

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

22 KWIETNIA 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Suma szeregu geometrycznego $-9 + 3\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} + \dots$ jest równa

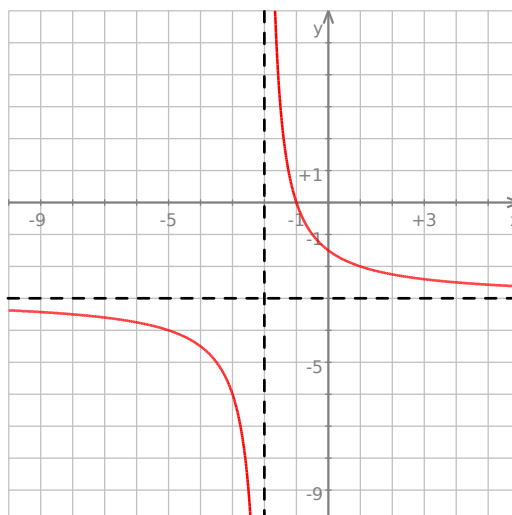
- A) $\frac{9\sqrt{3}+27}{2}$ B) $\frac{27-9\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{9\sqrt{3}-27}{2}$ D) $\frac{-27-9\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n^{-\frac{3}{4}} + 5n^{\frac{3}{4}}}{1 + 3n^{-\frac{3}{5}} - 2n^{\frac{1}{2}} + 3n^{-\frac{3}{4}}}$ jest równa

- A) ∞ B) $-\frac{5}{2}$ C) 0 D) $-\infty$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D = (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$.Równanie $|f(x)| = p$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie

- A) w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 3$.
 B) w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 2$.
 C) tylko wtedy, gdy $p = 3$.
 D) tylko wtedy, gdy $p = 2$.

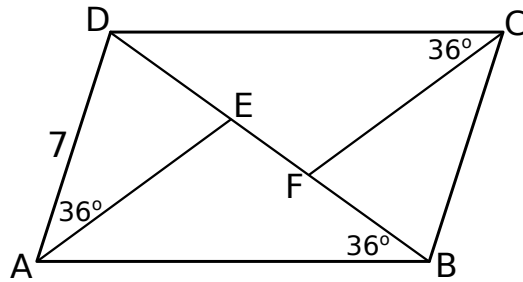
ZADANIE 4 (1 PKT)

Równanie $4 + 3 \cos x = \sin x$ w przedziale $(0, 2\pi)$

- A) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
 B) ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
 C) ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.
 D) nie ma rozwiązań rzeczywistych.

ZADANIE 5 (1 PKT)

W równoległoboku $ABCD$ na przekątnej BD wybrano punkty E i F tak, że $|DF| = |BE|$ (zobacz rysunek). Dane są ponadto: $|AD| = 7$, $|\angle DAE| = |\angle ABD| = |\angle DCF| = 36^\circ$.



