

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

dysleksja

# MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 stron (zadania 1 – 10). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy

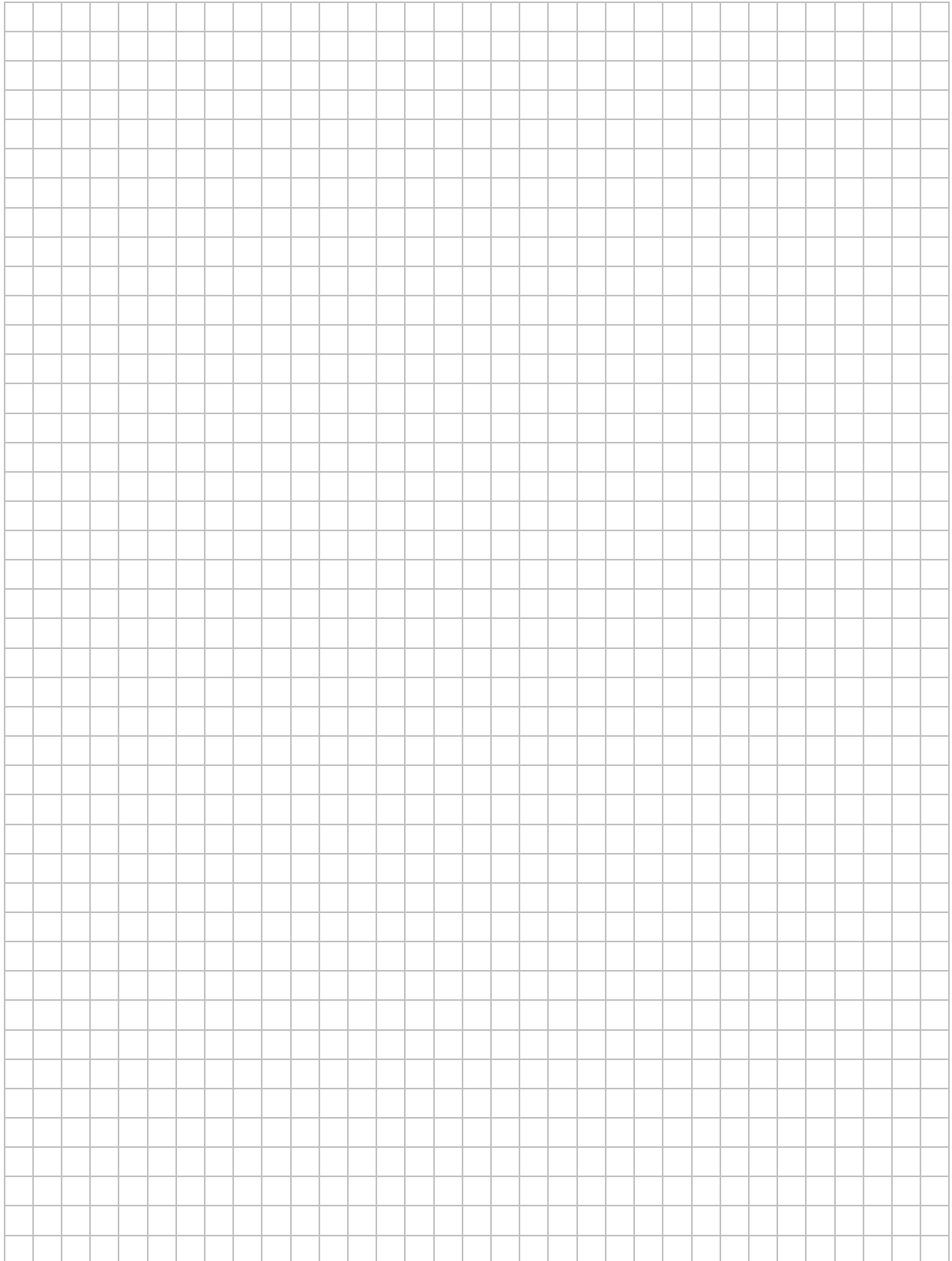
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 1. (7 pkt)**

