

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

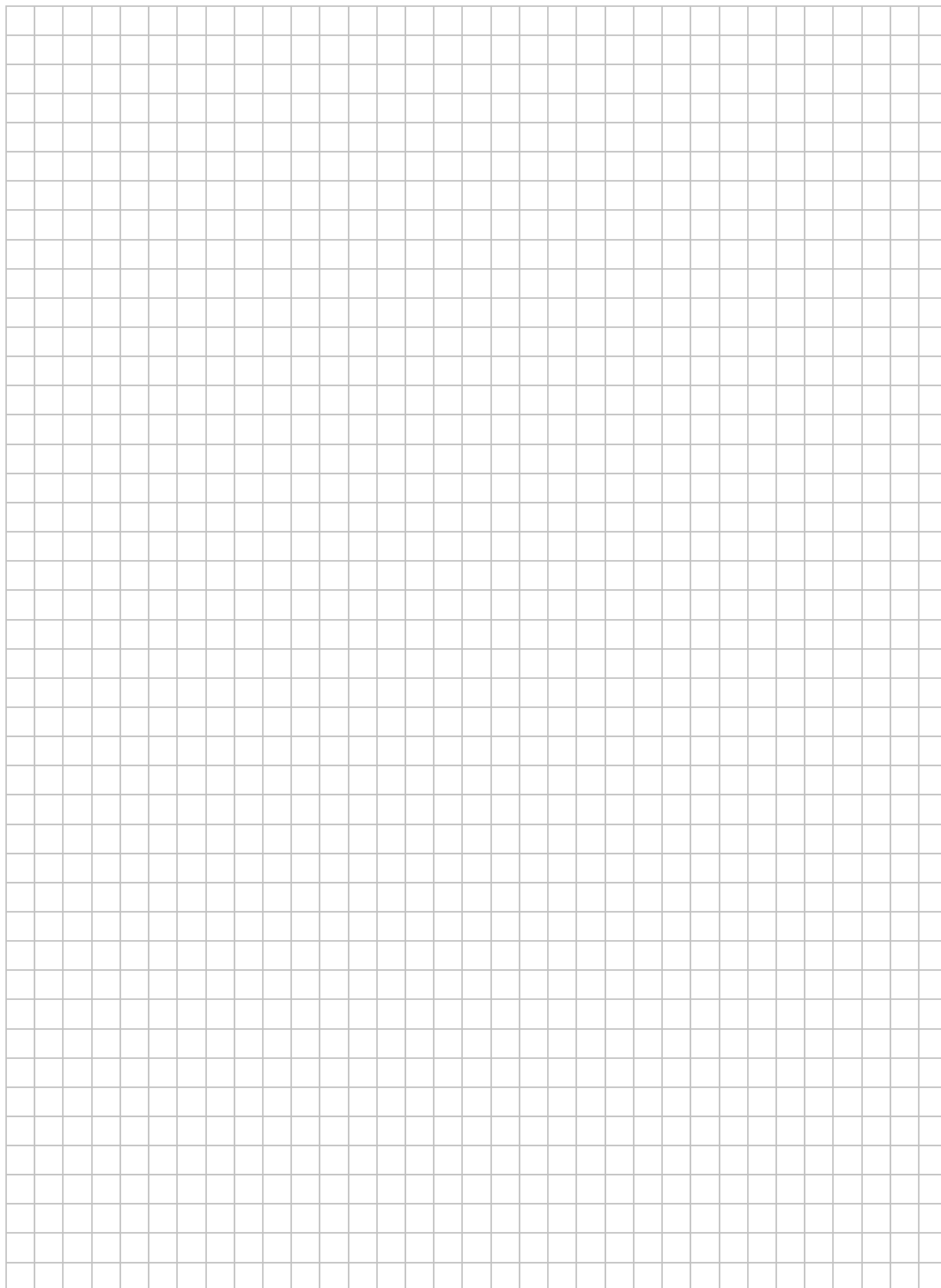
WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

6 KWIETNIA 2013

ZADANIE 1 (5 PKT.)

W kwadracie $ABCD$ o boku długości 1 na boku AB wybrano punkt L . Na bokach BC i AD wybrano odpowiednio punkty M i K tak, że $\angle KLM = 120^\circ$, a dwusieczna tego kąta jest równoległa do boku BC . Oblicz długości odcinków LK i LM , dla których pole trójkąta KLM jest największe.



ZADANIE 2 (4 PKT.)

W półkolu z końca średnicy poprowadzono cięciwę, która tworzy ze średnicą kąt o mierze 15° . Oblicz w jakim stosunku zostało podzielone pole tego półkola.



