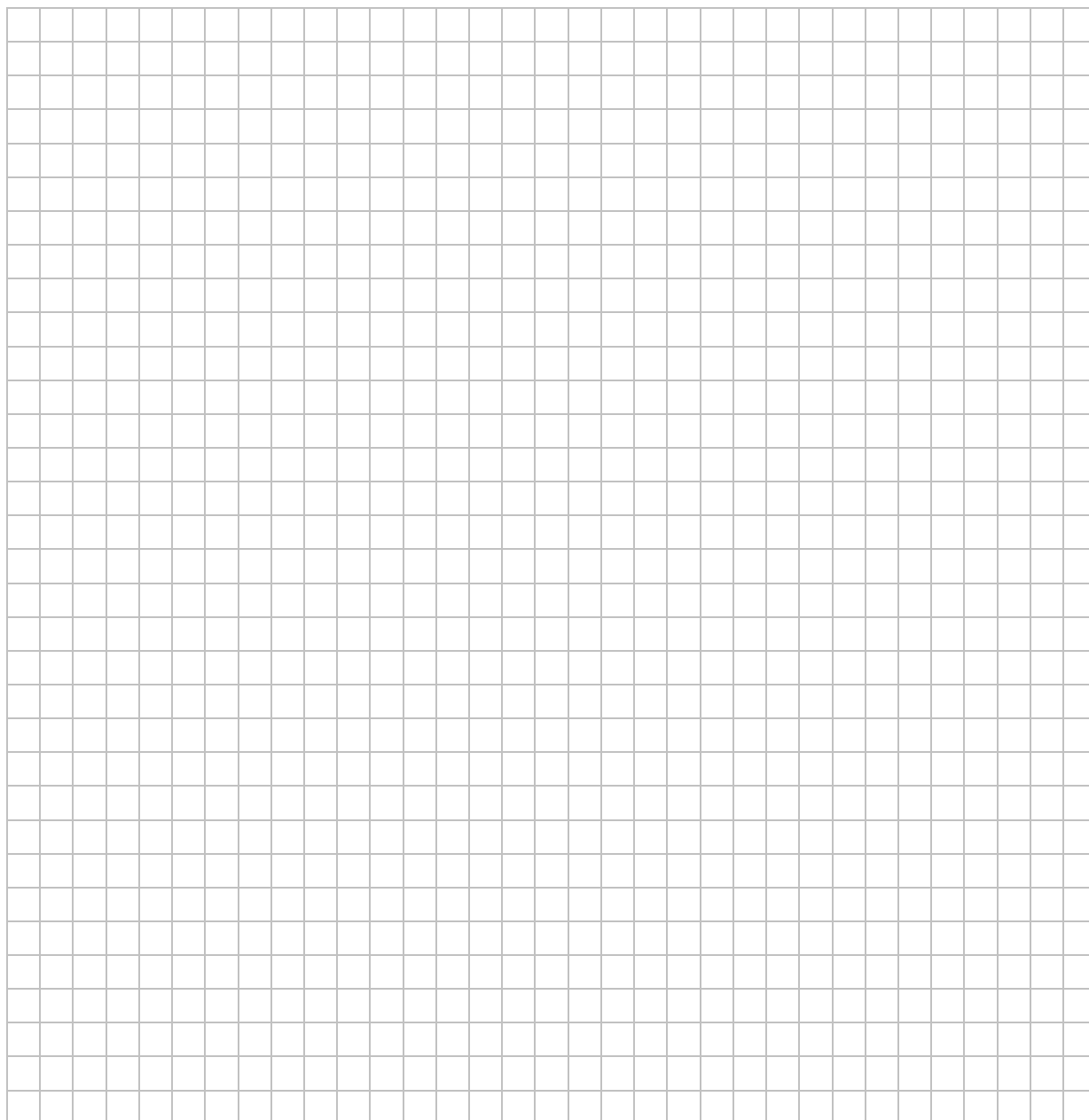


ZADANIE 10 (4 PKT)

Na bokach AB i AD rombu $ABCD$ wybrano odpowiednio punkty M i L w ten sposób, że $|AL| = |AM| = \frac{3}{5}|AB|$. Odcinek LM jest styczny do okręgu wpisanego w romb $ABCD$. Punkt K jest punktem styczności okręgu wpisanego w ten romb z bokiem AD (zobacz rysunek).



Wykaż, że $\frac{|AK|}{|KD|} = \frac{21}{4}$.