Wyznacz dziedzinę funkcji

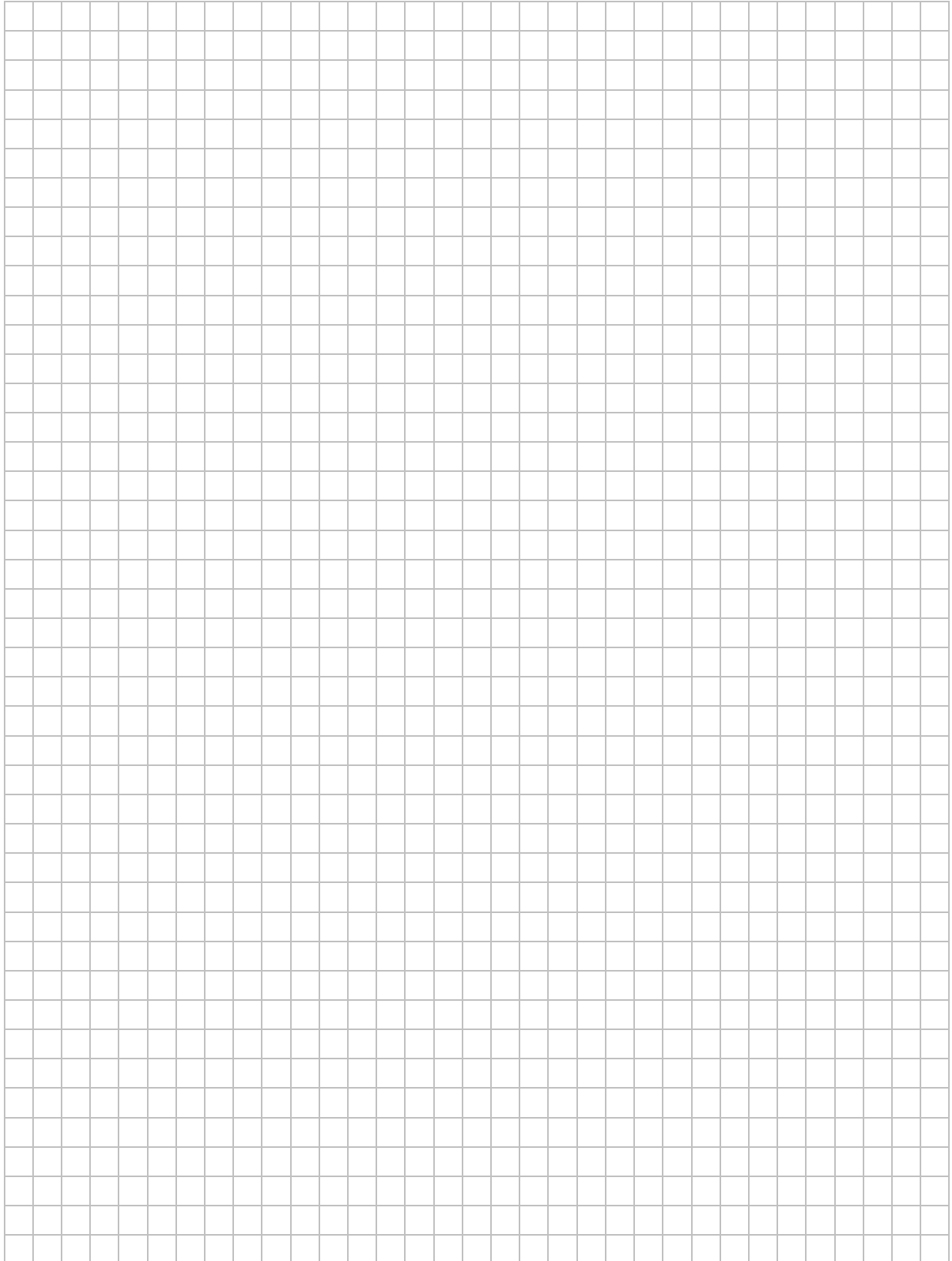
$$y = \sqrt{x^3 - 3x^2 - 4x + 12} + \log_{5-x} \left( \frac{x-2}{5} + \frac{2x-4}{5} + \frac{3x-6}{5} + \dots + \frac{10x-20}{5} \right).$$



**Zadanie 2. (4 pkt)**

Rozwiąż równanie

$$\left(\sqrt{2}x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + |2x^2 - 3x + 1| = 0$$



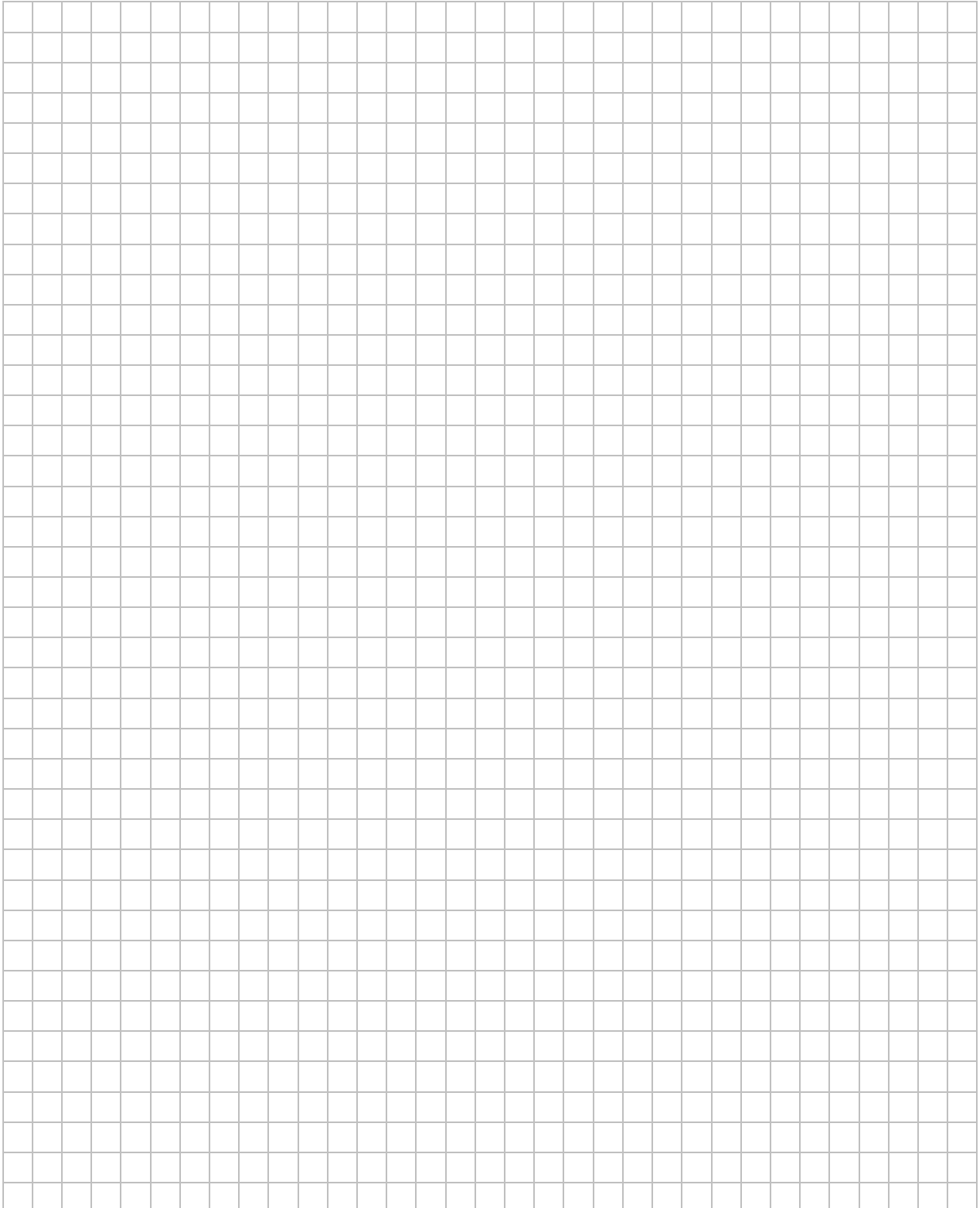
**Zadanie 3. (6 pkt)**

Dla jakiego parametru  $p$  iloczyn miejsc zerowych funkcji

$$f(x) = x^2 + 3x - p^2 + 2p$$

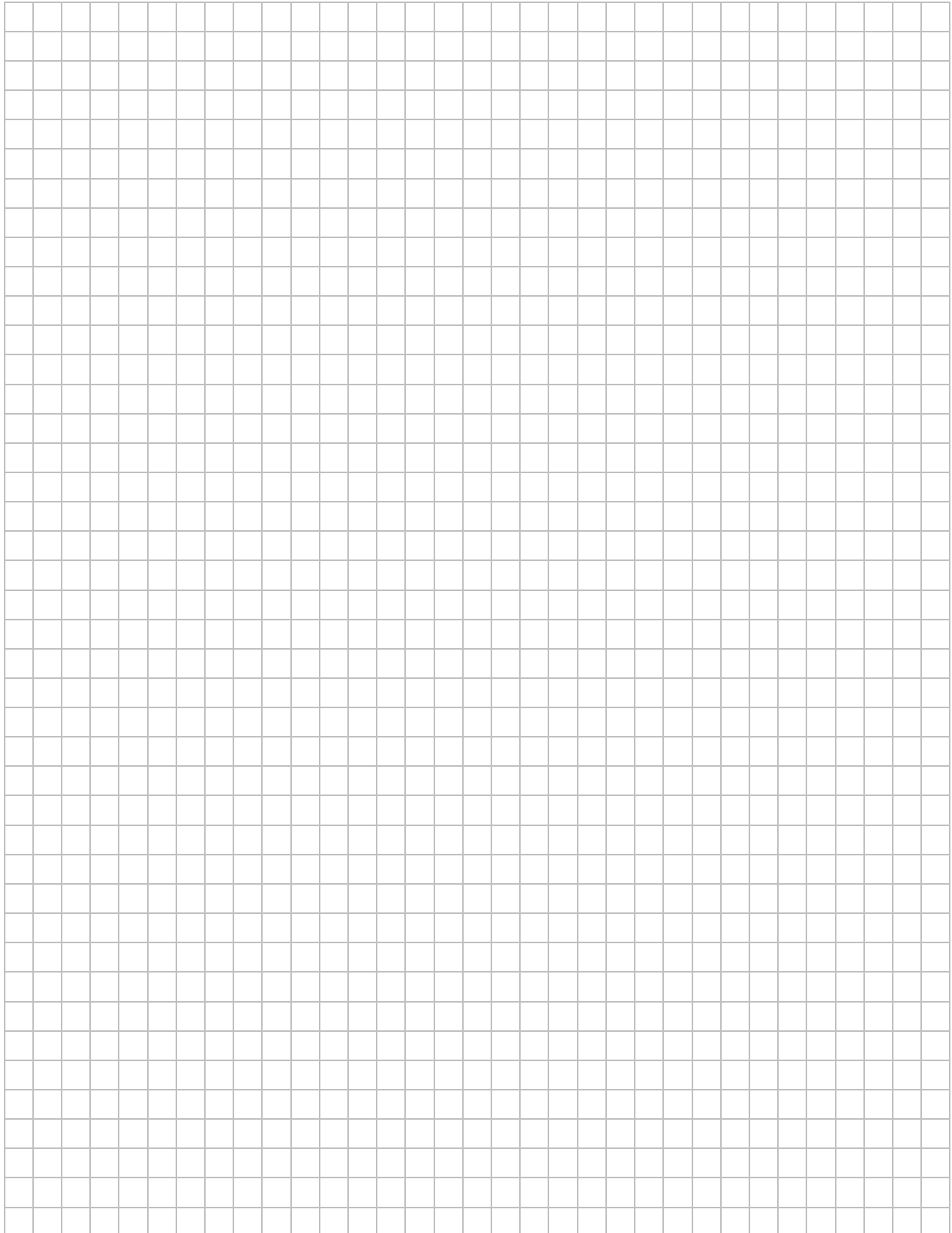
jest równy mniejszemu pierwiastkowi równania

$$\left(3 - \frac{x}{2}\right)(2x - p) = 0.$$



**Zadanie 4. (4 pkt)**

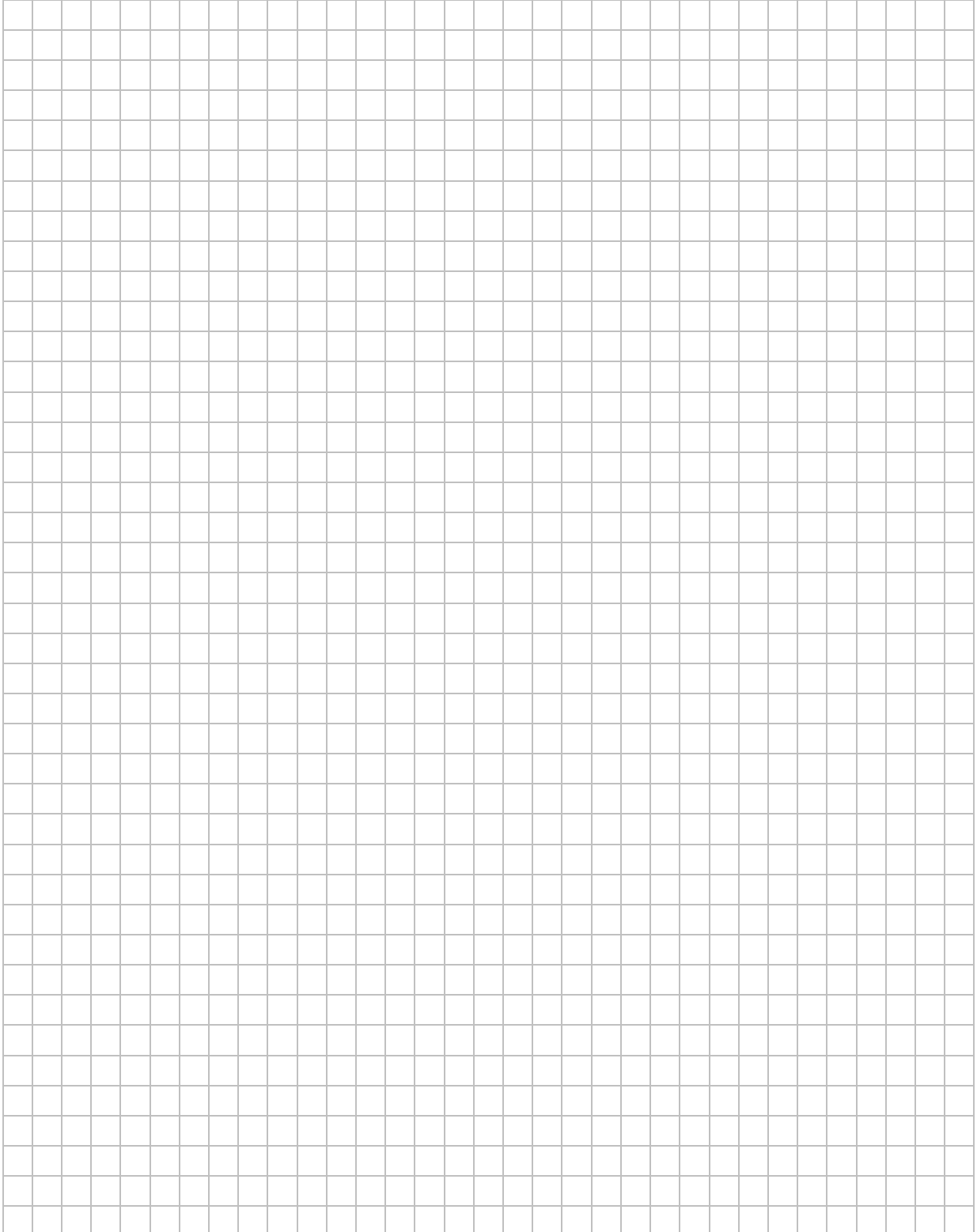
Sinus pewnego kąta ostrego  $\alpha$ , liczba 0,75 oraz cosinus tego samego kąta  $\alpha$  tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Oblicz sumę  $\sin\alpha + \cos\alpha$ .



**Zadanie 5. (6 pkt)**

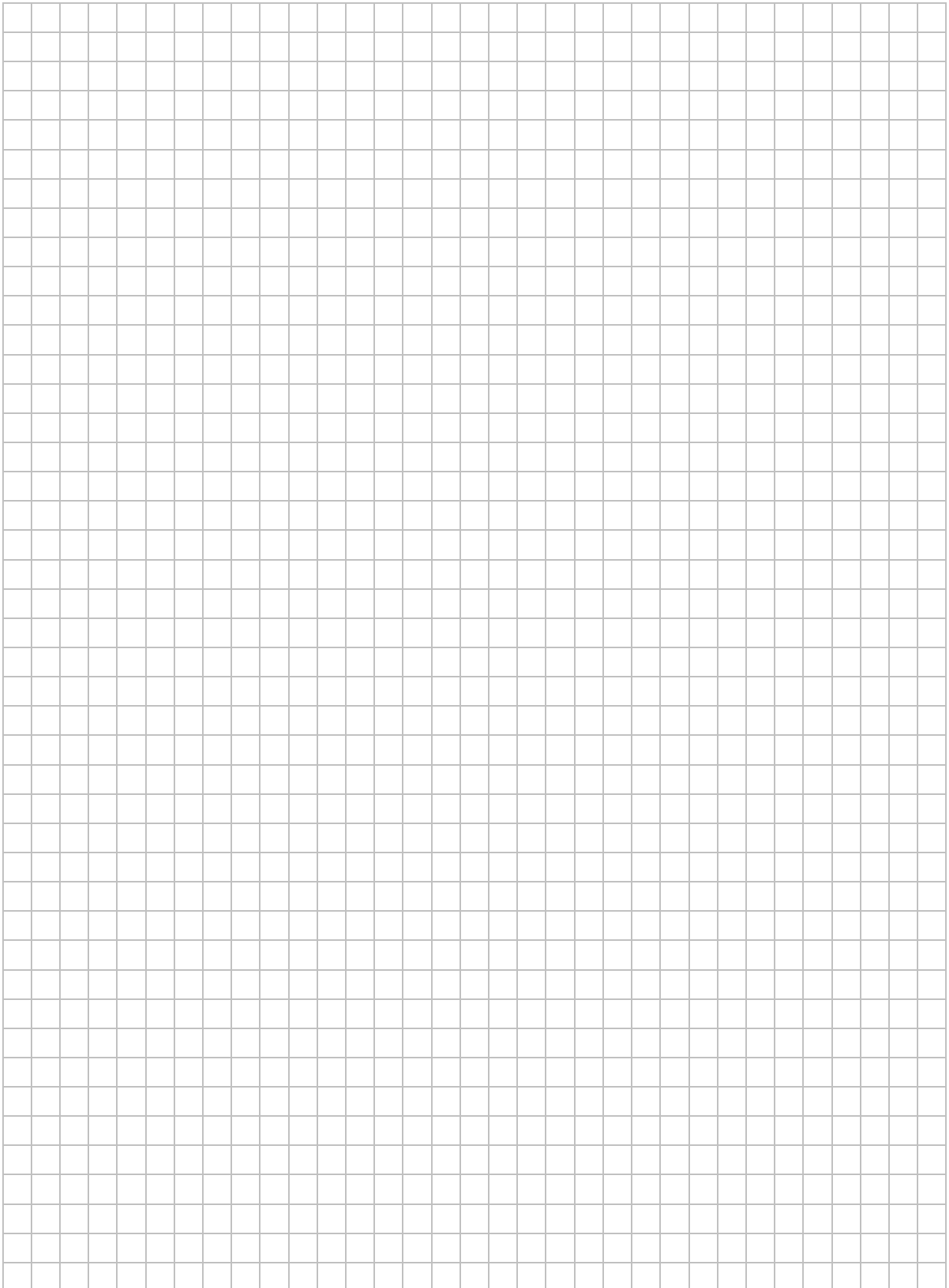
Różnica między drugim wyrazem ciągu geometrycznego a pierwszym wyrazem tego ciągu wynosi  $-6$ , a różnica między czwartym a pierwszym wyrazem tego ciągu jest równa  $-18$ .

Oblicz trzeci wyraz tego ciągu.



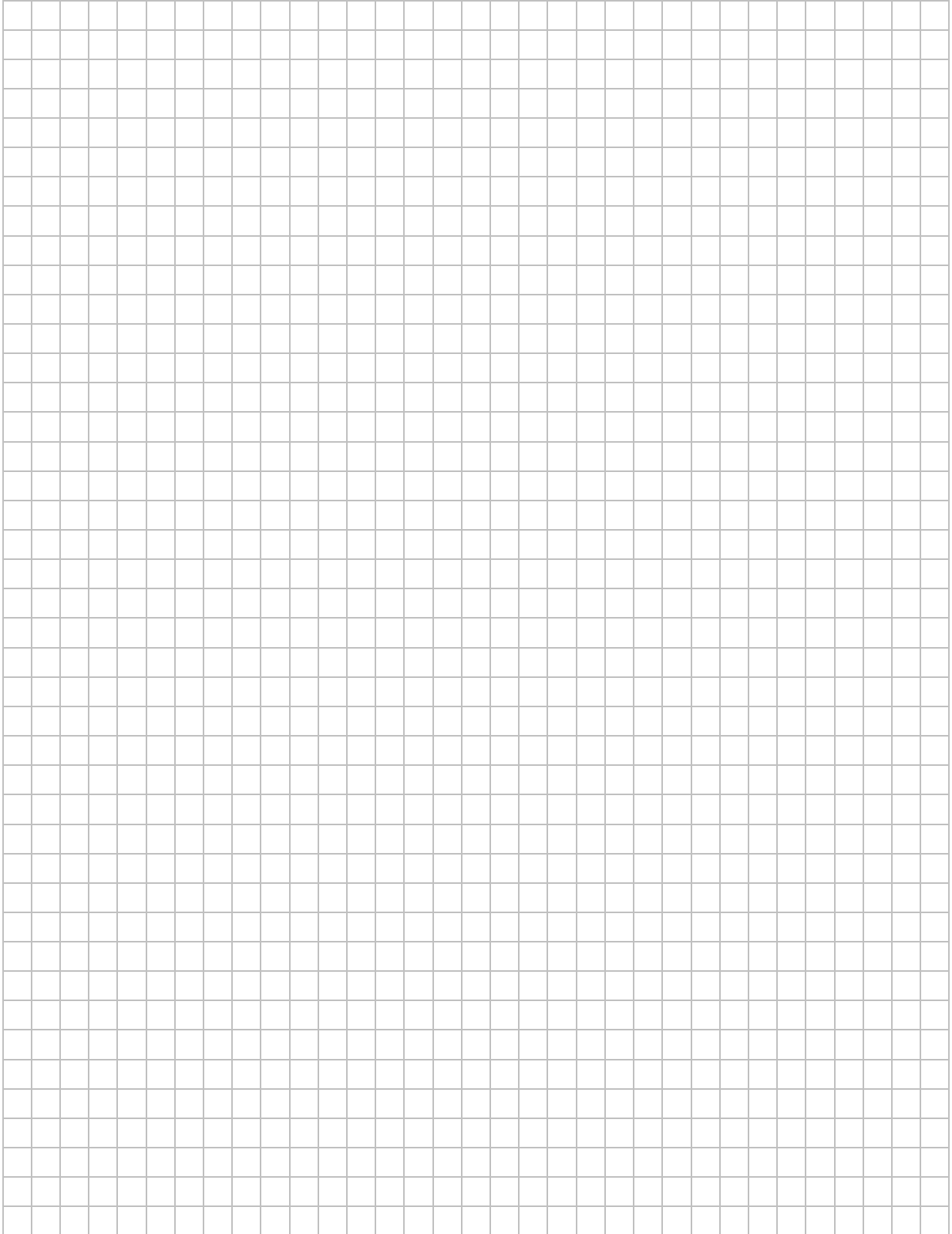
**Zadanie 6. (3 pkt)**

Uzasadnij, że suma długości wysokości w dowolnym trójkącie jest mniejsza od jego obwodu.



**Zadanie 7. (5 pkt)**

Pole trapezu prostokątnego opisanego na okręgu wynosi 5, a jego obwód 10. Oblicz długość promienia okręgu.