ZADANIE 3 (6 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $a \neq -1$, dla których wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+2a-2}{x-a}$ nie ma punktów wspólnych z prostą $y = \frac{a^2-3}{a+1}$.

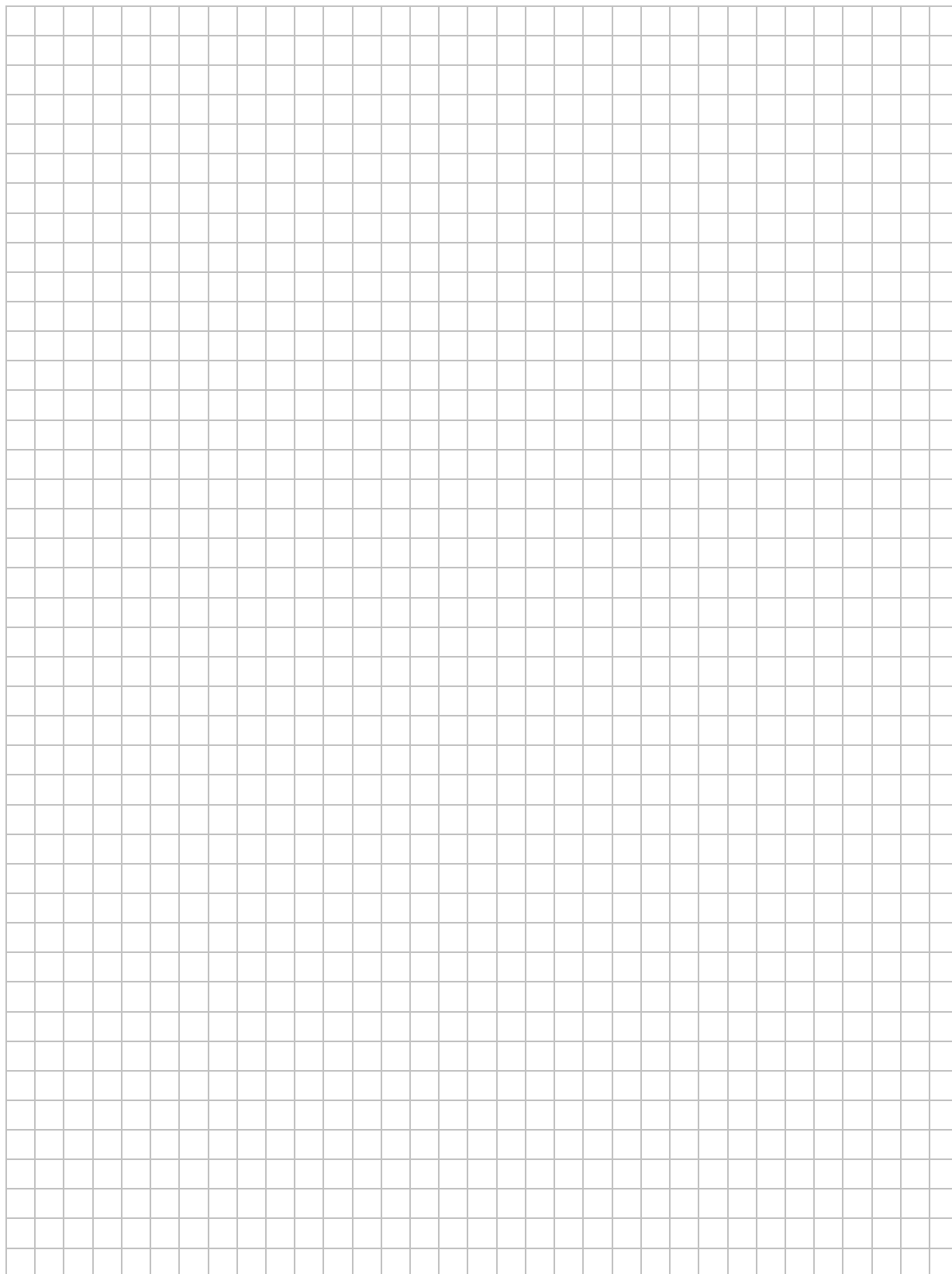


ZADANIE 4 (4 PKT.)

Kąty α, β, γ trójkąta ABC spełniają zależność

$$\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2} = \sin \frac{\beta}{2}.$$

Oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$.



