CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2018

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

*miejsce na naklejkę*

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2018 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-182

MMA 2018

*W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (0–1)**

Dane są liczby: $a = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$, $b = \frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$, $c = \sqrt[4]{8}$, $d = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ oraz $k = 2^{-\frac{1}{4}}$. Prawdziwa jest równość

**A.** $k = a$ **B.** $k = b$ **C.** $k = c$ **D.** $k = d$

**Zadanie 2. (0–1)**

Równanie $\left||x|-2\right| = |x|+2$

**A.** nie ma rozwiązań.
**B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie.
**C.** ma dokładnie dwa rozwiązania.
**D.** ma dokładnie cztery rozwiązania.

**Zadanie 3. (0–1)**

Wartość wyrażenia $2\log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$ jest równa

**A.** $-1$ **B.** $0$ **C.** $1$ **D.** $2$

**Zadanie 4. (0–1)**

Granica $\lim\limits_{x \to 3^-} \frac{-x+2}{x^2-5x+6}$ jest równa

**A.** $-\infty$ **B.** $-1$ **C.** $0$ **D.** $+\infty$

# BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

## Zadanie 5. (0–2)

Punkt $A=(-5,3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x)=\frac{ax+7}{x+d}$, gdy $x\neq -d$. Oblicz iloraz $\frac{d}{a}$.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

| | | |
|---|---|---|
| | | |

**BRUDNOPIS** ***(nie podlega ocenie)***

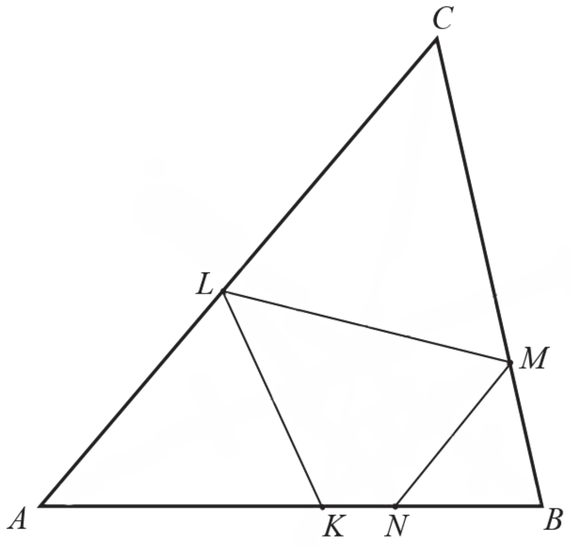
## Zadanie 6. (0–3)

Styczna do paraboli o równaniu $y=\sqrt{3}x^2-1$ w punkcie $P=(x_0,\, y_0)$ jest nachylona do osi *Ox* pod kątem $30°$. Oblicz współrzędne punktu *P*.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

## Zadanie 7. (0–3)

Trójkąt $ABC$ jest ostrokątny oraz $|AC| > |BC|$. Dwusieczna $d_C$ kąta $ACB$ przecina bok $AB$ w punkcie $K$. Punkt $L$ jest obrazem punktu $K$ w symetrii osiowej względem dwusiecznej $d_A$ kąta $BAC$, punkt $M$ jest obrazem punktu $L$ w symetrii osiowej względem dwusiecznej $d_C$ kąta $ACB$, a punkt $N$ jest obrazem punktu $M$ w symetrii osiowej względem dwusiecznej $d_B$ kąta $ABC$ (zobacz rysunek).




Udowodnij, że na czworokącie $KNML$ można opisać okrąg.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

**Zadanie 8. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej $k$ i dla każdej liczby całkowitej $m$ liczba $k^3m - km^3$ jest podzielna przez 6.

**Zadanie 9. (0–4)**

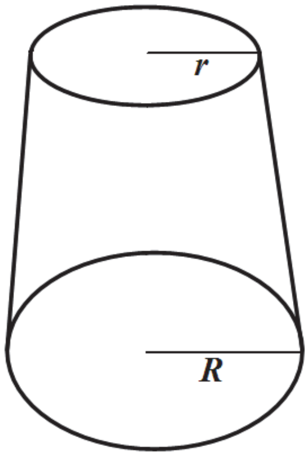
Z liczb ośmioelementowego zbioru $Z=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ tworzymy ośmiowyrazowy ciąg, którego wyrazy się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie liczby parzyste nie są sąsiednimi wyrazami utworzonego ciągu. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Odpowiedź: ..................................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 8. | 9. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 10. (0–4)**

Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru $V=\frac{1}{3}\pi H\left(r^2+rR+R^2\right)$, gdzie $r$ i $R$ są promieniami podstaw ($r<R$), a $H$ jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość $840\pi$, a $r=6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.




Odpowiedź: ..........................................................................................................................

### Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 6x + \cos 3x = 2\sin 3x + 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 10. | 11. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których równanie $x^2+(m+1)x-m^2+1=0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste $x_1$ i $x_2$ ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3+x_2^3>-7x_1x_2$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 12. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 13. (0–4)**

Wyrazy ciągu geometrycznego $(a_n)$, określonego dla $n \geq 1$, spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę $n$ początkowych wyrazów tego ciągu, których suma $S_n$ jest równa 32769.

Odpowiedź: ....................................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 13. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 14. (0–6)**

Punkt $A=(7,-1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego $ABC$, w którym $|AC|=|BC|$. Obie współrzędne wierzchołka $C$ są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt $ABC$ ma równanie $x^2+y^2=10$. Oblicz współrzędne wierzchołków $B$ i $C$ tego trójkąta.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 14. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 15. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy $a$ i wysokości trapezu jest równa 2.

a) Wyznacz wszystkie wartości $a$, dla których istnieje trapez o podanych własnościach.

b) Wykaż, że obwód $L$ takiego trapezu, jako funkcja długości $a$ dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a)=\frac{4a^2-8a+8}{a}$.

c) Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 15. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 7 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*