Wówczas długość odcinka DF jest równa

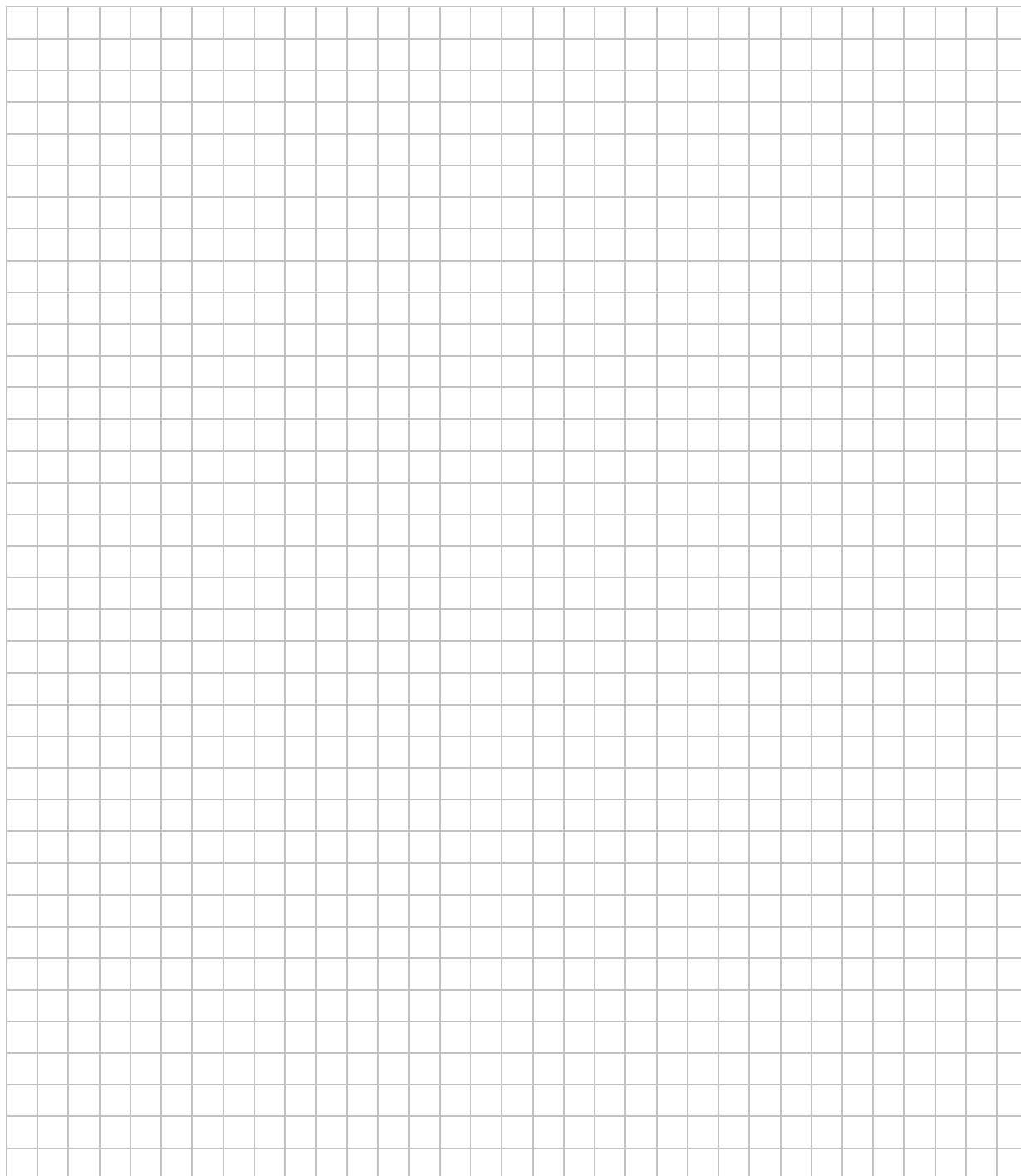
- A) $|DF| = 8$ B) $|DF| = 2\sqrt{5}$ C) $|DF| = 7$ D) $|DF| = 4\sqrt{3}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wśród 1200 uczniów pewnego liceum przeprowadzono sondaż dotyczący funkcjonowania sklepiku szkolnego. Wyniki sondażu przedstawiono w tabeli.

Badane grupy	Liczba uczniów zadowolonych z asortymentu sklepiku	Liczba uczniów niezadowolonych z asortymentu sklepiku
Chłopcy	320	260
Dziewczęta	280	340

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana osoba, spośród ankietowanych, jest zadowolona z asortymentu sklepiku, jeśli wiadomo, że jest dziewczynką.



ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną funkcji $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x^3 + 64}{x^2 + 8x + 16}$.

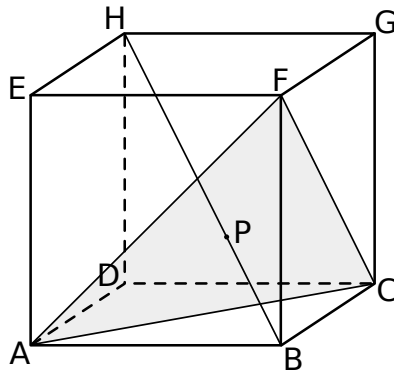
ZADANIE 8 (3 PKT)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