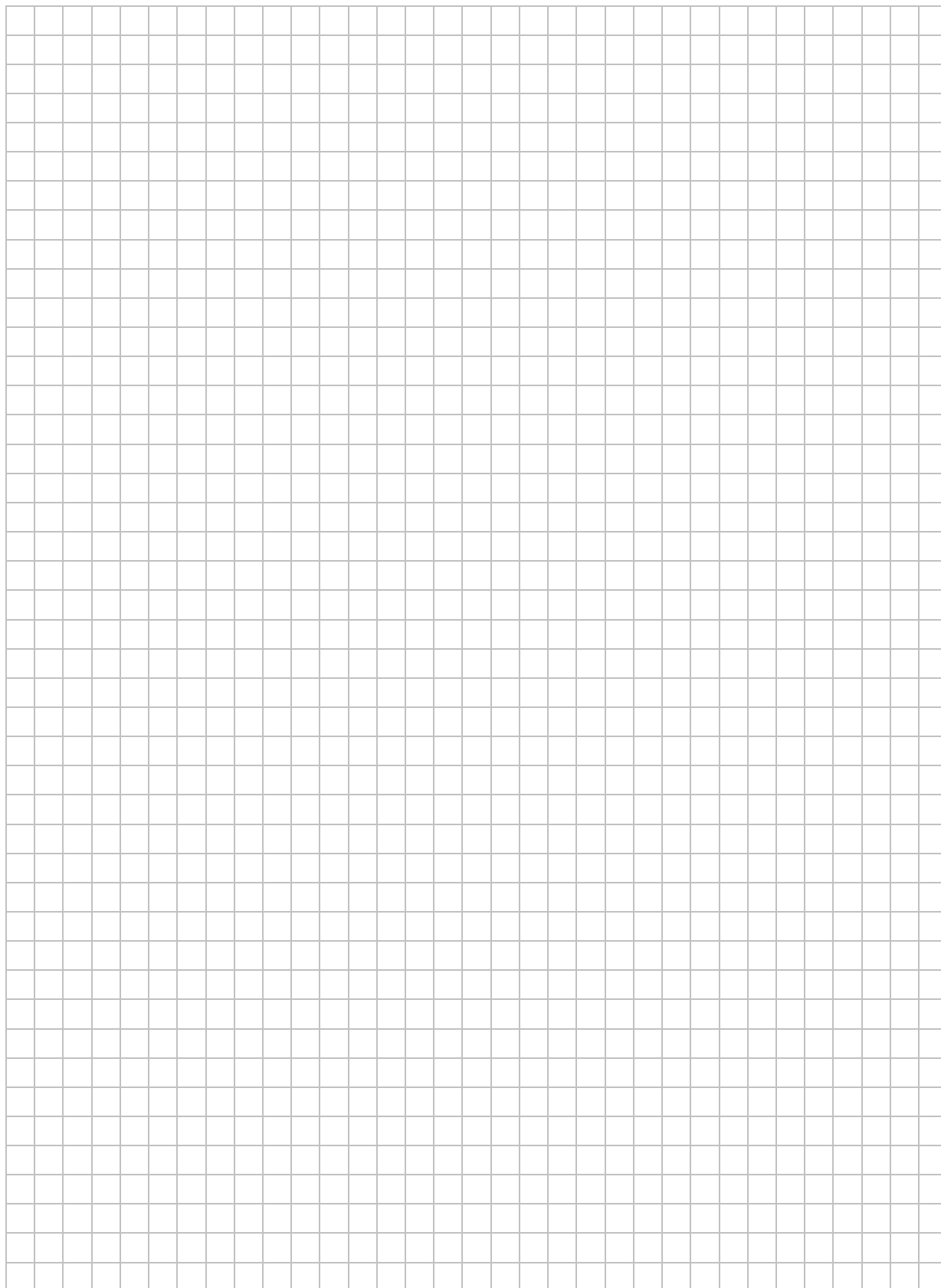
ZADANIE 5 (4 PKT.)

W czworokącie $ABCD$ spełniony jest warunek $|\angle ADB| = |\angle ACB|$. Wykaż, że na czworokącie $ABCD$ można opisać okrąg.



ZADANIE 6 (4 PKT.)

Kolejne cyfry dodatniej liczby trzycyfrowej tworzą ciąg geometryczny. Suma cyfr jedności i dziesiątek jest o jeden większa od cyfry setek. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy liczbę złożoną z tych samych cyfr, lecz napisanych w odwrotnej kolejności to otrzymamy 495. Znajdź tę liczbę.



