Centralna Komisja Egzaminacyjna

ARKUSZ ĆWICZENIOWY
Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

MARZEC 2012

1. Sprawdź, czy arkusz ćwiczeniowy zawiera 22 strony (zadania 1–32).
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (22–32) może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Czas pracy: 170 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. ***(1 pkt)***
Liczbę $\sqrt{32}$ można przedstawić w postaci

A. $8\sqrt{2}$ **B.** $12\sqrt{3}$ **C.** $4\sqrt{8}$ **D.** $4\sqrt{2}$

Zadanie 2. ***(1 pkt)***
Potęga $\left(\frac{y}{x}\right)^5$ (gdzie x i y są różne od zera) jest równa

A. $-5\cdot\frac{x}{y}$ **B.** $\left(\frac{x}{y}\right)^{-5}$ **C.** $\frac{y^5}{x}$ **D.** $-\left(\frac{x}{y}\right)^5$

Zadanie 3. ***(1 pkt)***
Liczba $\log_3 \frac{1}{27}$ jest równa

A. -3 **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 3

Zadanie 4. ***(1 pkt)***
Wyrażenie $\left||x|+1\right|$ dla $x<0$ jest równe

A. $x+1$ **B.** $x-1$ **C.** $-x+1$ **D.** $-x-1$

Zadanie 5. ***(1 pkt)***
W pewnym sklepie ceny wszystkich płyt CD obniżono o 20%. Zatem za dwie płyty kupione w tym sklepie należy zapłacić mniej o

A. 10% **B.** 20% **C.** 30% **D.** 40%

Zadanie 6. ***(1 pkt)***
Wielomian $4x^2-100$ jest równy

A. $(2x-10)^2$ **B.** $(2x-10)(2x+10)$ **C.** $4(x-10)^2$ **D.** $4(x-10)(x+10)$

Zadanie 7. ***(1 pkt)***
Równanie $\frac{x^2+36}{x-6}=0$

A. nie ma rozwiązań. **B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania. **D.** ma dokładnie trzy rozwiązania.

BRUDNOPIS

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Największą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $(4+x)^2 < (x-4)(x+4)$ jest

A. -5 **B.** -4 **C.** -3 **D.** -2

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Funkcja liniowa $f(x) = \frac{1}{2}x - 6$

A. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0,6)$.

B. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0,6)$.

C. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0,-6)$.

D. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0,-6)$.

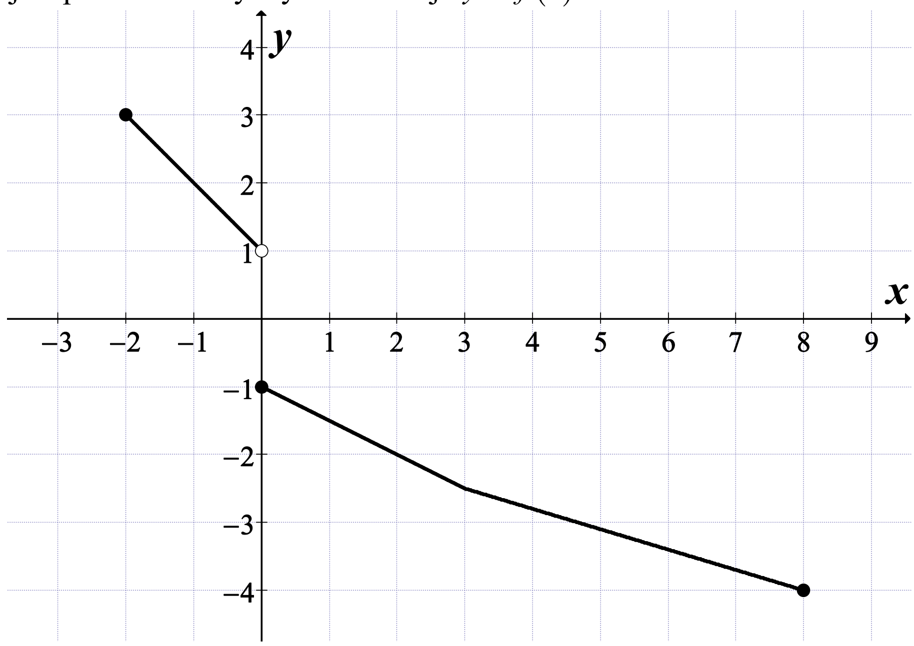
Zadanie 10. *(1 pkt)*

Liczby x_1, x_2 są rozwiązaniami równania $4(x+2)(x-6)=0$. Suma $x_1^2 + x_2^2$ jest równa

A. 16 **B.** 32 **C.** 40 **D.** 48

Zadanie 11. *(1 pkt)*

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.