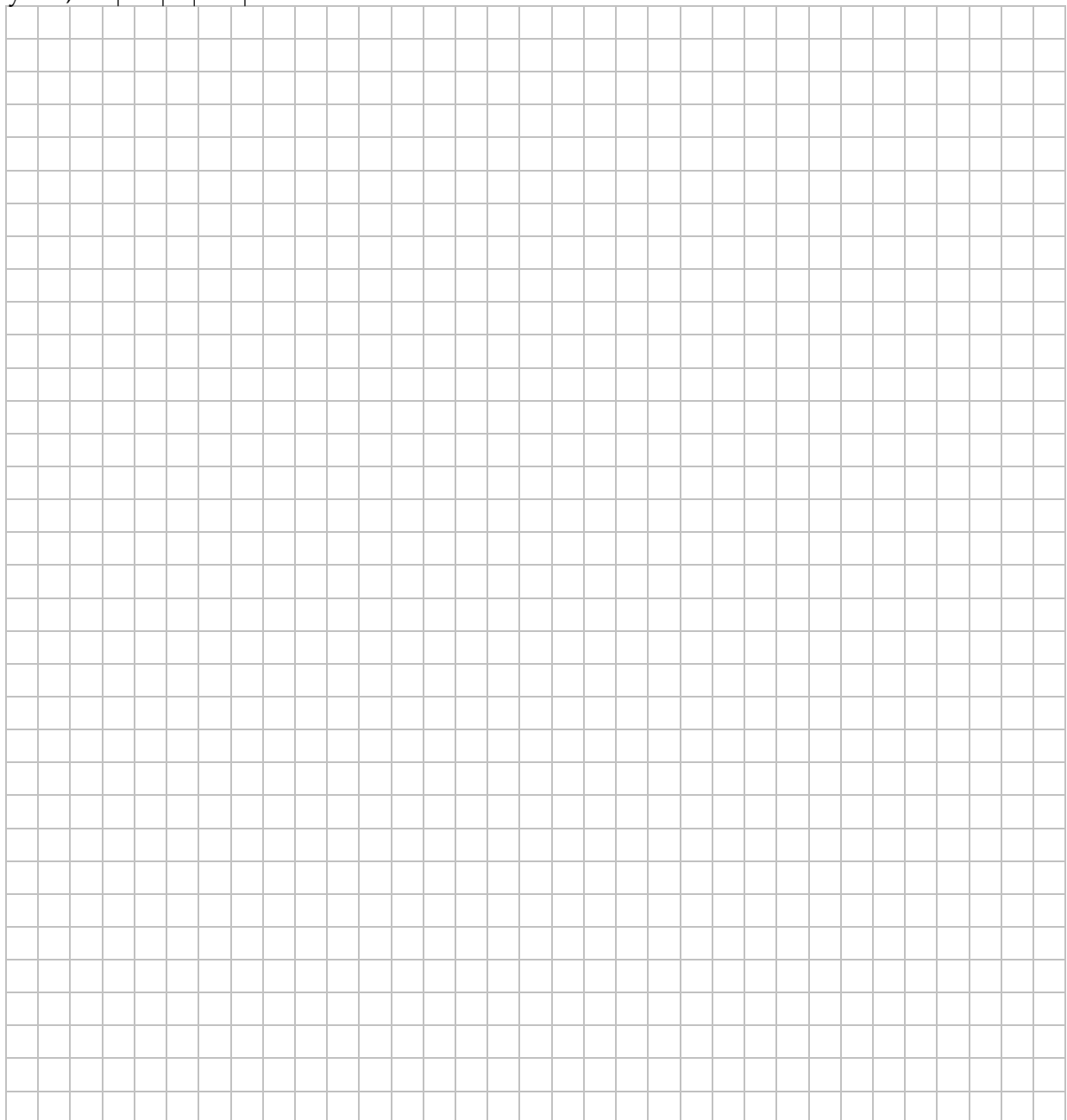
$$x(x - 3) + y(y - 3) \geq xy - 9.$$

ZADANIE 9 (3 PKT)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przez wierzchołki A, C oraz F poprowadzono płaszczyznę, która przecina przekątną BH w punkcie P (zobacz rysunek).

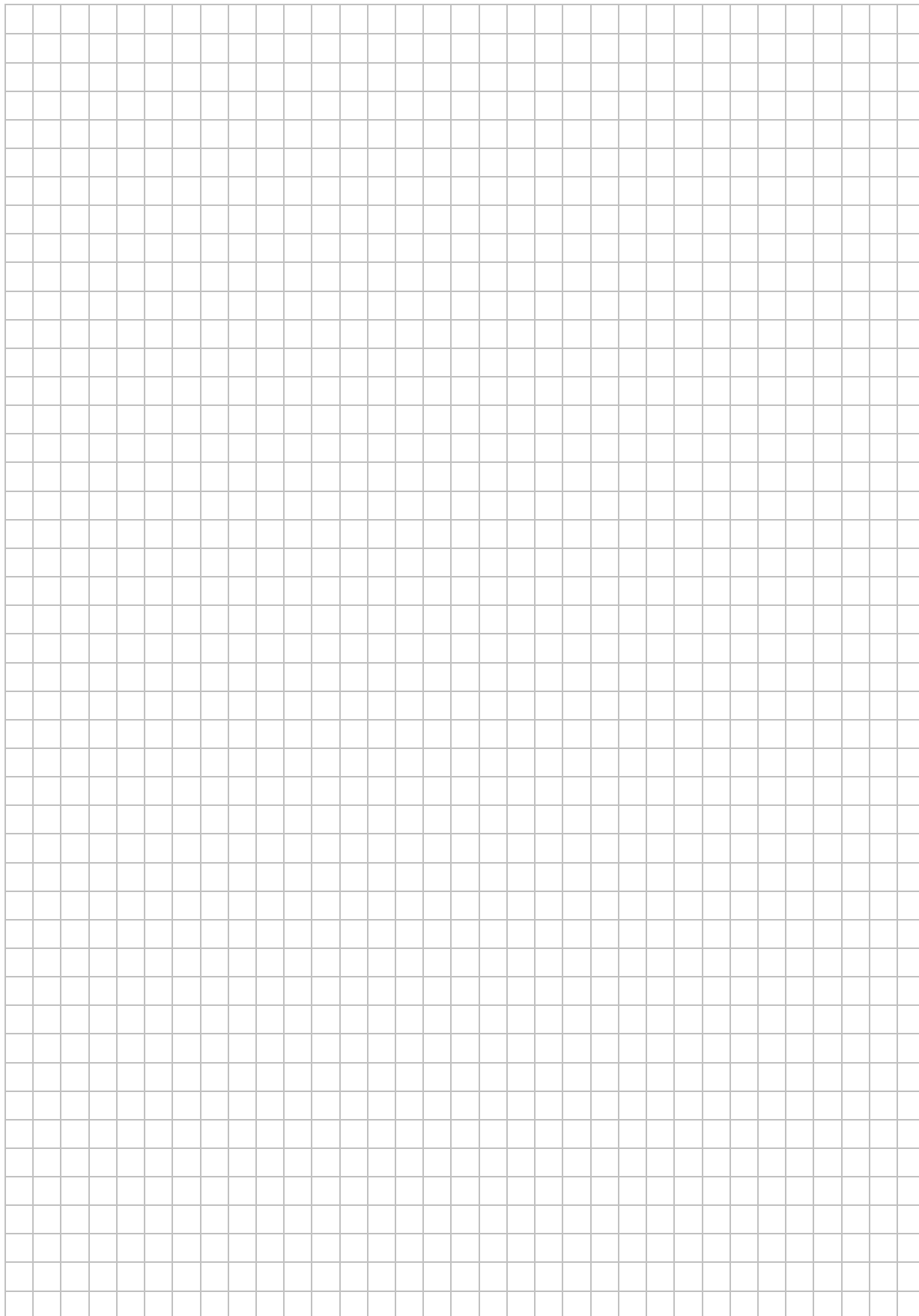


Wykaż, że $|BP| : |HP| = 1 : 2$.



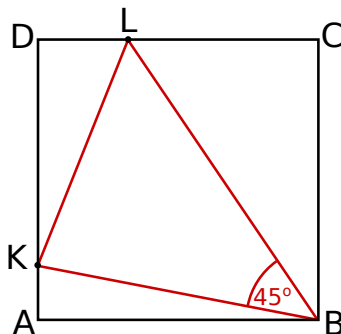
ZADANIE 10 (3 PKT)

Wielomian $W(x) = x^3 + bx^2 + cx - 6$ jest podzielny przez trójmian kwadratowy $x^2 + x - 2$.
Wyznacz współczynniki b i c wielomianu $W(x)$.