ZADANIE 11 (4 PKT)

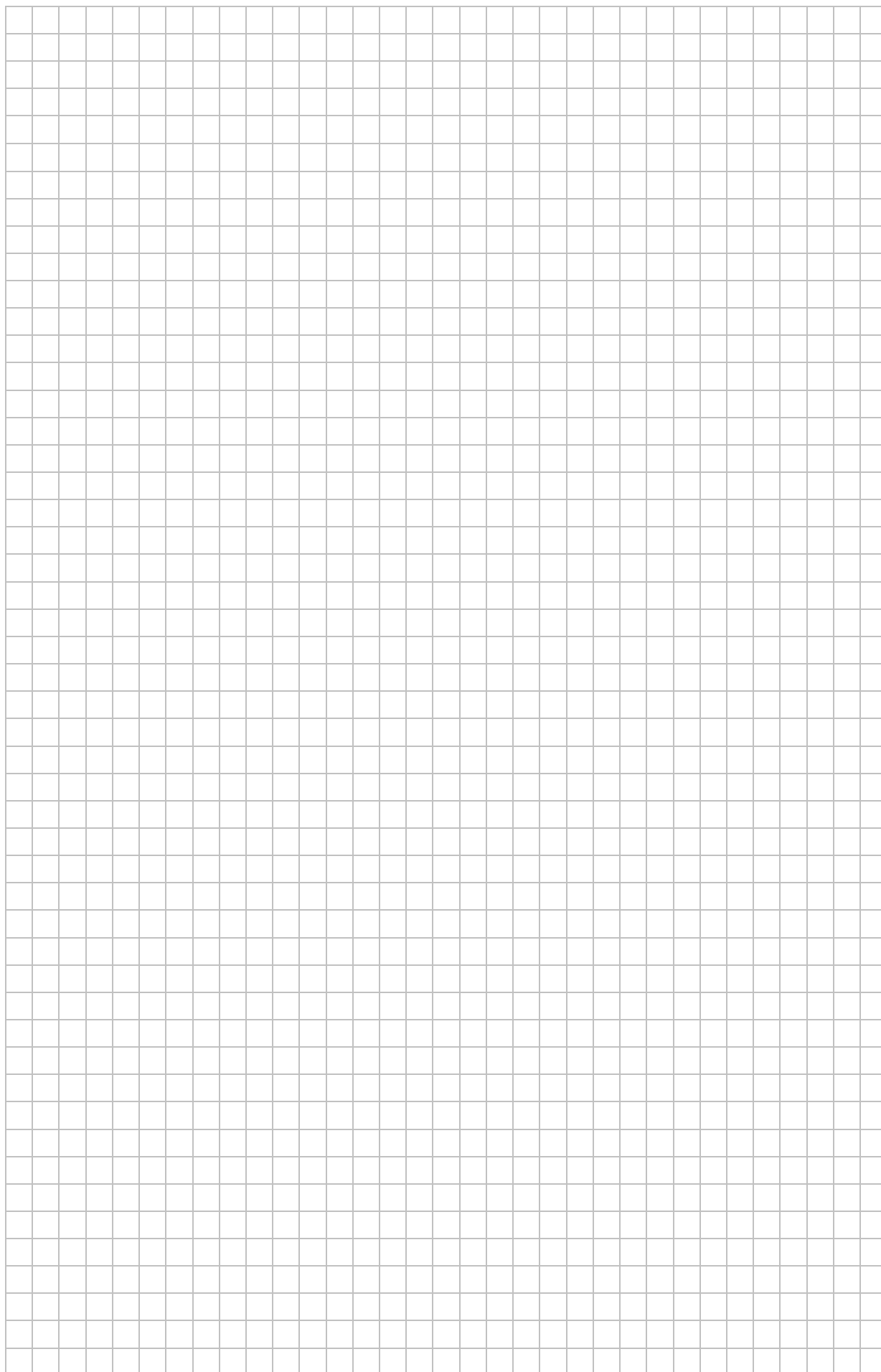
Wyznacz te wartości parametru p , dla których równanie $x^4 + (2p - 1)x^2 + 4p^2 - 1 = 0$ ma dokładnie dwa różne pierwiastki rzeczywiste.



