PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

28 MARCA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = x^5 + 2x^3 + bx$ jest podzielny przez wielomian $x^2 + 1$. Wynika stąd, że
A) $b = -3$ B) $b = -1$ C) $b = 1$ D) $b = 3$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\frac{2016!}{2015!+2014!}$ jest równa
A) 2015 B) $\frac{1}{2015}$ C) 1 D) 2016

ZADANIE 3 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji nie ma ekstremów lokalnych?
A) $f(x) = |x+3|$ B) $f(x) = 2 - x^4$ C) $f(x) = x^7 + 2x^5$ D) $f(x) = x^3 - 2x$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Okrąg o_1 ma równanie $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 18$, a okrąg o_2 ma równanie $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 8$. Określ wzajemne położenie tych okręgów.
A) Te okręgi przecinają się w dwóch punktach.
B) Te okręgi są styczne.
C) Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg o_1 leży w całości wewnątrz okręgu o_2.
D) Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg o_2 leży w całości wewnątrz okręgu o_1.

ZADANIE 5 (1 PKT)

W pokoju w kilkunastu ponumerowanych workach znajdują się kolorowe piłki. Miłosz z zamkniętymi oczami wybiera losowo jeden z tych worków, a potem z wybranego worka wybiera jedną piłkę. Prawdopodobieństwo wybrania białej piłki z worka numer 1 jest równe 0,3, a prawdopodobieństwo, że Miłosz wybierze worek numer 1 jest równe 0,4. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że Miłosz wybierze worek numer 1 i z tego worka wyjmie piłkę, która nie jest biała?
A) 0,7 B) 0,9 C) 0,12 D) 0,28

ZADANIE 6 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $||x-2|-4| = 3$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n + \frac{\sqrt{4n^2-2}-n^2}{n+3}\right)$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{16}{x^{16}}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = -2$.

ZADANIE 9 (2 PKT)

Oblicz $\log_2 3 \log_3 4 \log_4 5 \log_5 6 \log_6 7 \log_7 8$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Oblicz pole trójkąta ograniczonego przez osie układu współrzędnych oraz styczną do wykresu funkcji $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ w punkcie $x_0 = \frac{1}{2}$.

Zadanie 11 (3 pkt)

Rozwiąż równanie $\cos x + \sin 3x = 0$.

Zadanie 12 (3 pkt)

Wykaż, że

$$\frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3\cdot\sqrt{3}} + \frac{8}{3^2} + \frac{8}{3^2\cdot\sqrt{3}} + \frac{8}{3^3} + \cdots + \frac{8}{3^{1007}} + \frac{8}{3^{1007}\cdot\sqrt{3}} < 11.$$

ZADANIE 13 (3 PKT)

Na bokach BC, CA i AB trójkąta ABC wybrano punkty K, L, M takie, że

$$\frac{BK}{KC} = \frac{CL}{LA} = \frac{AM}{MB} = k, \text{gdzie } k \in (0, +\infty).$$

Oblicz stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz największą wartość funkcji $f(x) = \sqrt[3]{3\sin^4 x + 2\cos^3 x + 3\sin^2 x + 4}$.

ZADANIE 15 (4 PKT)

Przekątna AC równoległoboku $ABCD$ tworzy z jego bokami kąty o miarach 30° i 45°. Oblicz stosunek $\frac{|BD|^2}{|AC|^2}$ kwadratów długości przekątnych tego równoległoboku.

ZADANIE 16 (6 PKT)

W pierwszej urnie są kule czarne i białe, w drugiej 10 kul niebieskich i 15 kul zielonych, a w trzeciej – 14 kul niebieskich i 7 zielonych. Najpierw losujemy kulę z pierwszej urny, a następnie losujemy kulę z drugiej albo z trzeciej urny w zależności od tego, czy z pierwszej urny wylosowaliśmy odpowiednio kulę białą, czy czarną. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania czarnej kuli z pierwszej urny, jeżeli prawdopodobieństwo wylosowania według opisanego schematu kuli niebieskiej jest takie samo jak zielonej.

ZADANIE 17 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AB| = 6$, $|BC| = |AC| = 10$, a wszystkie krawędzie boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 18 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie proste, które są jednocześnie styczne do paraboli $y = x^2$ oraz okręgu o równaniu $x^2 + (y+2)^2 = 4$.