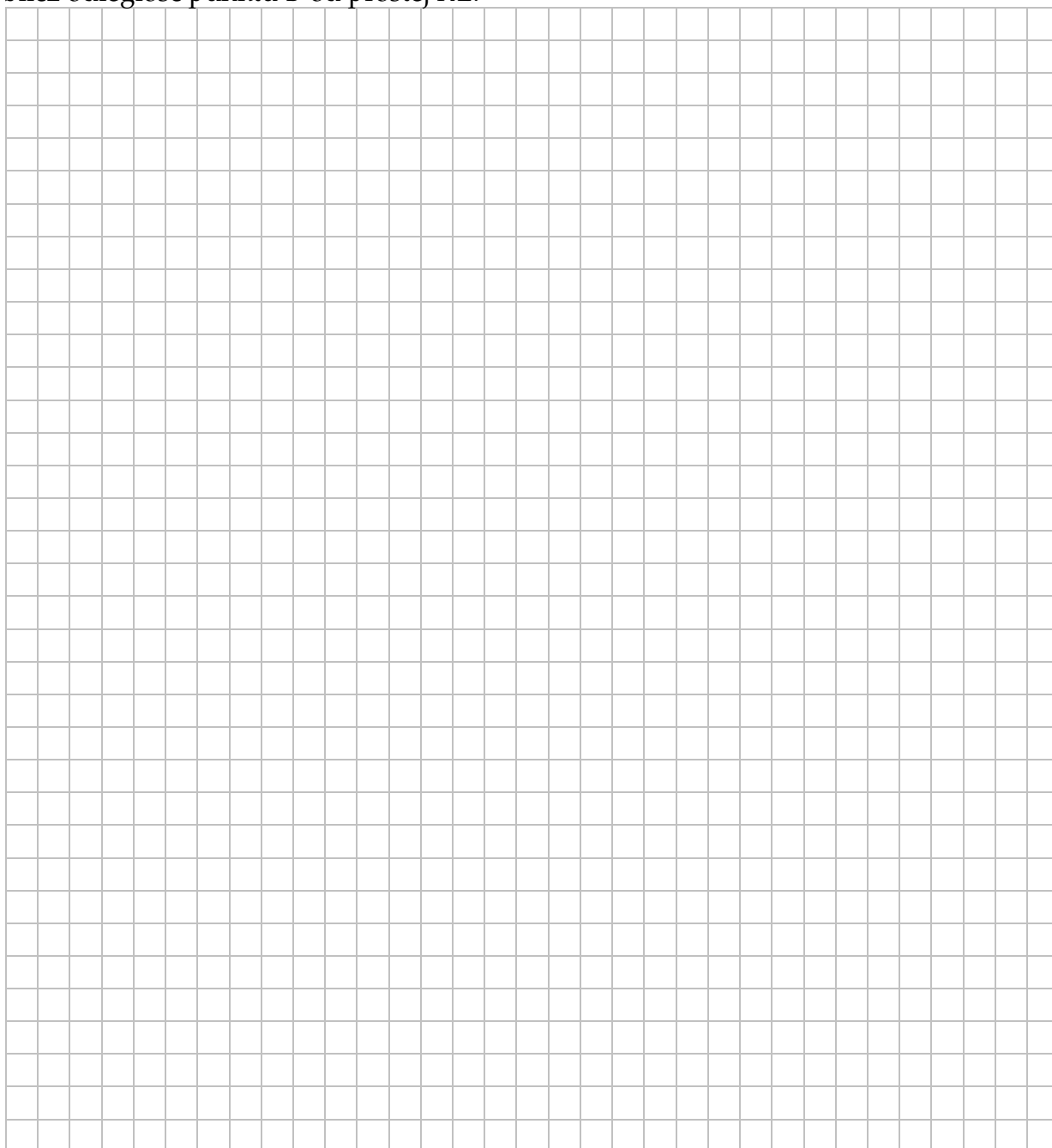


ZADANIE 11 (3 PKT)

Na bokach AD i DC kwadratu $ABCD$ o polu 1 wybrano punkty K i L w ten sposób, że $|\angle KBL| = 45^\circ$.