Zbiorem wartości tej funkcji jest

A. $\langle -4, 3\rangle$ **B.** $\langle -4,-1\rangle \cup \langle 1,3\rangle$ **C.** $\langle -4, -1\rangle \cup (1, 3\rangle$ **D.** $\langle -5, 6\rangle$

Zadanie 12. *(1 pkt)*

W trójkącie prostokątnym dane są kąty ostre: $\alpha = 27^\circ$ i $\beta = 63^\circ$. Wtedy $\frac{\cos\alpha + \sin\beta}{\cos\alpha}$ równa się

A. $1+\sin 63^\circ$ **B.** $\sin 63^\circ$ **C.** 1 **D.** 2

BRUDNOPIS

Zadanie 13. *(1 pkt)*
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = -2n+1$ dla $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa

A. -1 **B.** 1 **C.** -2 **D.** 3

Zadanie 14. *(1 pkt)*
W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $a_3 = -\frac{3}{2}$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 15. *(1 pkt)*
Dane są punkty $A = (6, 1)$ i $B = (3,3)$. Współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy

A. $-\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 16. *(1 pkt)*
Pole prostokąta jest równe 40. Stosunek długości jego boków jest równy 2:5. Dłuższy bok tego prostokąta jest równy

A. 10 **B.** 8 **C.** 7 **D.** 6

Zadanie 17. *(1 pkt)*
Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 5 i 12. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

A. 12 **B.** 8,5 **C.** 6,5 **D.** 5

Zadanie 18. *(1 pkt)*
Dane są dwa okręgi o promieniach 12 i 17. Mniejszy okrąg przechodzi przez środek większego okręgu. Odległość między środkami tych okręgów jest równa

A. 5 **B.** 12 **C.** 17 **D.** 29

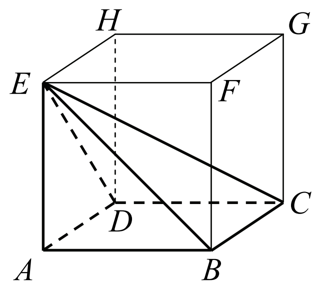
Zadanie 19. *(1 pkt)*
Stożek powstał w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 13 i 15 wokół dłuższej przyprostokątnej. Promień podstawy tego stożka jest równy

A. 15 **B.** 13 **C.** 7,5 **D.** 6,5

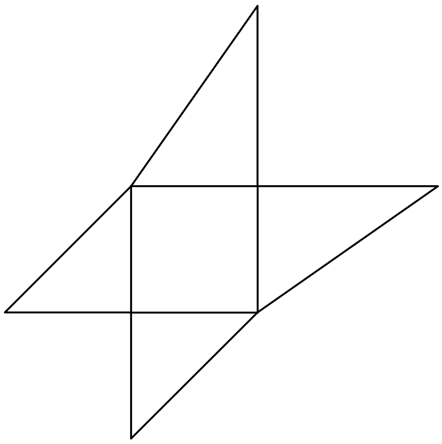
BRUDNOPIS

Zadanie 20. *(1 pkt)*

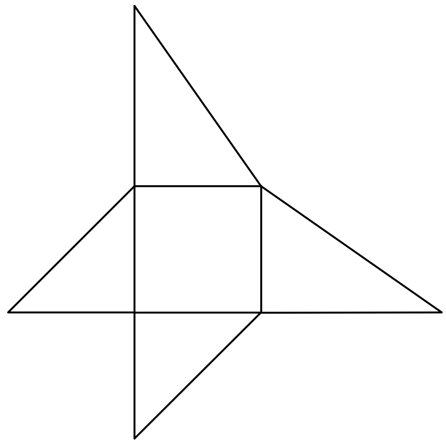
Dany jest sześcian *ABCDEFGH*. Siatką ostrosłupa czworokątnego *ABCDE* jest



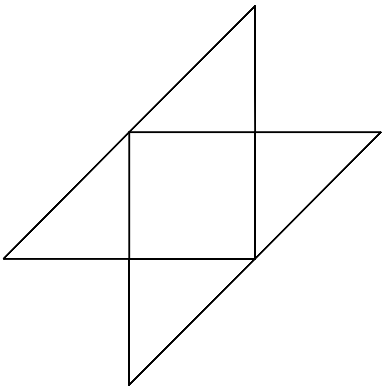
A.



