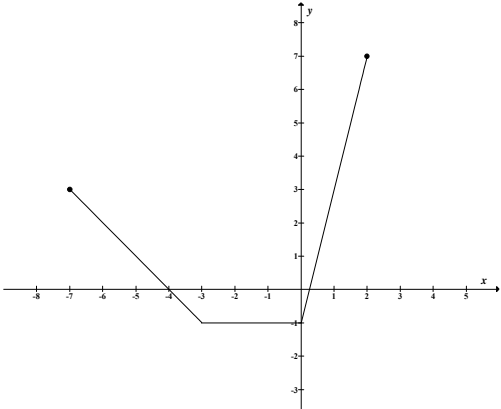


**ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA  
 POZIOM PODSTAWOWY**

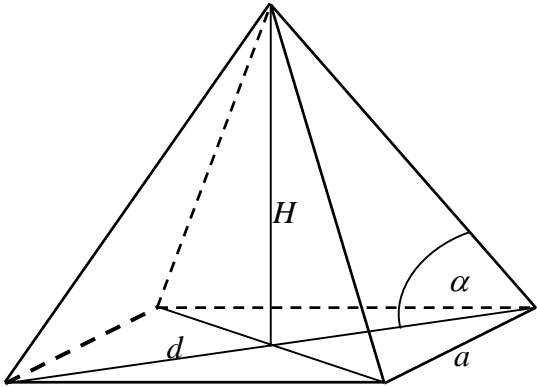
Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów	Uwagi dla egzaminatorów
1	1.1	Zapisanie dziedziny funkcji $f$ : $\langle -7, 2 \rangle$ .	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $x \in \langle -7, 2 \rangle$ , $-7 \leq x \leq 2$ .
	1.2	Podanie miejsc zerowych funkcji: $x = -4$ , $x = \frac{1}{4}$ .	1	Miejsca zerowe mogą być odczytane z wykresu, nie wymagamy zapisu stosownych obliczeń.
	1.3	Naszkicowanie wykresu funkcji 	1	Jeśli dziedzina została poprawnie wyznaczona, to akceptujemy wykres nawet bez wyraźnie oznaczonych końców łamanej.
	1.4	Zapisanie zbioru wartości funkcji: $\langle -1, 7 \rangle$ .	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $y \in \langle -1, 7 \rangle$ , $-1 \leq y \leq 7$ .

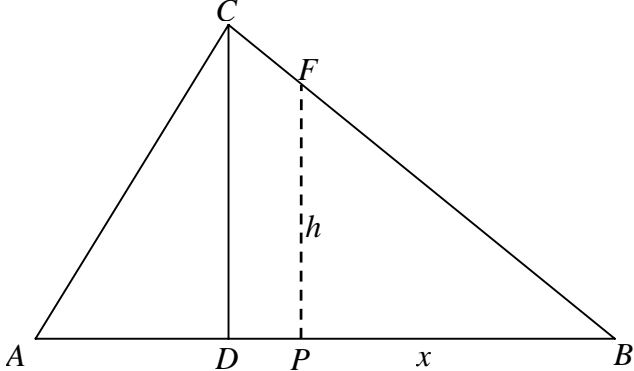
	2.1	Obliczenie: $ \Omega  = 6 \cdot 6 = 36$ .	1	
	2.2	Obliczenie $ A $ , gdzie $A$ jest zdarzeniem, że utworzona liczba jest większa od 52: $ A  = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 = 10$ .	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A$ : $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ .	1	Zdający może narysować tabelę o wymiarach 6 na 6 i odczytać rozwiązanie. Za prawidłową odpowiedź przyznajemy komplet punktów.
2		<b>II sposób rozwiązania (metoda drzewa):</b> Narysowanie drzewa z zaznaczeniem istotnych gałęzi.		
	2.1		1	
	2.2	Zapisanie prawdopodobieństw na istotnych gałęziach drzewa.	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A$ : $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$ .	1	