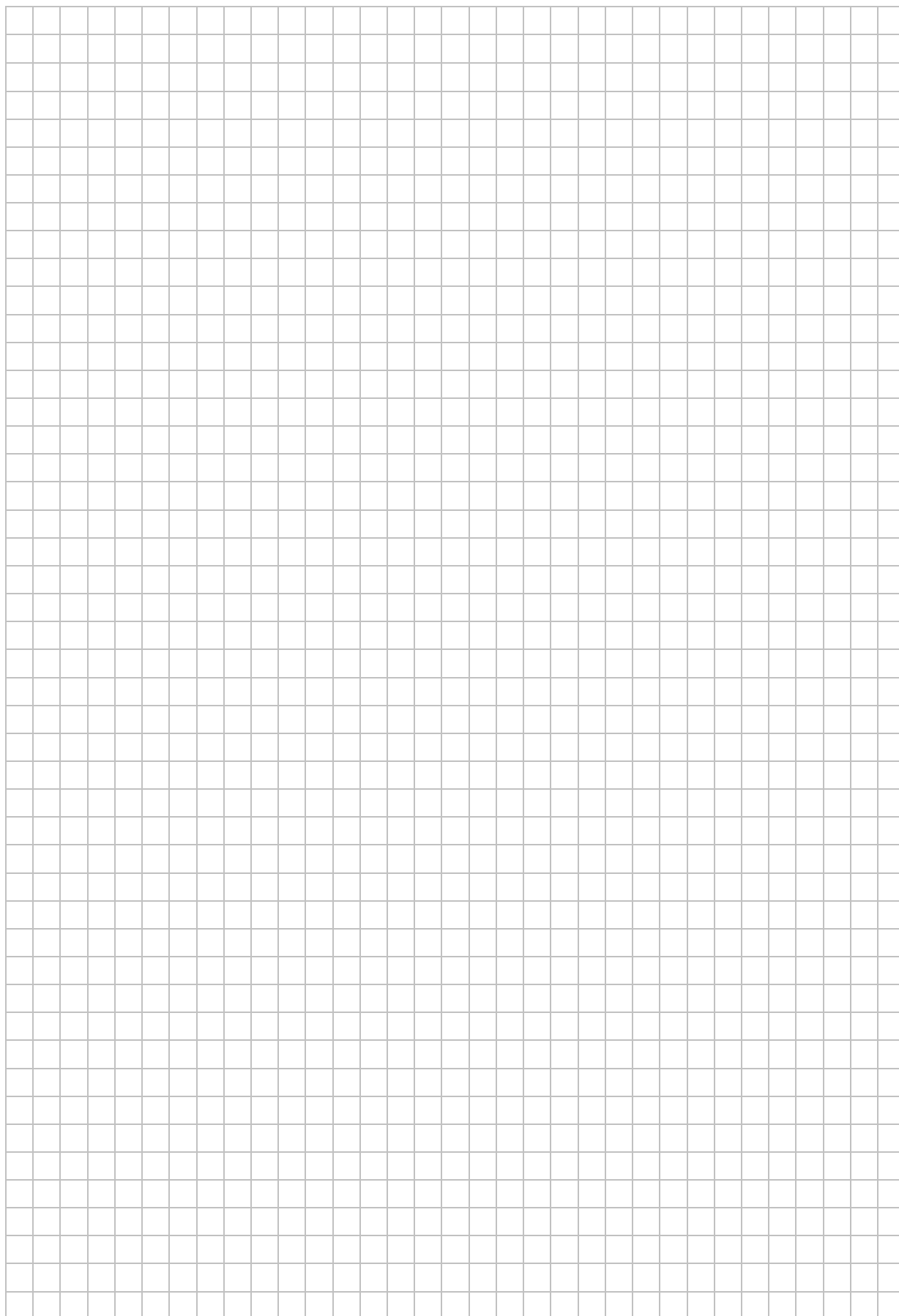


Oblicz odległość punktu B od prostej KL .



ZADANIE 12 (4 PKT)

Oblicz $2^{\log_3 5} \cdot 5^{\log_3 31,5} \cdot 7^{\log_3 0,6}$.



ZADANIE 13 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $|x^2 + 3x + 2| \leq |x + 2|$.

