CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY	
KOD	PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **2 czerwca 2017 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY
Uprawnienia zdającego do:
☐ dostosowania kryteriów oceniania
☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 6. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-173

MMA 2017

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Równanie $||x-4|-2|=2$ ma dokładnie

A. dwa rozwiązania rzeczywiste.
B. jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. cztery rozwiązania rzeczywiste.
D. trzy rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_4 25+\log_2 10$ jest równa

A. $\log_2 15$ **B.** $\log_2 50$ **C.** $\log_2 210$ **D.** $\log_2 635$

Zadanie 3. (0–1)

Punkt $P'=(3,-3)$ jest obrazem punktu $P=(1,3)$ w jednokładności o środku w punkcie $S=(-2,12)$. Skala tej jednokładności jest równa

A. $\frac{3}{5}$ **B.** $\frac{5}{3}$ **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x}{2x-8}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 4$. Wówczas pochodna tej funkcji dla argumentu $x=\sqrt{2}+4$ jest równa

A. $-\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}$ **C.** -1 **D.** $2\sqrt{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny, w którym iloraz jest trzy razy większy od pierwszego wyrazu, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{1}{4}$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{3}{7}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** 7

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–2)

Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -1$ i $x_2 = 12$. Oblicz największą wartość tej funkcji. Zakoduj kolejno, od lewej do prawej, cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

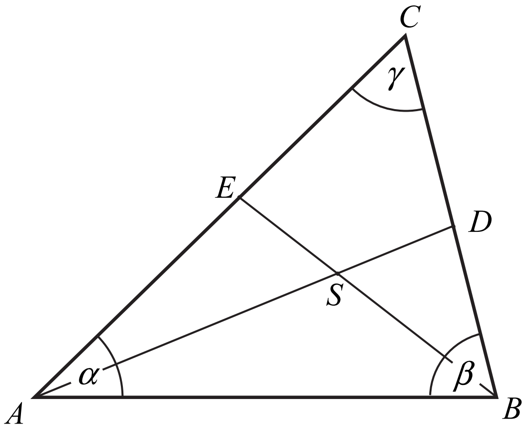
Zadanie 7. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$5x^2 + y^2 - 4xy + 6x + 9 \geq 0 .$$

Zadanie 8. (0–3)

Miary kątów trójkąta ABC są równe $\alpha = |\sphericalangle BAC|$, $\beta = |\sphericalangle ABC|$ i $\gamma = |\sphericalangle ACB|$. Punkt S jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt, a proste zawierające odcinki AS i BS przecinają boki BC i AC tego trójkąta w punktach odpowiednio D i E (zobacz rysunek).



Wykaż, że jeżeli $\alpha + \beta = 2\gamma$, to na czworokącie $DCES$ można opisać okrąg.

Zadanie 9. (0–4)

Z cyfr 0, 1, 2 tworzymy pięciocyfrowe liczby całkowite dodatnie podzielne przez 15. Oblicz, ile możemy utworzyć takich liczb.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–5)

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny, a ciąg (b_n) jest geometryczny. Pierwszy wyraz a_1 ciągu arytmetycznego jest ilorazem ciągu geometrycznego (b_n). Wyrazy ciągu (a_n) są liczbami całkowitymi, a suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 124. Natomiast pierwszy wyraz b_1 ciągu geometrycznego jest różnicą ciągu arytmetycznego (a_n). Suma dwóch pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego (b_n) jest równa 18. Wyznacz te ciągi.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $3\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–5)

Prosta l, na której leży punkt $P=(8,2)$, tworzy z dodatnimi półosiami układu współrzędnych trójkąt prostokątny o polu równym 36. Wyznacz równanie prostej l.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - 3mx + 2m^2 + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–6)

Trapez równoramienny $ABCD$ o ramieniu długości 6 wpisany jest w okrąg, przy czym dłuższa podstawa AB trapezu, o długości 12, jest średnicą tego okręgu. Przekątne AC i BD trapezu przecinają się w punkcie P. Oblicz pole koła wpisanego w trójkąt ABP.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany o objętości 8, których stosunek długości dwóch krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka jest równy $1:2$ oraz suma długości wszystkich dwunastu krawędzi jest mniejsza od 28. Wyznacz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jako funkcję długości jednej z jego krawędzi. Wyznacz dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***