ZADANIE 12 (5 PKT)

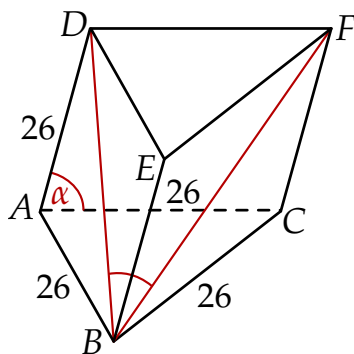
Czterowyrazowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Suma kwadratów trzech najmniejszych wyrazów tego ciągu jest pięciokrotnie większa od kwadratu czwartego wyrazu. Ponadto ciąg $(a - 10, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .



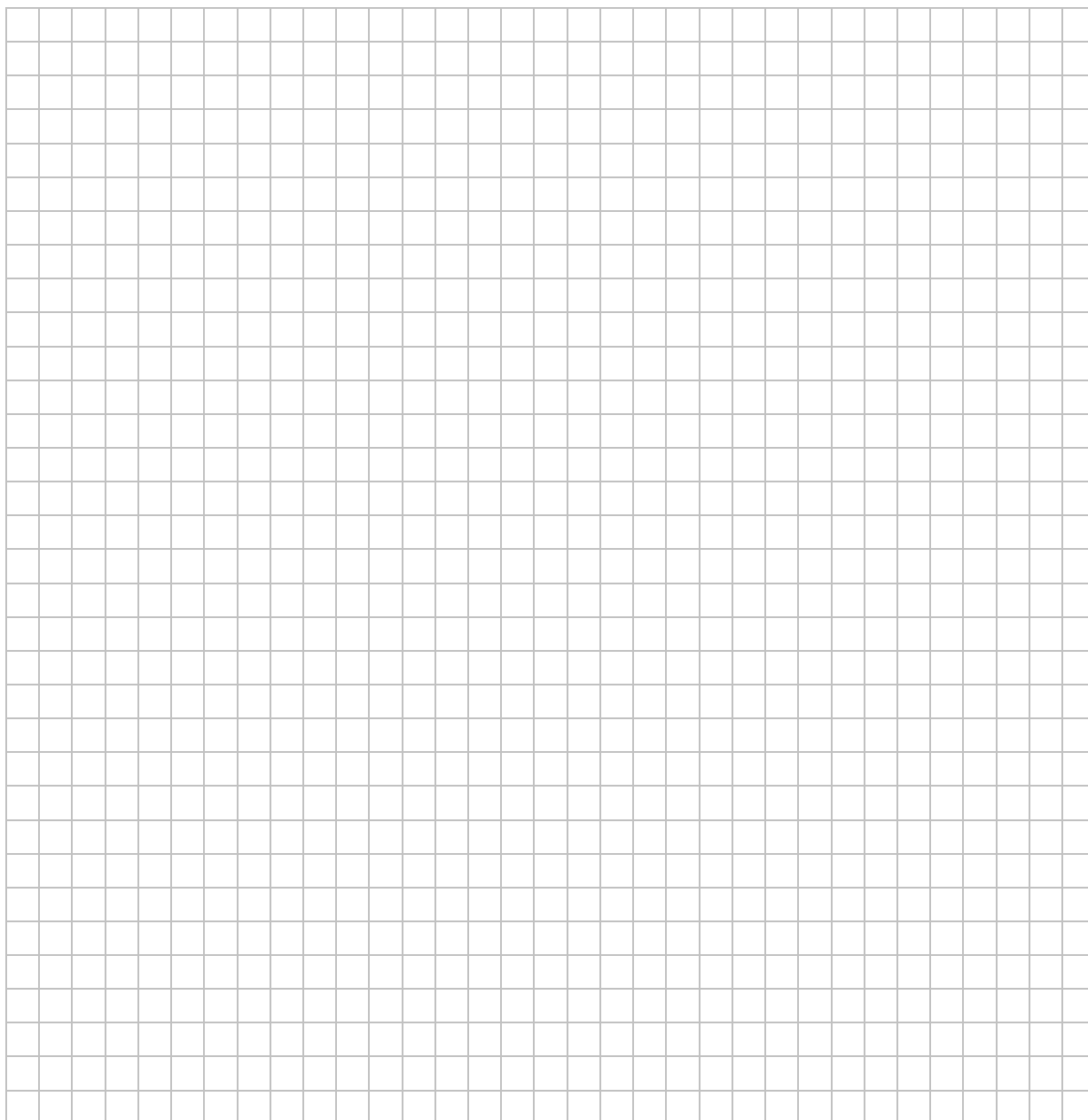


ZADANIE 13 (5 PKT)

Każda krawędź graniastosłupa trójkątnego ma długość 26. Ściana boczna $ACFD$ jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ABC , a krawędź AD jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$ (zobacz rysunek).