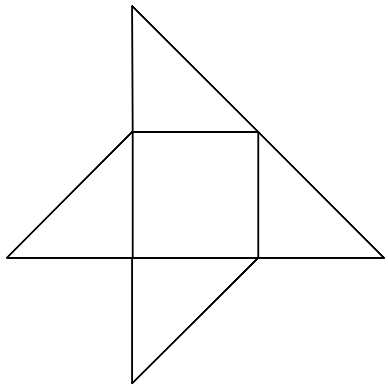
B.



C.



D.



Zadanie 21. *(1 pkt)*

Jeżeli A jest zdarzeniem losowym oraz A' jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A i $P(A) = 5 \cdot P(A')$, to prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{4}{5}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{5}{6}$

BRUDNOPIS

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach 22. do 32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 22. *(2 pkt)*

Rozwiąż nierówność $-3x^2+3x+36\geq 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 23. *(2 pkt)*

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{2x-b}{x-9}$ dla $x\neq 9$. Ponadto wiemy, że $f(4)=-1$.

Oblicz współczynnik b.

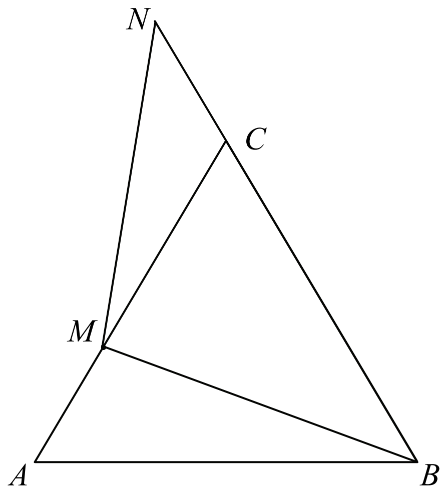
Odpowiedź: ....

Zadanie 24. ***(2 pkt)***
Podstawy trapezu prostokątnego mają długości 6 i 10 oraz tangens kąta ostrego jest równy 3. Oblicz pole tego trapezu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 25. *(2 pkt)*

Trójkąt ABC przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że $|AM| = |CN|$. Wykaż, że $|BM| = |MN|$.



Zadanie 26. ***(2 pkt)***
Liczby $64, x, 4$ są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. ***(2 pkt)***
Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ jest wielokrotnością liczby 10.

Zadanie 28. *(2 pkt)*

Tabela przedstawia wyniki uzyskane na sprawdzianie przez uczniów klasy III.

Oceny	6	5	4	3	2	1
Liczba uczniów	1	2	6	5	9	2

Oblicz średnią arytmetyczną i kwadrat odchylenia standardowego uzyskanych ocen.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. ***(2 pkt)***
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że liczba oczek w drugim rzucie jest o 1 większa od liczby oczek w pierwszym rzucie.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. *(4 pkt)*

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest romb $ABCD$ o boku długości 4. Kąt ABC rombu ma miarę $120°$ oraz $|AS|=|CS|=10$ i $|BS|=|DS|$. Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi BS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. *(4 pkt)*

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkt $A = (2, 1)$ i stycznego do obu osi układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. *(5 pkt)*

Z dwóch miast A i B, odległych od siebie o 18 kilometrów, wyruszyli naprzeciw siebie dwaj turyści. Pierwszy turysta wyszedł z miasta A o jedną godzinę wcześniej niż drugi z miasta B. Oblicz prędkość, z jaką szedł każdy turysta, jeżeli wiadomo, że po spotkaniu pierwszy turysta szedł do miasta B jeszcze 1,5 godziny, drugi zaś szedł jeszcze 4 godziny do miasta A.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS