

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

30 KWIETNIA 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte**ZADANIE 1 (1 PKT)**

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{4}{(\sqrt{3})^n}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A) $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Funkcja $f(x) = -4x^3 + ax + 3x - 2$ jest funkcją malejącą jeżeli

- A) $a \geq -3$ B) $a \leq -3$ C) $a \in \langle -3, 3 \rangle$ D) $a \in \langle -4, -3 \rangle$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wskaż wartość parametru m , dla którego prosta $y + 2x + m = 0$ jest styczna do okręgu o równaniu $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 5$

- A) $m = 6$ B) $m = 5\sqrt{5} - 1$ C) $m = -6$ D) $m = 4$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = x^5 + 2x^3 - ax$ jest podzielny przez wielomian $x^2 + 1$. Wynika stąd, że

- A) $a = -3$ B) $a = -1$ C) $a = 1$ D) $a = 3$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Niech A i B będą takim zdarzeniami losowymi, że $P(B) = 0,5$ i $P(B \setminus A) = 0,2$. Wtedy prawdopodobieństwo $P(A|B)$ jest równe

- A) 0,3 B) 0,6 C) 0,5 D) 0,18

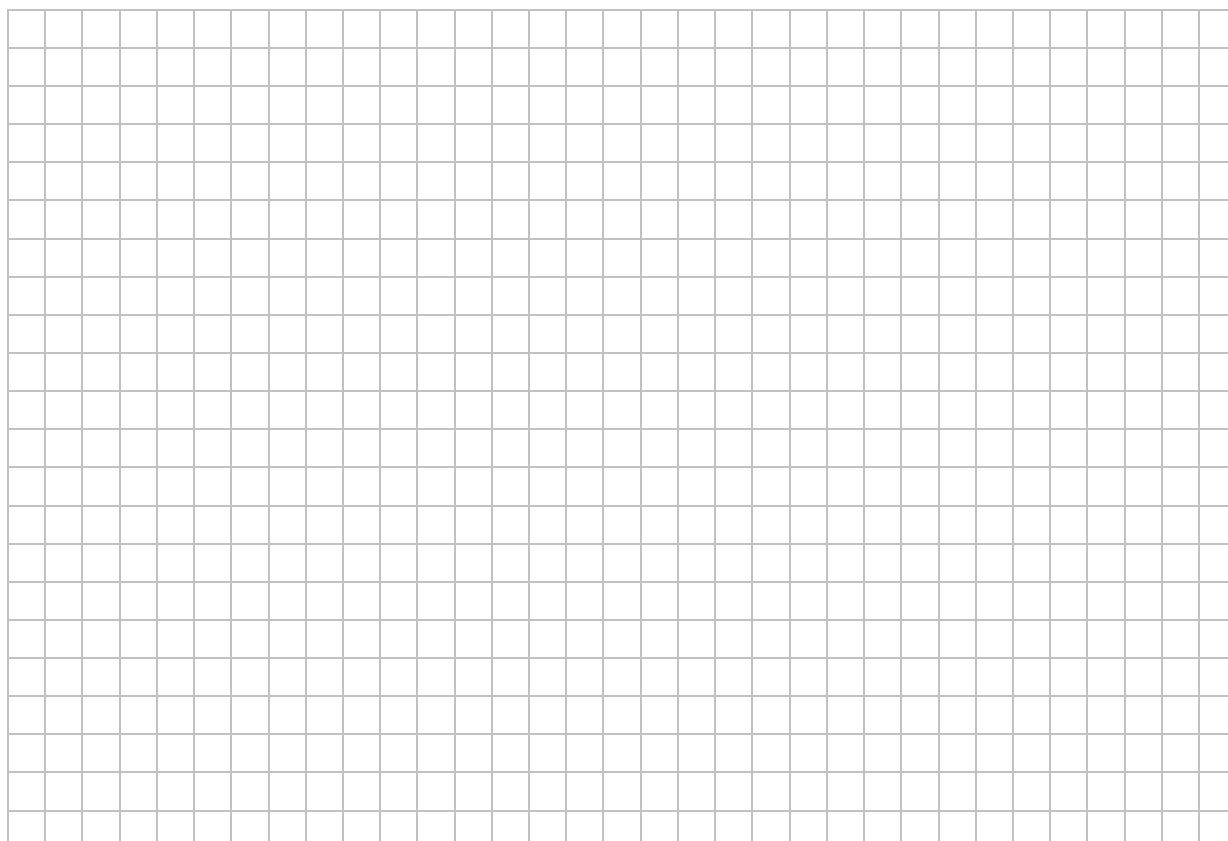
ZADANIE 6 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \log 2^x$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = \sqrt{2}$



ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 5n} - n)$.



ZADANIE 8 (3 PKT)

Dana jest parabola o równaniu $y = 2x^2 + 3$ i leżący na niej punkt A o współrzędnej x równej -1 . Wyznacz równanie stycznej do tej paraboli w punkcie A .



ZADANIE 9 (3 PKT)

Długości boków trójkąta ABC są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie q . Wykaż, że miary kątów trójkąta zbudowanego z odcinków o długościach równych długościom wysokości trójkąta ABC są równe miarom kątów trójkąta ABC .



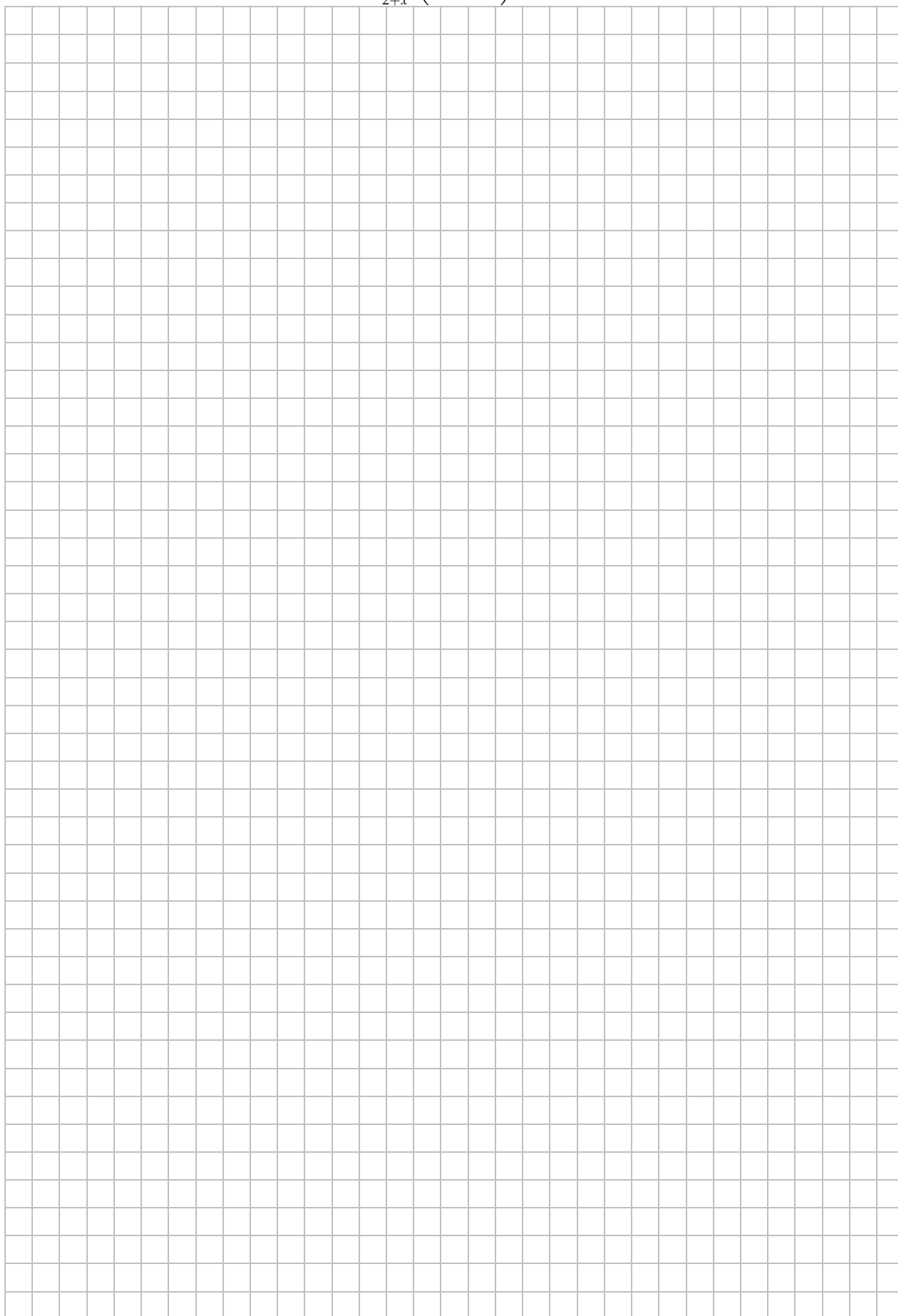
ZADANIE 10 (4 PKT)

Wierzchołki A i B kwadratu $ABCD$ leżą na paraboli $y = x^2 - 6x + 19$, przy czym odcinek AB jest równoległy do osi Ox . Wykaż, że jeżeli odległość punktu A od osi Ox jest liczbą całkowitą to pole kwadratu $ABCD$ również jest liczbą całkowitą.