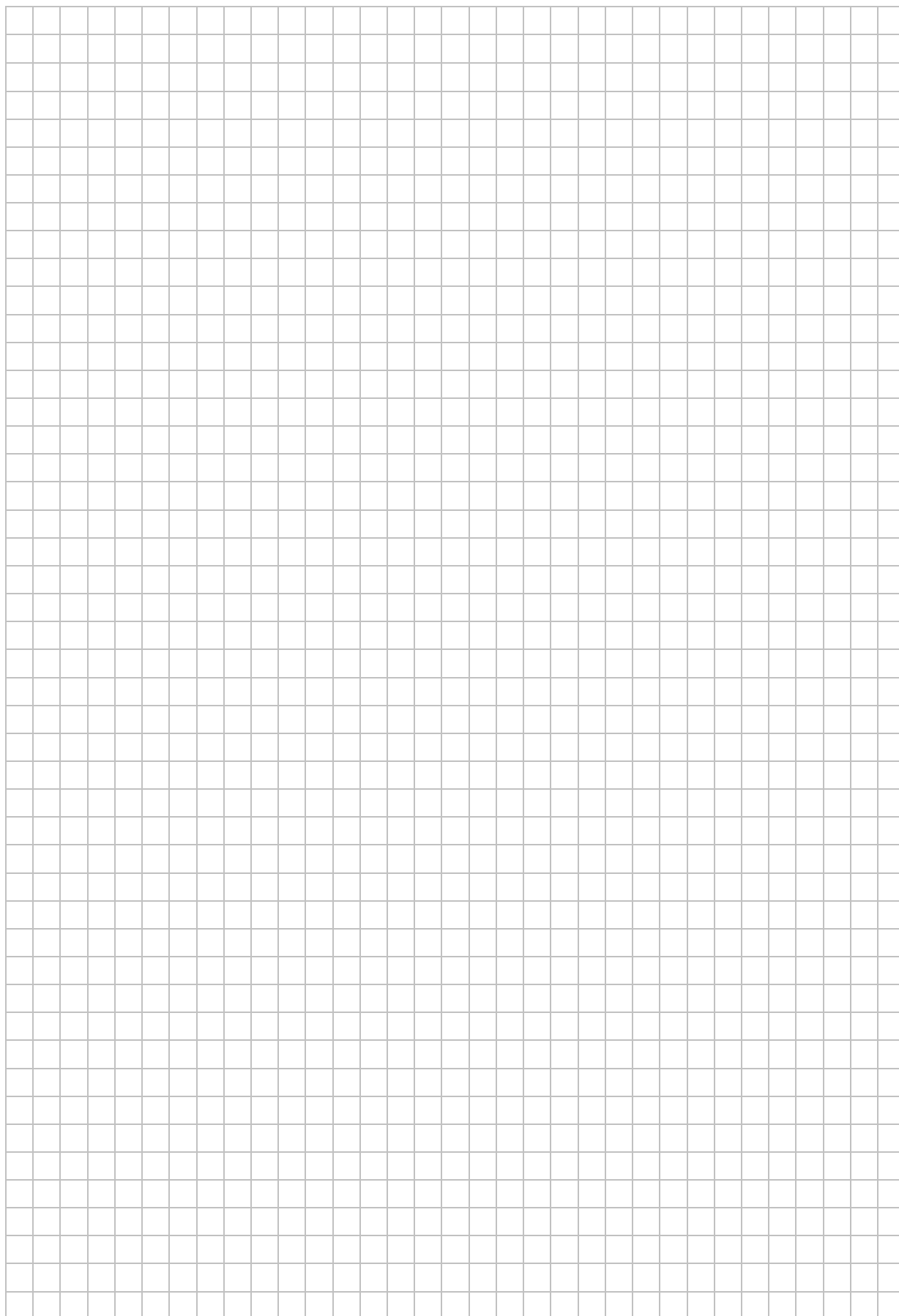
ZADANIE 7 (6 PKT.)

Wyznacz wszystkie liczby $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $x^2 + mx + m + 4 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 takie, że $x_1^3 + x_2^3 = 64$.



ZADANIE 8 (4 PKT.)

Udowodnij, że jeżeli $a, b \geq 0$, to prawdziwa jest nierówność $4a^3 + b^3 \geq 3ab^2$.



ZADANIE 9 (5 PKT.)

Obrazem trójkąta ABC o wierzchołkach $A = (1, 3)$, $B = (2, -3)$, $C = (-1, 4)$ w jednokładności o środku $S = (2, 1)$ i skali -3 jest trójkąt KLM . Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta KLM .



ZADANIE 10 (4 PKT.)

Ostrosłup prawidłowy trójkątny przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy długości a oraz jest prostopadła do przeciwległej krawędzi bocznej. Płaszczyzna ta jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Oblicz objętość ostrosłupa.



ZADANIE 11 (4 PKT.)

Na ile sposobów można rozmieścić sześć ponumerowanych kul w pięciu ponumerowanych szufladach tak, aby w każdej szufladzie była przynajmniej jedna kula.

