Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

12 MARCA 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

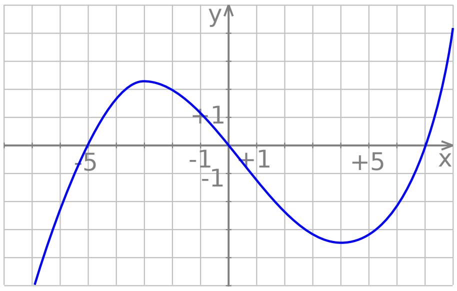
Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \begin{cases} ||x-2|-4| & \text{dla } x < 0 \\ x-1 & \text{dla } x \geqslant 0 \end{cases}$

Równanie $f(x) = 2$ ma dokładnie

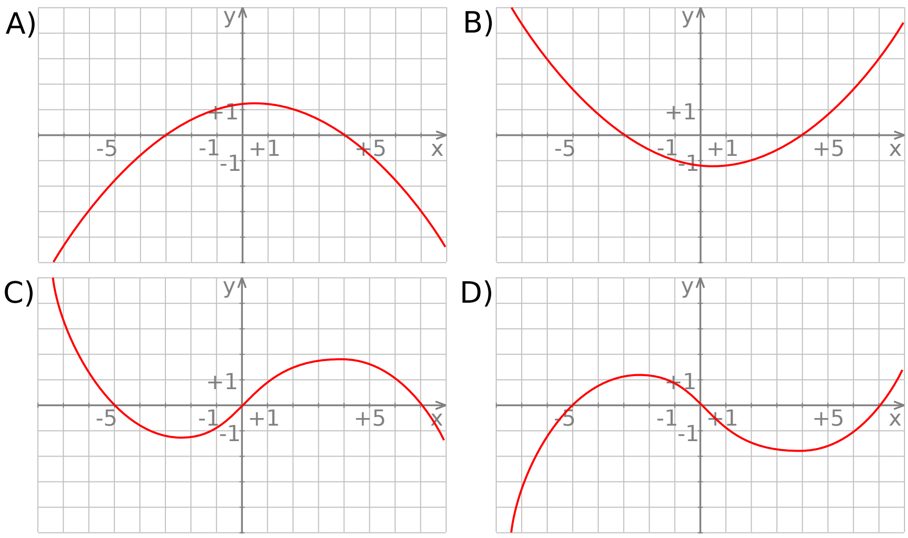
A) jedno rozwiązanie. B) dwa rozwiązania. C) cztery rozwiązania. D) pięć rozwiązań.

ZADANIE 2 (1 PKT)

Rysunek przedstawia wykres funkcji $y = f(x)$.



Wskaż wykres funkcji $y = f'(x)$.



ZADANIE 3 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+1} + a_{n-1} = a_n - a_{n-2} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 3$. Wiadomo ponadto, że $a_2 = 3$, $a_4 = -4$ i $a_6 = 9$. Wyraz a_3 jest równy

A) -1 B) 0 C) 5 D) -2

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 4 (1 PKT)

Zbiór K – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których wartość liczbowa wyrażenia $\sqrt{x(4-x^2)}$ jest liczbą rzeczywistą. Zatem

A) $K = \langle -2,0\rangle \cup \langle 2,+\infty)$

B) $K = (-\infty,-2\rangle \cup \langle 0,2\rangle$

C) $K = (-2,0) \cup (2,+\infty)$

D) $K = (-\infty,-2) \cup (0,2)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Z talii 52 kart wylosowano jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowano damę jeżeli wiadomo, że wylosowana karta nie jest ani kierem ani królem?

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{35}$ D) $\frac{3}{37}$

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $|x^2 - 1410| > |x^2 - 606|$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 7 (3 PKT)

Oblicz granicę

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3\sqrt{3}}-\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}\cdot\sqrt{3}}-\frac{1}{3^n}\right).$$

ZADANIE 8 (3 PKT)

Na ile sposobów można umieścić 6 ponumerowanych kul w czterech szufladach tak, aby w jednej z szuflad były dokładnie 4 kule?

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 9 (3 PKT)

Udowodnij, że dla każdych dwóch liczb rzeczywistych $x \geqslant 1$ i $y \geqslant 1$ prawdziwa jest nierówność

$$(x+y)(x^2-xy+y^2+3) \geqslant 2(x^2+xy+y^2+1).$$

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

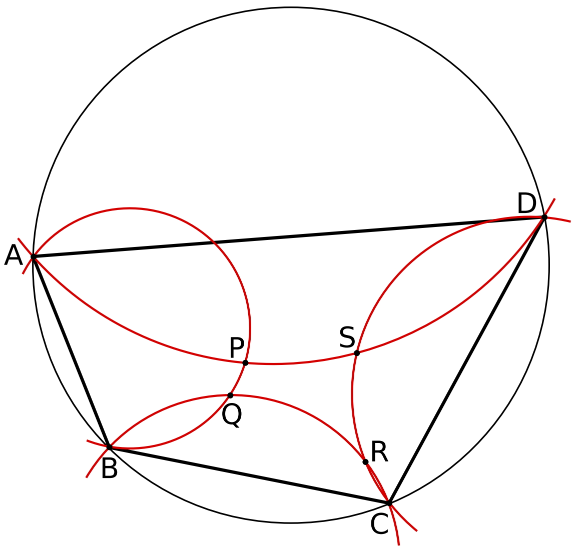
Zadanie 10 (4 pkt)

Długości boków równoległoboku są równe 13 i 21, a jego pole wynosi 252. Oblicz długości przekątnych tego równoległoboku.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 11 (4 PKT)

Przez każde dwa sąsiednie wierzchołki czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg poprowadzono okrąg (zobacz rysunek).



Wykaż, że punkty P, Q, R, S, w których przecinają się te okręgi, leżą na jednym okręgu.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $(4\cos^2 x - 1) \cdot \cos x = \sin^2 x - 3\cos^2 x$, dla $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 13 (5 PKT)

Dany jest okrąg o_0 o równaniu $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 4$. W drugiej „ćwiartce" układu współrzędnych istnieją dwa okręgi o_1, o_2 styczne zewnętrznie do okręgu o_0 i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów o_1 oraz o_2.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 14 (5 PKT)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (2m+9)x^2 + 2(2m+3)x - 2m + 1$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste $x_1,\ x_2$, spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

ZADANIE 15 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt $ABCD$. Spodkiem wysokości ostrosłupa jest środek E krawędzi CD. Oblicz tangens kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa jeżeli $|AB| = 2|BC|$ i $|SE| = 3|BC|$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 16 (7 pkt)

Na półkuli o promieniu R opisano stożek w ten sposób, że środek podstawy stożka pokrywa się ze środkiem kuli. Jaka jest najmniejsza możliwa objętość tego stożka?

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info