ZADANIE 11 (4 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{3-x}{2+x}} \left(\frac{x^2-x-2}{x-2} \right)^3$



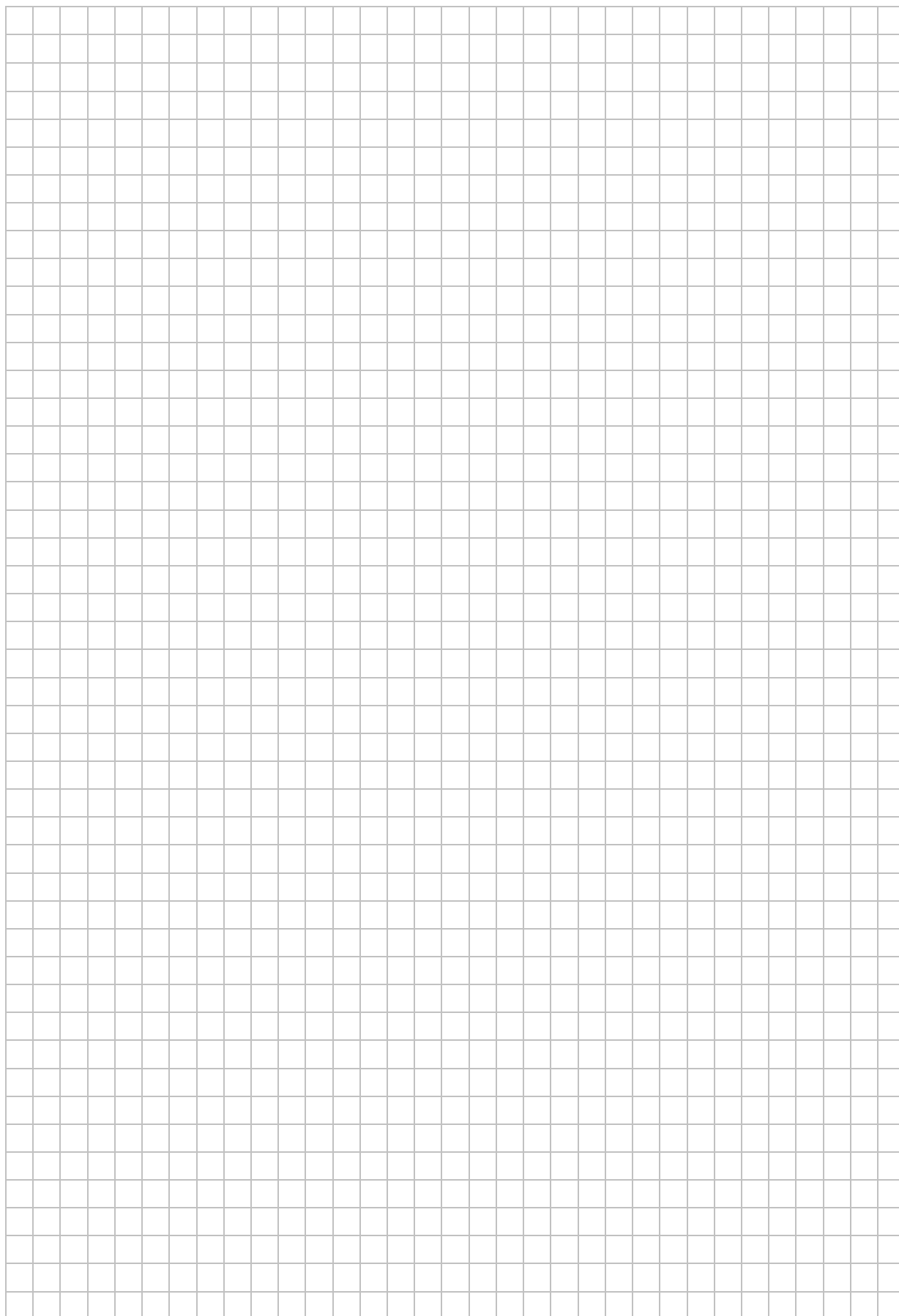
ZADANIE 12 (4 PKT)

Przez środek okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny ABC poprowadzono prostą równoległą do boku BC i przecinającą bok AB w punkcie D . Oblicz iloraz $\frac{|DC|}{|DB|}$.



ZADANIE 13 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $3 \sin^2 x = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.



ZADANIE 14 (5 PKT)

Wykres funkcji homograficznej $f(x) = \frac{ax+3}{x+b+1}$ można otrzymać przesuając wykres funkcji $g(x) = \frac{7}{x}$, a dziedziną funkcji $f(x)$ jest tym samym zbiorem co jej zbiór wartości. Wyznacz współczynniki a i b .



ZADANIE 15 (6 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna ma długość $3\sqrt{6}$, a krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz miarę kąta utworzonego przez dwie sąsiednie ściany boczne.



ZADANIE 16 (7 PKT)

Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa $4M$, a jedna z jego ścian na pole powierzchni trzy razy większe od innej ściany tego prostopadłościanu. Oblicz jaka jest powierzchnia całkowita tego prostopadłościanu, jeżeli jego objętość jest największa możliwa.