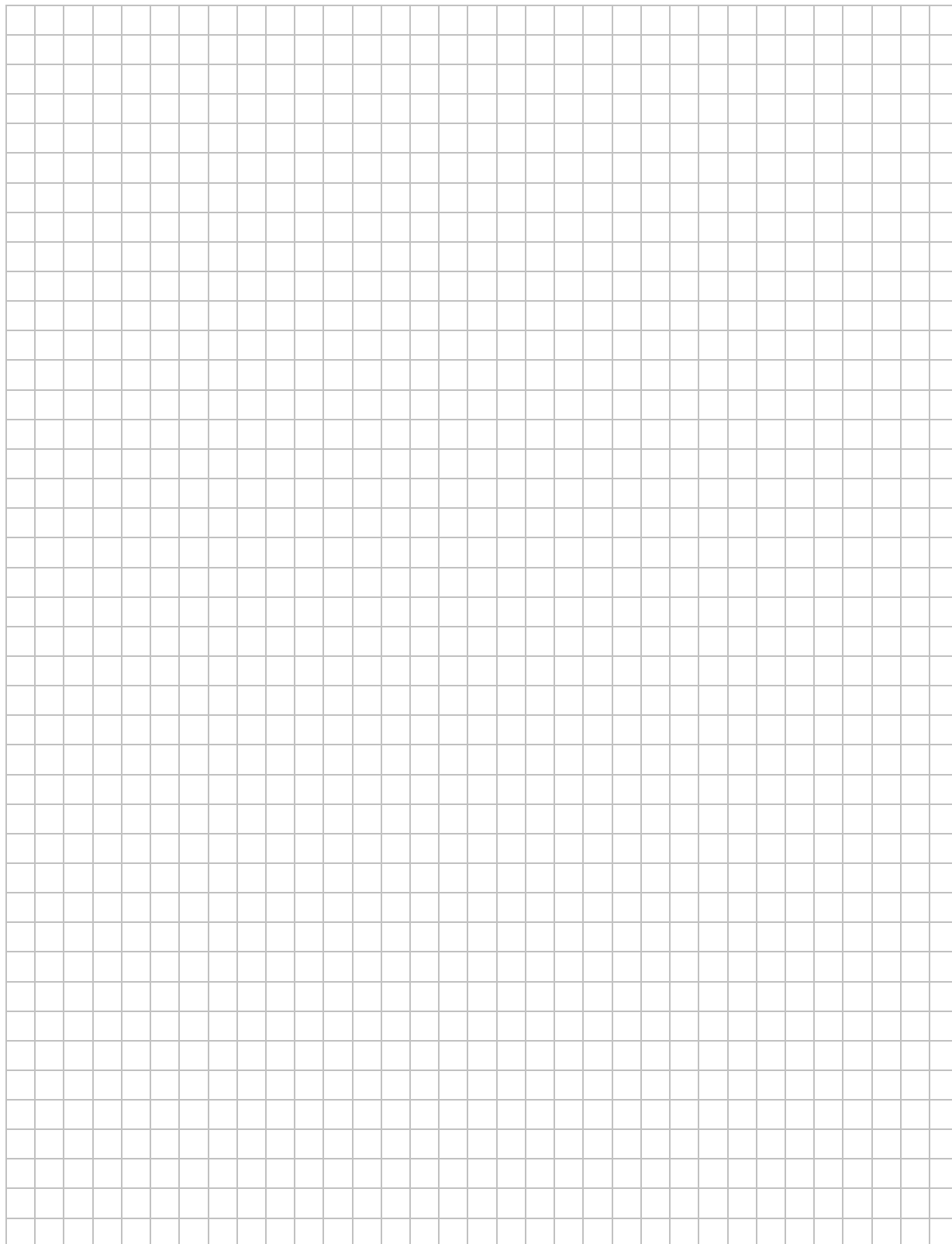


ZADANIE 14 (4 PKT)

Ciąg (a_n) określony dla $n \geq 1$ jest rosnący, ma wszystkie wyrazy ujemne oraz spełnia warunki

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{4} & \text{dla } n \geq 1 \\ a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} & \text{dla } n \geq 1. \end{cases}$$