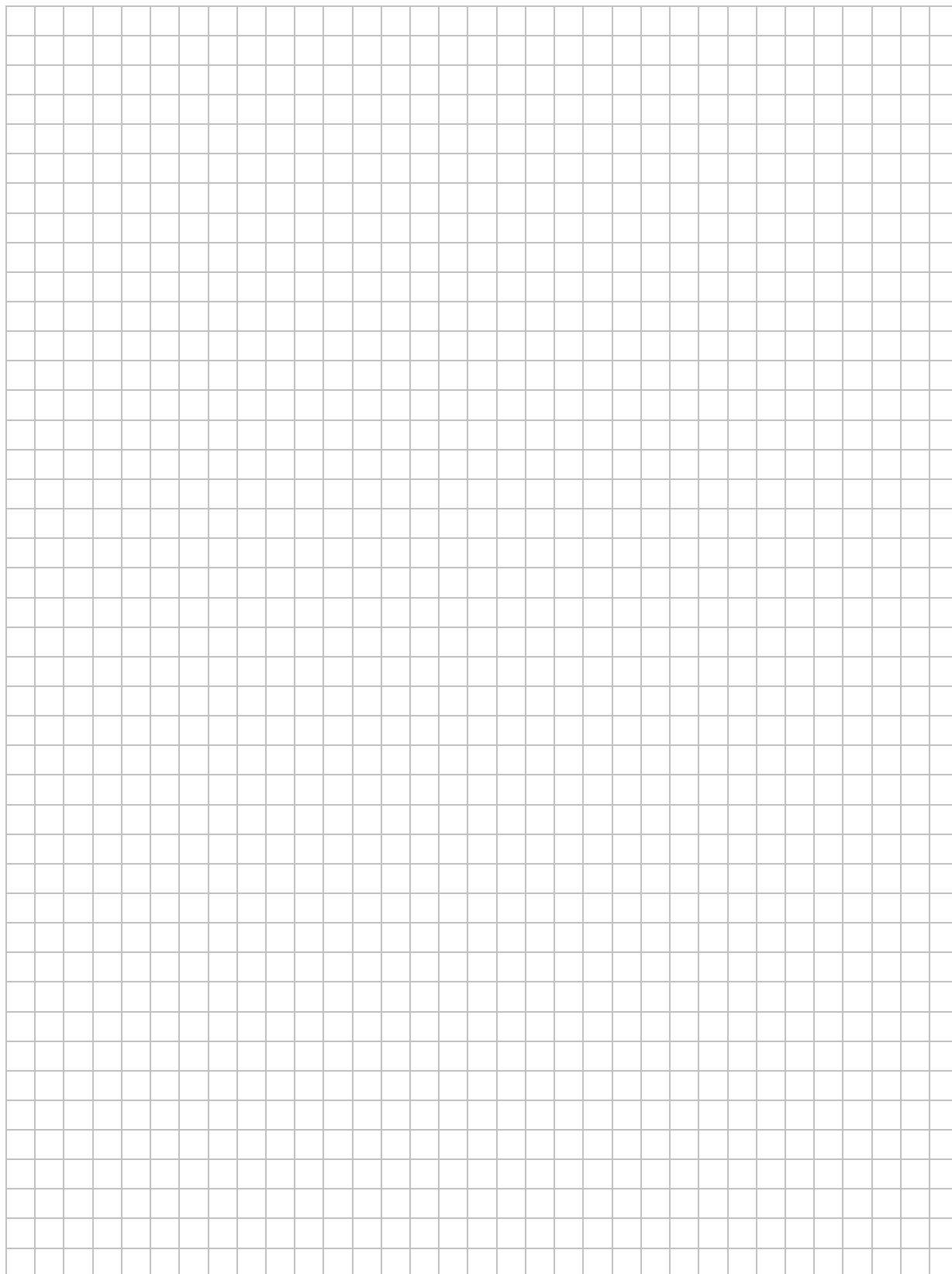
Oblicz cosinus kąta DBF .

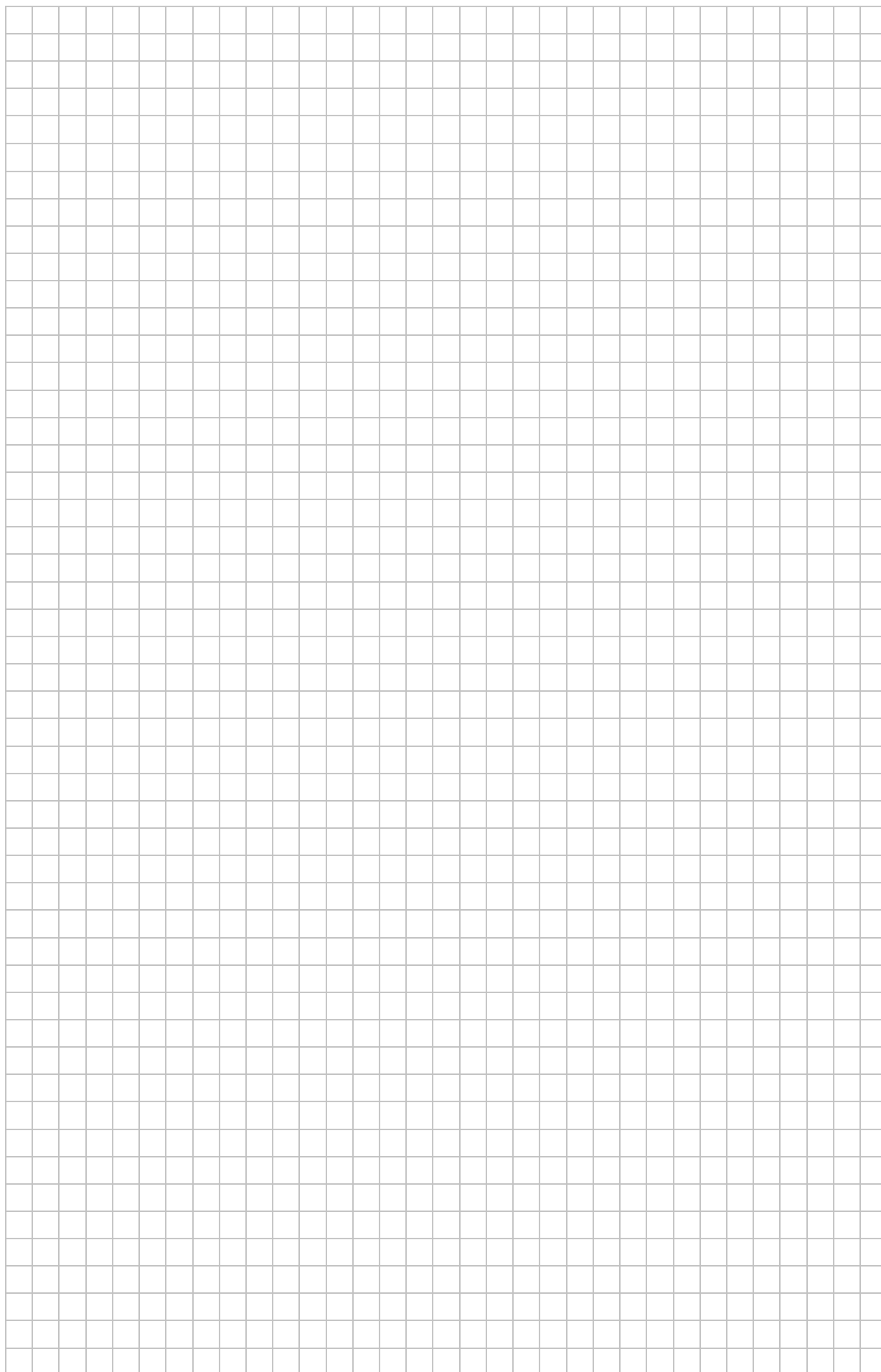




ZADANIE 14 (6 PKT)

Odległość każdego z wierzchołków A i B trójkąta ABC od punktu $K = (3, 16)$ jest równa $5\sqrt{5}$, a odległość tych wierzchołków od punktu $L = (-2, -19)$ jest równa 25. Okrąg opisany na trójkącie ABC jest styczny do prostej $y = -3$ w punkcie C . Punkt A znajduje się w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta ABC .





ZADANIE 15 (7 PKT)

Należy zaprojektować wymiary prostokątnego placu zabaw, tak aby szerokość trawnika wzdłuż dłuższych brzegów placu była równa 1,5 m, a szerokość trawnika wzdłuż krótszych brzegów placu była równa 2,5 m (zobacz rysunek – plac zabaw zaznaczono kolorem szarym). Sam plac zabaw ma mieć powierzchnię 1500 m^2 . Wyznacz takie wymiary placu zabaw, przy których powierzchnia placu wraz z trawnikami jest najmniejsza.

