PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

18 MARCA 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

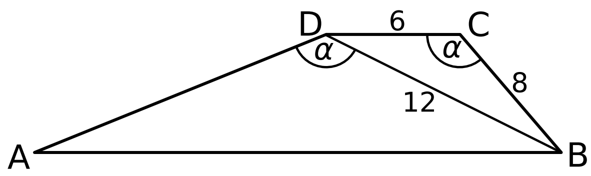
ZADANIE 1 (1 PKT)

Styczna do wykresu funkcji $y = x^3 + 3x^2 + 2x$ w punkcie $(-1, 0)$ ma równanie

A) $y = -x$ B) $y = -x + 1$ C) $y = -x - 1$ D) $y = x - 1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD dane są: $|CD| = 6$, $|BC| = 8$, $|BD| = 12$ oraz $|\measuredangle ADB| = |\measuredangle DCB|$ (zobacz rysunek).

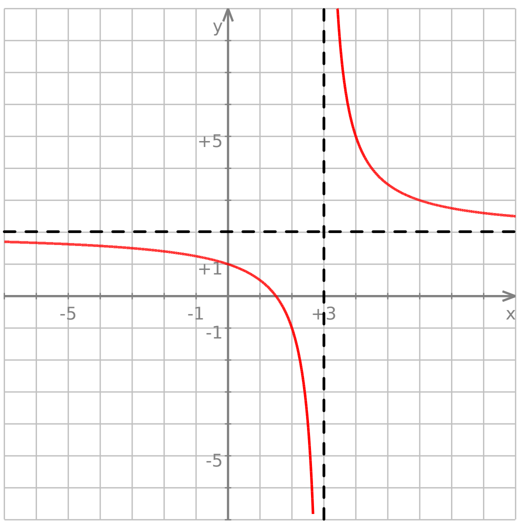


Wówczas długość ramienia AD tego trapezu jest równa

A) $|AD| = 16$ B) $|AD| = 18$ C) $|AD| = 14$ D) $|AD| = 20$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.



Równanie $3|2 - f(x)| + p = 0$ z niewiadomą x ma dokładnie dwa rozwiązania tylko wtedy, gdy

A) $p = 0$ B) $p = 0$ lub $p = 2$ C) $p < 0$ D) $p > 0$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $\operatorname{tg} \frac{47\pi}{3}$ jest równa

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim_{n\to+\infty} \frac{1+2n+3n^2+4n^5}{-7n^3+3n}$ jest równa

A) $-\infty$ B) $-\frac{4}{7}$ C) 0 D) $+\infty$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wśród 200 uczniów pewnego krakowskiego gimnazjum przeprowadzono ankietę dotyczącą planów wakacyjnych. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Klasa	Liczba uczniów	Liczba uczniów, którzy nie wyjadą na wakacje	Liczba uczniów, którzy wyjadą z rodzicami	Liczba uczniów, którzy wyjadą na kolonie
Pierwsza	50	8	36	12
Druga	80	16	48	24
Trzecia	70	12	40	24

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana osoba, spośród ankietowanych, wyjedzie na wakacje, jeśli wiadomo, że ta osoba nie jest uczniem drugiej klasy.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów ciągu (a_n), który określony jest w następujący sposób

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3 - a_{n-1} \text{ dla } n \geqslant 2. \end{cases}$$

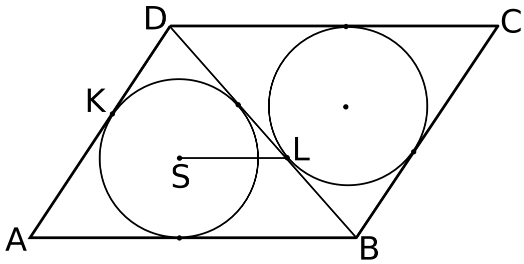
ZADANIE 8 (3 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb ujemnych a, b spełniona jest nierówność

$$\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} \leqslant \frac{a+b}{2}.$$

ZADANIE 9 (3 PKT)

Dany jest równoległobok $ABCD$. Okrąg wpisany w trójkąt BCD jest styczny do przekątnej BD w punkcie L, a okrąg wpisany w trójkąt ABD ma środek S i jest styczny do boku AD w punkcie K.



Wykaż, że jeżeli odcinek SL jest równoległy do prostej AB, to $|KD| = |SL|$.

ZADANIE 10 (4 PKT)

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania

$$8k^2x^2 + (3k+5)x + 2 = 0, \text{ gdzie } k \neq 0.$$

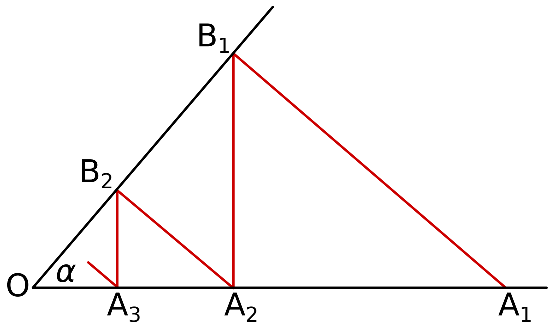
Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(k) = 3^{-m}$.

ZADANIE 11 (4 PKT)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry parzyste.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Na jednym z ramion kąta ostrego o wierzchołku O i mierze α wybrano punkty $A_1, A_2, A_3, \ldots$, a na drugim ramieniu punkty $B_1, B_2, B_3, \ldots$ w ten sposób, że $|OA_1| = a$, $A_iB_i \perp OB_1$ oraz $B_iA_{i+1} \perp OA_1$ dla wszystkich $i \geqslant 1$.



Wykaż, że długość nieskończonej łamanej $A_1B_1A_2B_2A_3B_3\ldots$ jest równa $\frac{a}{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = 9x^4 + 22x^3 - 12x^2 - 24x + 17$.

ZADANIE 14 (5 PKT)

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równa a, a wysokość tego ostrosłupa ma długość $a\sqrt{2}$. Punkty E i F są środkami krawędzi bocznych odpowiednio AS i CS. Oblicz obwód trójkąta BEF.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Punkt $A = (23, 22)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego o polu $\frac{700}{3}$. Prosta AC zawiera przeciwprostokątną tego trójkąta, a prosta zwierająca przyprostokątną AB ma równanie $3y - 4x + 26 = 0$. Środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC ma współrzędne $S = (-2, -3)$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Częścią wspólną płaszczyzny m i kuli k o środku S i promieniu R jest koło o. Jaka musi być odległość płaszczyzny m od środka kuli S, aby stożek o podstawie o i wierzchołku S miał największą możliwą objętość? Oblicz tę maksymalną objętość.