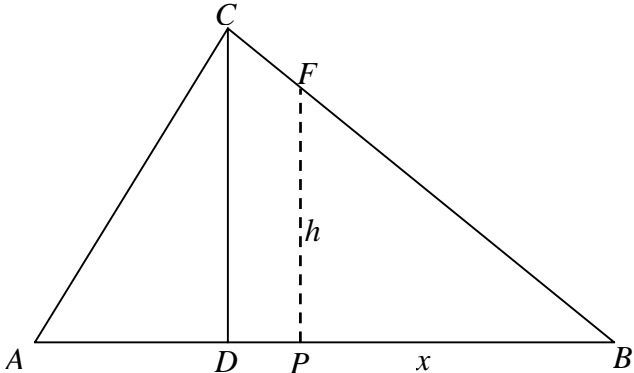
3	3.1	Wykorzystanie związku $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.2	Przekształcenie lewej strony tożsamości do postaci: $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ .	1	Punkt przyznajemy za poprawne wymnożenie nawiasów na dowolnym etapie rozwiązania tego zadania.
	3.3	Wykorzystanie związku $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.4	Sformułowanie wniosku: „Podana równość jest tożsamością” lub sformułowanie równoważne.	1	Wniosek musi być konsekwencją wykonanych przekształceń.
4	4.1	Obliczenie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego: $S_7 = \frac{1}{4}(1 + 2^7) = \frac{129}{4}$ .	1	Wystarczy zapis $S_7 = \frac{\frac{3}{4}(1 + 2^7)}{3}$ (nie musi być to oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3). Zdający nie musi obliczyć wartości sumy $S_7$ .
	4.2	Zapisanie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zależności od $r$ : $S_7 = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7$ .	1	Nie musi to być oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3.
	4.3	Ułożenie równania z niewiadomą $r$ : $\frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7 = \frac{1}{4}(1 + 2^7)$ .	1	Może też być: $\frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7 = \frac{129}{4}$ .
	4.4	Rozwiązanie równania: $r = \frac{9}{7}$ .	1	

5	5.1	Przekształcenie nierówności do postaci: $x(x-4) < 0$ .	1	Przyznajemy 1pkt za przedstawienie metody rozwiązania nierówności kwadratowej: np. zapisania podanej nierówności w postaci: $ x-2  < 2$ lub narysowanie wykresu funkcji $y = (x-2)^2 - 4$ , itp.
	5.2	Rozwiązanie nierówności: $x \in (0,4)$ .	1	Dopuszczamy przedstawienie zbioru rozwiązań na osi liczbowej, o ile zdający wyraźnie zaznaczy przedział otwarty.
	5.3	Przedstawienie równania w postaci, np. $x^2(x+6) - 4(x+6) = 0$ .	1	Lewa strona równania musi mieć postać sumy iloczynów, w których występuje ten sam czynnik.
	5.4	Przedstawienie równania w postaci iloczynu czynników liniowych, np. $(x+6)(x+2)(x-2) = 0$ .	1	
	5.5	Wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $x = -6, x = -2, x = 2$ .	1	Przyznajemy punkty w czynności 5.3, 5.4 i 5.5, gdy zdający podaje wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x) = x^3 + 6x^2 - 4x - 24$ bez jakichkolwiek obliczeń (np. przez zastosowanie tw. o pierwiastkach wymiernych wielomianu).
	5.6	Podanie odpowiedzi: $x = 2$ .	1	

6	6.1	Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $ AC  =  BC $ .	1	Przyznajemy punkt, gdy z dalszego toku rozumowania wynika, że zdający poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.2	Wyznaczenie równania prostej $AB$ : $y = -x - 5$ .	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej $AB$ .
	6.3	Zapisanie równania rodziny prostych prostopadłych do prostej $AB$ : $y = x + b$ .	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej $AB$ .
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y = x - 1$ .	1	
	6.1	<b>II sposób rozwiązania: (z własności symetralnej)</b> Oznaczenie dowolnego punktu leżącego na poszukiwanej symetralnej, np. $P = (x, y)$ i zapisanie własności $ AP  =  BP $ .	1	
	6.2	Wyznaczenie długości odcinków $AP$ i $BP$ i zapisanie równania: $\sqrt{(x+4)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{x^2 + (y+5)^2}$ .	1	
	6.3	Doprowadzenie równania do postaci równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, np. $8x + 2y + 17 = 10y + 25$ .	1	
	6.4	Zapisanie odpowiedzi: $y = x - 1$ .	1	
	6.1	<b>III sposób rozwiązania:</b> Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $ AC  =  BC $ .	1	
	6.2	Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka $AB$ : $D = (-2, -3)$ .	1	
	6.3	Zauważenie, że prosta przechodząca przez punkty $C$ i $D$ jest osią symetrii trójkąta $ABC$ .	1	Przyznajemy punkt, gdy z toku rozumowania wynika, że zdający stosując tę metodę poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y = x - 1$ .	1	

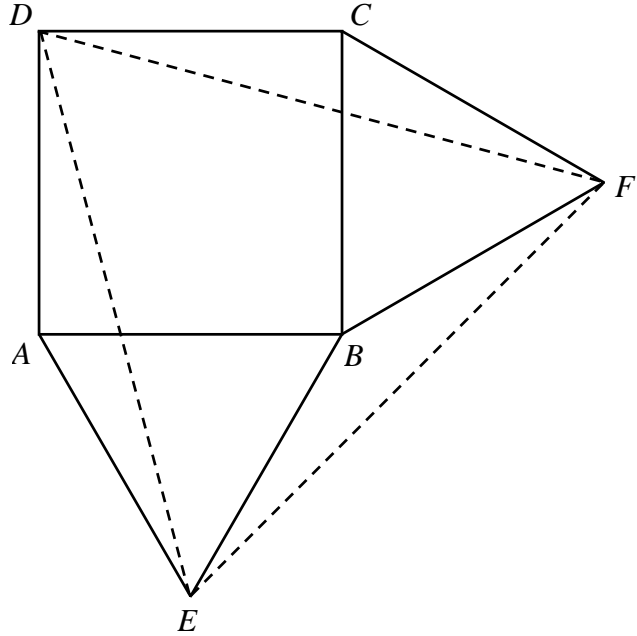
7	7.1	 <p>Obliczenie wysokości ostrosłupa: <math>H = 2</math>.</p>	1	Jeśli zdający rozpatruje ostrosłup prawidłowy inny niż czworokątny, to oceniamy czynność 7.1, za czynności 7.2 i 7.3 nie przyznajemy punktów. Pozostałą część rozwiązania tego zadania oceniamy według schematu.
	7.2	Obliczenie długości przekątnej podstawy ostrosłupa: $d = 4\sqrt{3}$ albo długości krawędzi podstawy: $a = 2\sqrt{6}$ .	1	
	7.3	Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 16$ .	1	
	7.4	Oznaczenie długości krawędzi sześcianu, np. $b$ i zapisanie równania: $b^3 = 16$ .	1	
	7.5	Obliczenie długości krawędzi sześcianu: $b = 2\sqrt[3]{2}$ .	1	Zdający może podać wynik w postaci, np. $b = \sqrt[3]{16}$ lub wartość przybliżoną pierwiastka.
8	8.1	Obliczenie kapitału końcowego: $K_3 = 9 \cdot 1029 = 9261$ .	1	
	8.2	Zapisanie równania z niewiadomą $K_0$ – kapitałem początkowym: $K_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 9261$ .	1	
	8.3	Obliczenie kwoty $K_0$ : 8000 zł.	1	

9	9.1	<p>Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku:  <math>x =  PB </math>, <math>h</math> – wysokość odciętego trójkąta.</p>  <p>Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków:  <math> AD  = 6</math>, <math> DB  = 12</math>.</p>	1	
	9.2	Zapisanie równania: $\frac{1}{2}x \cdot h = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 15$ .	1	
	9.3	Zapisanie zależności między $x$ i $h$ z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów $CDB$ i $FPB$ : $\frac{h}{x} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$ .	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka $PB$ : $ PB  = 3\sqrt{6}$ cm.	1	

