Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

POZIOM ROZSZERZONY

29 lutego 2020

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)
Parametr m dobrano tak, że rozwiązaniem nierówności

$$(4-m^2)\cdot x^2+(m+1)\cdot x+(m+3)\leqslant 0$$

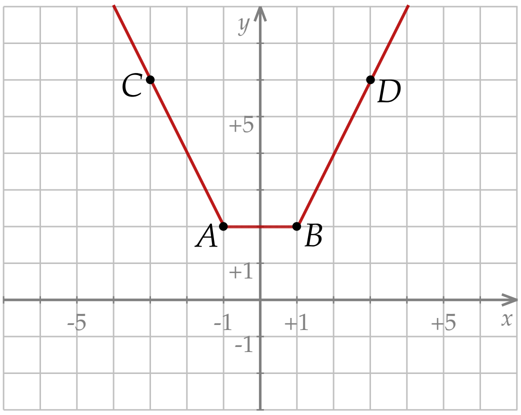
z niewiadomą x jest przedział postaci $\langle a,+\infty)$. Wynika stąd, że

A) $a=-2$ B) $a=-1$ C) $a=1$ D) $a=2$

ZADANIE 2 (1 PKT)
Liczba $\operatorname{tg}15^\circ+\frac{1}{\operatorname{tg}15^\circ}$ jest równa

A) 4 B) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ C) 1 D) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

ZADANIE 3 (1 PKT)
Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $y=f(x)$, który jest złożony z dwóch półprostych AC i BD oraz odcinka AB, gdzie $A=(-1,2)$, $B=(1,2)$, $C=(-3,6)$, $D=(3,6)$.



Wzór funkcji f to

A) $|x+1|+|x-1|$ B) $||x-1|-1|$ C) $||x-1|+1|$ D) $|x+1|+1$

ZADANIE 4 (1 PKT)
Dziedziną funkcji określonej wzorem $f(x)=\frac{x-a}{ax^2+ax+1}$ jest zbiór liczb rzeczywistych. To oznacza, że liczba a nie może być równa

A) $\sqrt{3}$ B) 0 C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{15}$

ZADANIE 5 (1 PKT)
Na bokach AC i AB trójkąta ABC o wierzchołkach $A=(-1,-1)$, $B=(11,4)$ i $C=(5,8)$, wybrano punkty K i L odpowiednio, w ten sposób, że $KL\parallel CB$. Pole trapezu $BCKL$ stanowi $\frac{5}{9}$ pola trójkąta ABC. Zatem

A) $K=(1,2)$ B) $K=(7,2)$ C) $K=(3,5)$ D) $K=(4,6)$

ZADANIE 6 (2 PKT)

W urnie znajduje się 18 kul, które mogą się różnić wyłącznie kolorem. Wśród nich jest 6 kul białych i 12 kul czarnych. Z tej urny losujemy dwukrotnie jedną kulę bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul czarnych.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^3+(1-n)^3}{\sqrt[3]{343n^6+64n^4}}$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

W czworokącie wypukłym $ABCD$, długości boków AB, BC, AD, DC są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wykaż, że dwusieczne kątów wewnętrznych tego czworokąta przecinają się w jednym punkcie.

ZADANIE 9 (3 PKT)

Oblicz odległość między stycznymi do wykresu funkcji $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 24x + 15$, które są równoległe do prostej $y = 12x + 2$.

Zadanie 10 (3 pkt)

Udowodnij, że jeżeli liczba całkowita n nie jest podzielna przez 3, to wyrażenie $n^4 - 17n^2 + 7$ jest podzielne przez 9.

Zadanie 11 (3 pkt)

Niech p_n, dla liczby całkowitej $n \geqslant 0$, oznacza sumę odwrotności pierwiastków równania

$$\sqrt{3}x^2 - 9^{2n}x - 6^{3n} = 0$$

z niewiadomą x. Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (p_n).

ZADANIE 12 (4 PKT)

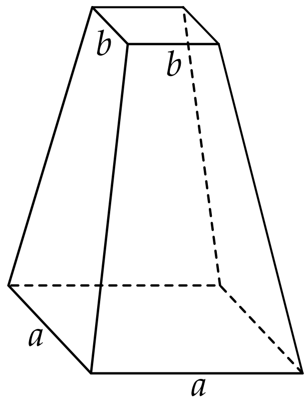
Liczba przekątnych n–kąta foremnego jest o 73 mniejsza niż liczba przekątnych $(n+2)$–kąta. Oblicz n.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\sin^2 x = \cos^2 x + \cos\frac{x}{2}$ w przedziale $\langle -2\pi, 2\pi\rangle$.

Zadanie 14 (4 pkt)

Przedstawiona na rysunku bryła to ostrosłup prawidłowy czworokątny ścięty płaszczyzną równoległą do jego płaszczyzny podstawy. Wysokość tej bryły jest równa H, a a i b ($a > b$) są długościami krawędzi jego podstaw. Oblicz objętość tej bryły.



ZADANIE 15 (5 PKT)

Dane są okręgi o równaniach $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 22 = 0$ i $x^2 + y^2 - 6x + 2ay + a^2 - 27 = 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Promień okręgu wpisanego w trójkąt o bokach 5 i 8 jest równy równy $\sqrt{3}$, a obwód tego trójkąta jest liczbą całkowitą. Oblicz długość trzeciego boku tego trójkąta.

Zadanie 17 (7 pkt)

Rozważamy wszystkie walce o objętości V. Wyznacz wysokość i promień podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to pole.