PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

28 KWIETNIA 2018

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt[3]{100}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{4}}$ jest równa

A) 2 B) 8 C) $\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{2}$ D) $\sqrt[3]{100}-\sqrt[3]{4}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\sin\left(-\frac{53\pi}{3}\right)$ jest równa

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Punkt $P'=(-25,34)$ jest obrazem punktu P w jednokładności o środku w punkcie $S=(-7,12)$ i skali $k=-\frac{2}{3}$. Współrzędne punktu P są równe

A) $(11,-10)$ B) $(22,-24)$ C) $(20,-21)$ D) $(15,-17)$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Prosta $y=-5x+b$ jest styczna do paraboli określonej wzorem $y=2x^2+3x-1$. Liczba b jest równa

A) -2 B) 1 C) -9 D) 11

ZADANIE 5 (1 PKT)

Wiadomo, że funkcja $f(x)=\left|\frac{ax+1+ba}{x+b}\right|$ jest funkcją rosnącą w przedziałach $(-\infty,-2)$ i $\langle -1,+\infty)$ oraz jest funkcją malejącą w przedziale $(-2,-1\rangle$. Zatem

A) $a=1$ B) $a=-1$ C) $a=2$ D) $a=-2$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^5 + ax^3 + x^2 - 1$ przez dwumian $x^2 - 2$ jest równa 1. Oblicz wartość współczynnika a.

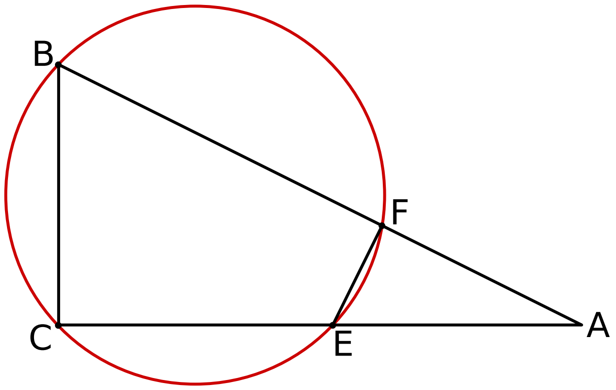
ZADANIE 7 (3 PKT)

Oblicz granicę

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{8}{5} + \frac{16}{5\sqrt{5}} + \frac{32}{25} + \cdots + \frac{2^{2n}}{5^{n-1}\cdot\sqrt{5}} + \frac{2^{2n+1}}{5^n}\right).$$

ZADANIE 8 (2 PKT)

Okrąg przechodzący przez końce przyprostokątnej BC trójkąta prostokątnego ABC przecina drugą przyprostokątną AC oraz przeciwprostokątną AB tego trójkąta odpowiednio w punktach E i F. Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie AFE jest równy $\frac{1}{2}|AE|$.



ZADANIE 9 (3 PKT)

Oblicz największą wartość wielomianu $W(x) = -x^4 - 4x^3 + 8x^2 + 48x - 35$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a, b \in (0,1) \cup (1, +\infty)$, to

$$|\log_a b + \log_b a| \geqslant 2.$$

ZADANIE 11 (3 PKT)

W trójkącie ostrokątnym ABC dane są $|\measuredangle BAC = \alpha|$ i $|\measuredangle ABC| = \beta < \alpha$. Wykaż, że tangens kąta utworzonego przez środkową i wysokość opuszczone z wierzchołka C jest równy

$$\frac{1}{2\operatorname{tg}\beta} - \frac{1}{2\operatorname{tg}\alpha}.$$

ZADANIE 12 (3 PKT)

Sześciokrotnie rzucamy kostką do gry. Wśród otrzymanych wyników są dokładnie trzy dwójki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie otrzymaliśmy piątkę?

ZADANIE 13 (4 PKT)

Czworościan foremny przecięto płaszczyzną π styczną do kuli wpisanej w ten czworościan (tzn. kuli stycznej do wszystkich ścian czworościanu) oraz równoległą do jednej ze ścian czworościanu. Oblicz stosunek objętości brył, na które płaszczyzna π podzieliła czworościan.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\sin x \sin 3x = \frac{1}{2}$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + mx - 2m = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1^3 - x_2^3)(x_1^2 - x_2^2) = 7m^2$.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Wierzchołki czworokąta $ABCD$ mają współrzędne: $A = \left(-1, -\frac{5}{4}\right)$, $B = \left(\frac{8}{3}, -11\right)$, $C = \left(\frac{40}{3}, -3\right)$ i $D = \left(5, \frac{13}{4}\right)$.

a) Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem równoramiennym, w który można wpisać okrąg.

b) Wyznacz współrzędne punktu styczności okręgu wpisanego w czworokąt $ABCD$ z prostą CD.

ZADANIE 17 (7 PKT)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości H i krawędzi podstawy a wpisano walec, którego podstawa zawiera się w podstawie ostrosłupa, i którego oś symetrii pokrywa się z osią symetrii ostrosłupa. Jakie powinny być wymiary tego walca, aby jego objętość była największa możliwa? Oblicz tę największą objętość.