9.1	<p><b>II sposób rozwiązania:</b> Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku: <math>x =  PB </math>, <math>h</math> – wysokość odciętego trójkąta.</p>  <p>Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków: <math> AD  = 6</math>, <math> DB  = 12</math>.</p>	1	
9.2	<p>Obliczenie proporcji: <math>\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta ABC}} = \frac{2}{3}</math> stąd <math>P_{\Delta DBC} = \frac{2}{3} P_{\Delta ABC}</math>.</p>	1	
9.3	<p>Stwierdzenie, że <math>\Delta DBC \sim \Delta PBF</math> i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji: <math>\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta PBF}} = \left(\frac{12}{ PB }\right)^2</math></p> <p>stąd <math>\frac{\frac{2}{3} P_{\Delta ABC}}{\frac{1}{4} P_{\Delta ABC}} = \left(\frac{12}{ PB }\right)^2</math>.</p>	1	
9.4	<p>Obliczenie długości odcinka <math>PB</math>: <math>\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{144}{ PB ^2}</math>, <math> PB  = 3\sqrt{6}</math>.</p>	1	



	9.3	<p><b>III sposób rozwiązania: (czynności 9.3 oraz 9.4)</b> Stwierdzenie, że <math>\triangle DBC \sim \triangle PBF</math> i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji:</p> $k^2 = \frac{P_{\triangle DBC}}{P_{\triangle PBF}} = \frac{\frac{2}{3}P_{\triangle ABC}}{\frac{1}{4}P_{\triangle ABC}} = \frac{8}{3} \text{ stąd } k = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$	1	
	9.4	<p>Obliczenie długości odcinka <math>PB</math>:</p> $\frac{ DB }{ PB } = k \text{ stąd }  PB  = 12 \cdot \frac{3}{2\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}.$	1	
10	10.1	Zapisanie układu: $\begin{cases} 100a + 10b = 20 \\ 900a + 30b = 90 \end{cases}$	1	Wystarczy zapis $\begin{cases} T(10) = 20 \\ T(30) = 90 \end{cases}$
	10.2	Rozwiązanie układu: $\begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$	1	
	10.3	Zapisanie wzoru funkcji: $T(n) = \frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n, n \in N$ .	1	Akceptujemy sam wzór bez podania założenia $n \in N$ .
	10.4	Zapisanie równania: $\frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n = 50$ .	1	
	10.5	Rozwiązanie równania i wyznaczenie liczby kartek : 20.	1	Zdający nie musi wyznaczyć ujemnego rozwiązania równania.

11	11.1	 <p>Uzasadnienie, że trójkąty <math>DCF</math>, <math>DAE</math> i <math>EBF</math> są równoramienne (wykorzystanie założenia, że <math> AB  =  BC  =  CD  =  DA </math> i trójkąty <math>AEB</math> oraz <math>BFC</math> są równoboczne).</p>	1	
	11.2	<p>Obliczenie miary kąta <math>DAE</math> lub <math>FCD</math>:  <math> \sphericalangle DAE  =  \sphericalangle FCD  = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ</math>.</p>	1	
	11.3	<p>Obliczenie miary kąta <math>EBF</math>: <math> \sphericalangle EBF  = 360^\circ - 2 \cdot 60^\circ - 90^\circ = 150^\circ</math>.</p>	1	
	11.4	<p>Zapisanie, że trójkąty <math>DCF</math>, <math>DAE</math> i <math>EBF</math> są przystające (z cechy przystawiania <math>bkb</math>) i wyciągnięcie wniosku o równości boków trójkąta <math>DEF</math>.</p>	1	

12.	12.1	Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie zależności między liczbą dziewcząt i liczbą chłopców: np. $x$ – liczba dziewcząt, $y$ – liczba chłopców, $x - 6 = y$ .	1	
	12.2	Zapisanie równania: $x = 60\%(x + y)$ .	1	
	12.3	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x = 0,6(x + y) \\ x - 6 = y \end{cases}$ .	1	
	12.4	Rozwiązanie układu i sformułowanie odpowiedzi: $x = 18$ , $y = 12$ . W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	Wystarczy, że zdający poda liczby dziewcząt i chłopców.
	12.1	<b>II sposób rozwiązania:</b> Wprowadzenie oznaczeń: $x$ – liczba osób w klasie, $0,6x$ – liczba dziewcząt, $0,4x$ – liczba chłopców.	1	
	12.2	Zapisanie równania: $0,6x - 6 = 0,4x$ .	1	
	12.3	Rozwiązanie równania: $x = 30$ .	1	
	12.4	Podanie odpowiedzi: W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.