PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

11 KWIETNIA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Styczna do wykresu funkcji $y = -x^3 + 3x^2 - 2x$ w punkcie $(1,0)$ ma równanie

A) $y = x$ B) $y = -x + 1$ C) $y = x + 1$ D) $y = x - 1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wskaż wartość parametru m, dla którego prosta $y + 2x + m = 0$ jest styczna do okręgu o równaniu $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$

A) $m = 6$ B) $m = 5\sqrt{5} - 1$ C) $m = -6$ D) $m = -4$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Suma szeregu geometrycznego $-4 + 2\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + \ldots$ jest równa

A) $4\sqrt{2} + 8$ B) $4\sqrt{2} - 8$ C) $8 - 4\sqrt{2}$ D) $-8 - 4\sqrt{2}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Która z poniższych liczb jest ujemna?

A) $\sin\frac{19\pi}{7}$ B) $\operatorname{tg}\left(-\frac{13\pi}{7}\right)$ C) $\operatorname{tg}\frac{10\pi}{7}$ D) $\cos\frac{19\pi}{7}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcja $f(x) = x^2 - |x^2 - 2x|$ określona dla wszystkich liczb rzeczywistych

A) ma trzy miejsca zerowe.
B) jest rosnąca.
C) ma jedno minimum lokalne.
D) nie ma ekstremów lokalnych.

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wiedząc, że $a = \log_2 5$, oblicz $\log_{0,5} 0,2$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{(n+3)^2}{n+2} - \frac{n^2+1}{n+3}\right)$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \log 3^x$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = \sqrt{3}$

ZADANIE 9 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $2\sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Wyznacz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{x-3}{(x+7)^2}$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Wyznacz liczbę $a > 1$, która spełnia równanie $2a^2 + \frac{2}{a^2} = 7a + \frac{7}{a}$.

ZADANIE 12 (3 PKT)

Promienie okręgów o_1 i o_2 są równe odpowiednio $r_1 = 29$ i $r_2 = 25$, a odległość między środkami tych okręgów jest równa 36. Oblicz długość odcinka łączącego punkty wspólne okręgów o_1 i o_2.

ZADANIE 13 (3 PKT)

Rzucamy sześcienną kostką do gry tak długo, aż otrzymamy co najmniej dwie nieparzyste liczby oczek, albo 10 parzystych liczb oczek. Oblicz prawdopodobieństwo, że w przeprowadzonym doświadczeniu otrzymaliśmy liczbę oczek równą 5, przy założeniu, że otrzymaliśmy tylko jedną nieparzystą liczbę oczek.

Zadanie 14 (3 pkt)

Wykaż, że jeżeli x_0 jest rozwiązaniem równania $2x^5+5x^4+5x^2+20x+3=0$, to $x_0 \in (-1, 0)$.

ZADANIE 15 (4 PKT)

Na bokach BC, AC i AB trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty D, E i F. Wykaż, że jeżeli okręgi opisane na trójkątach AFE i BDF są styczne, to punkt F leży na okręgu opisanym na trójkącie CED.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Dwa boki trójkąta równoramiennego są zawarte w osiach układu współrzędnych, a prosta zawierająca trzeci bok tego trójkąta jest styczna do paraboli o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{11}{2}$. Oblicz pole tego trójkąta. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

ZADANIE 17 (6 PKT)

Graniastosłup prawidłowy trójkątny przecięto płaszczyzną, przechodzącą przez środek ciężkości górnej podstawy i krawędź dolnej podstawy, pod kątem α do dolnej podstawy. Pole otrzymanego przekroju wynosi P. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Zadanie 18 (7 pkt)

Oblicz prawdopodobieństwo, że w czterech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 5.