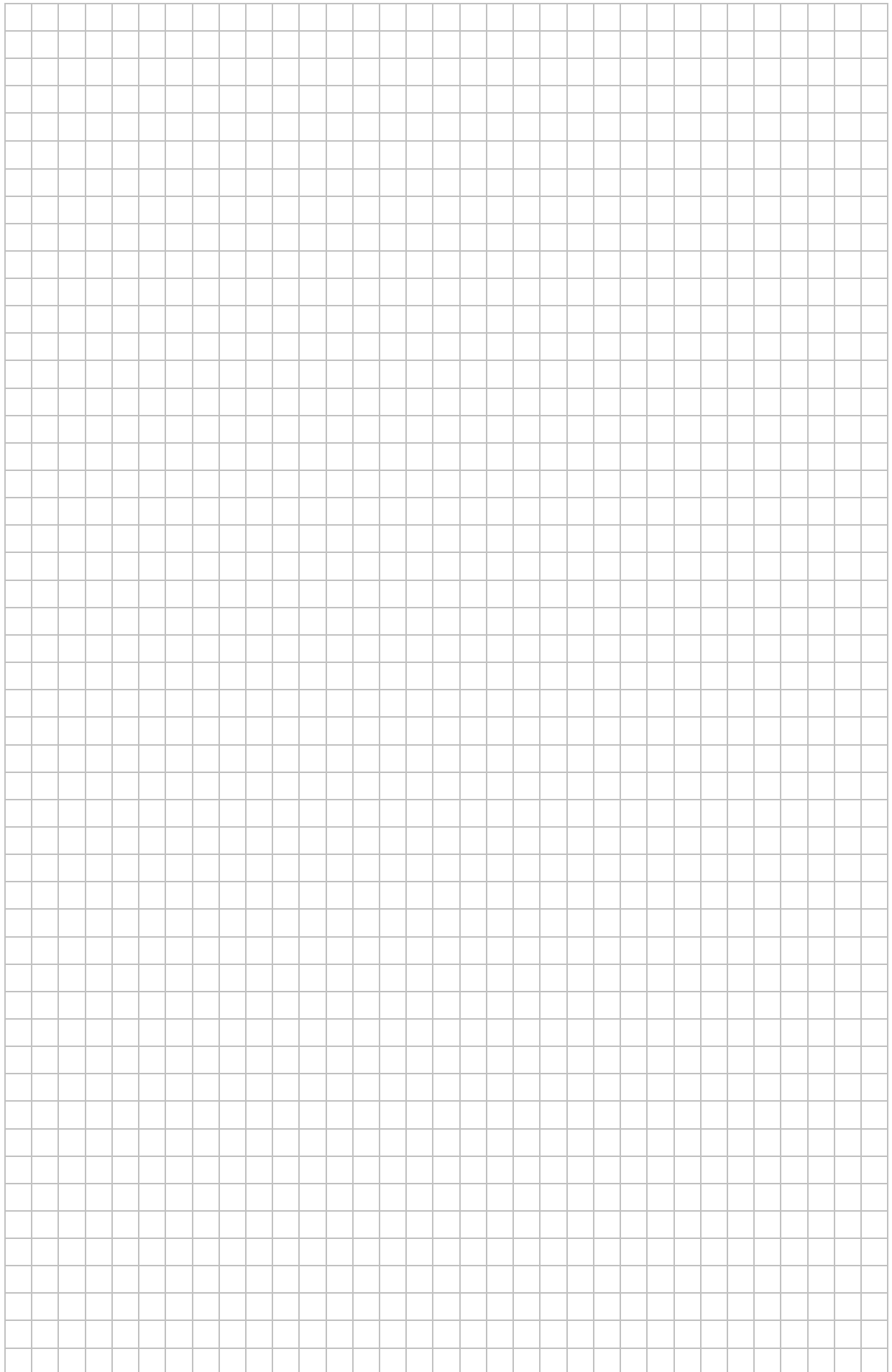
Oblicz iloraz $\frac{a_{2017}}{a_{2013}}$.



ZADANIE 15 (5 PKT)

Punkty $A = (2, 4)$, $B = (5, 3)$ i $C = (6, -4)$ są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg. Wierzchołek D tego czworokąta leży na prostej o równaniu $y = 2x + 5$. Wyznacz współrzędne punktu D .





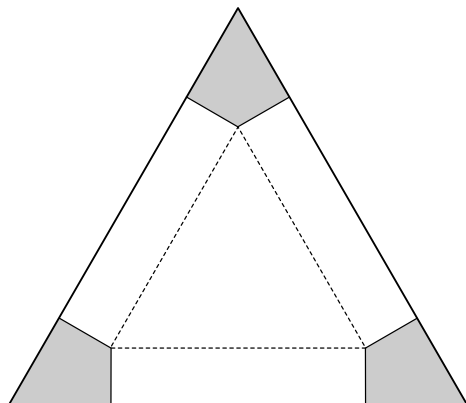
ZADANIE 16 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $x^2 + 3x + \frac{2-m}{m-3} = 0$ ma dwa różne pierwiastki x_1 i x_2 takie, że $x_1^3 + x_2^3 > -9$.



ZADANIE 17 (7 PKT)

Z kartonu w kształcie trójkąta równobocznego o boku długości 120 cm odcięto trzy identyczne czworokąty w narożnikach (zobacz rysunek).



Następnie zagięto karton wzdłuż linii przerywanych, tworząc w ten sposób pudełko w kształcie graniastosłupa trójkątnego prostego (bez przykrywki). Oblicz długość krawędzi podstawy tego pudełka, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.