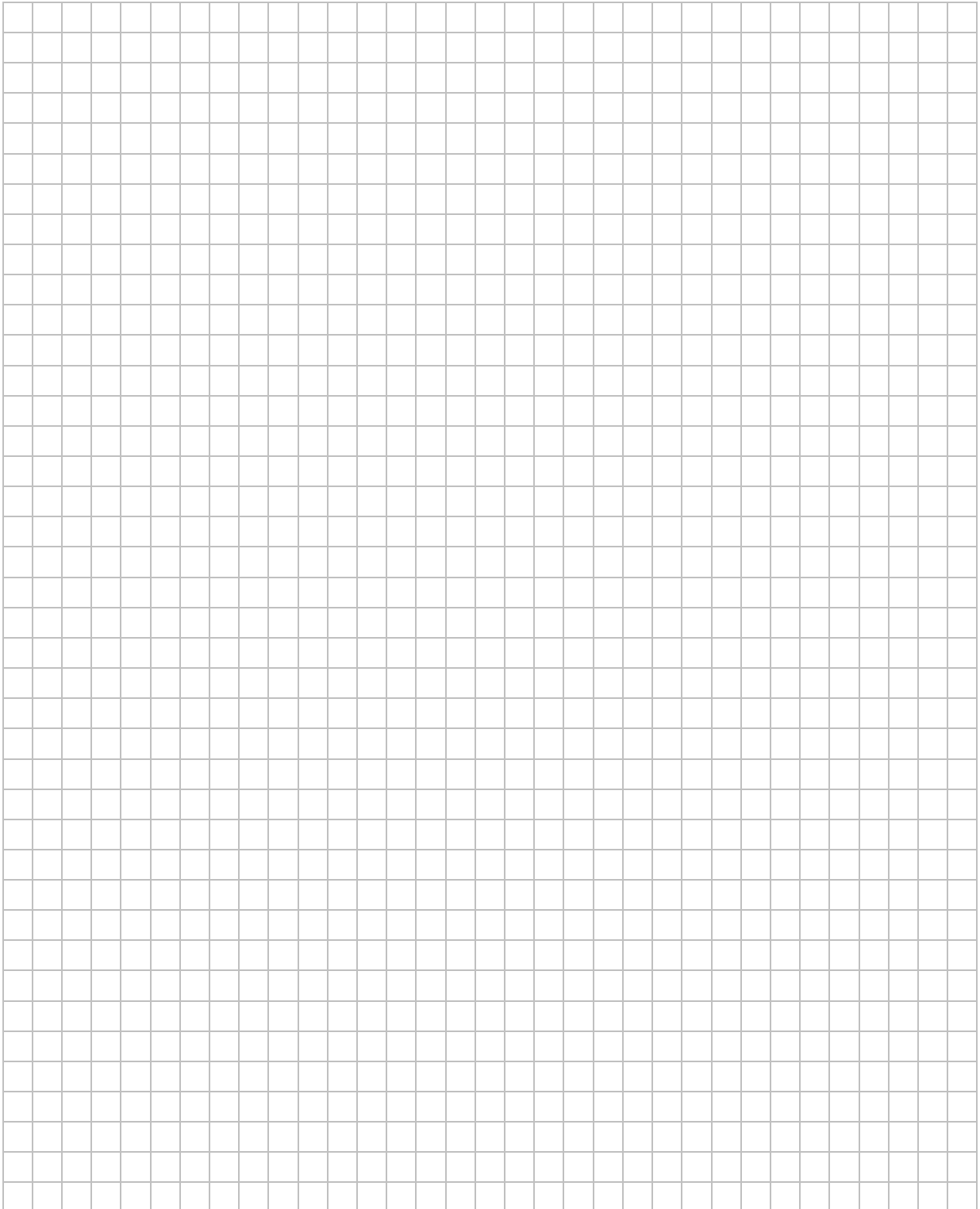




**Zadanie 8. (5 pkt)**

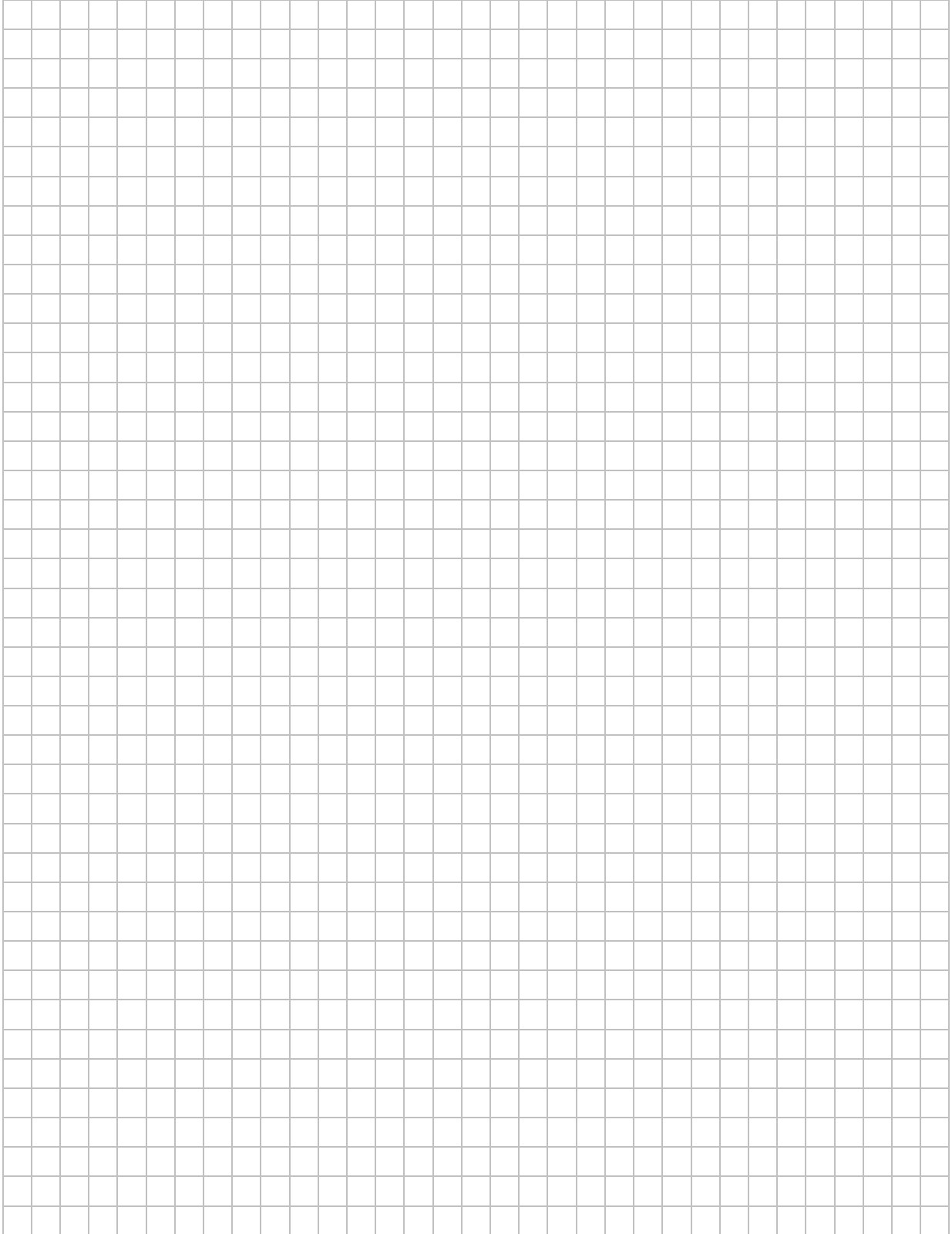
Końcami odcinka są punkty o współrzędnych  $A=(-1;-2)$  oraz  $B=(3;6)$ . Odcinek CD jest obrazem odcinka AB zarówno w jednokładności o środku  $S_1=(-5;2)$ , jak i w jednokładności o środku  $S_2=(3;2)$ .

Oblicz współrzędne jednego z końców odcinka CD oraz skalę jednokładności o środku  $S_2$ .



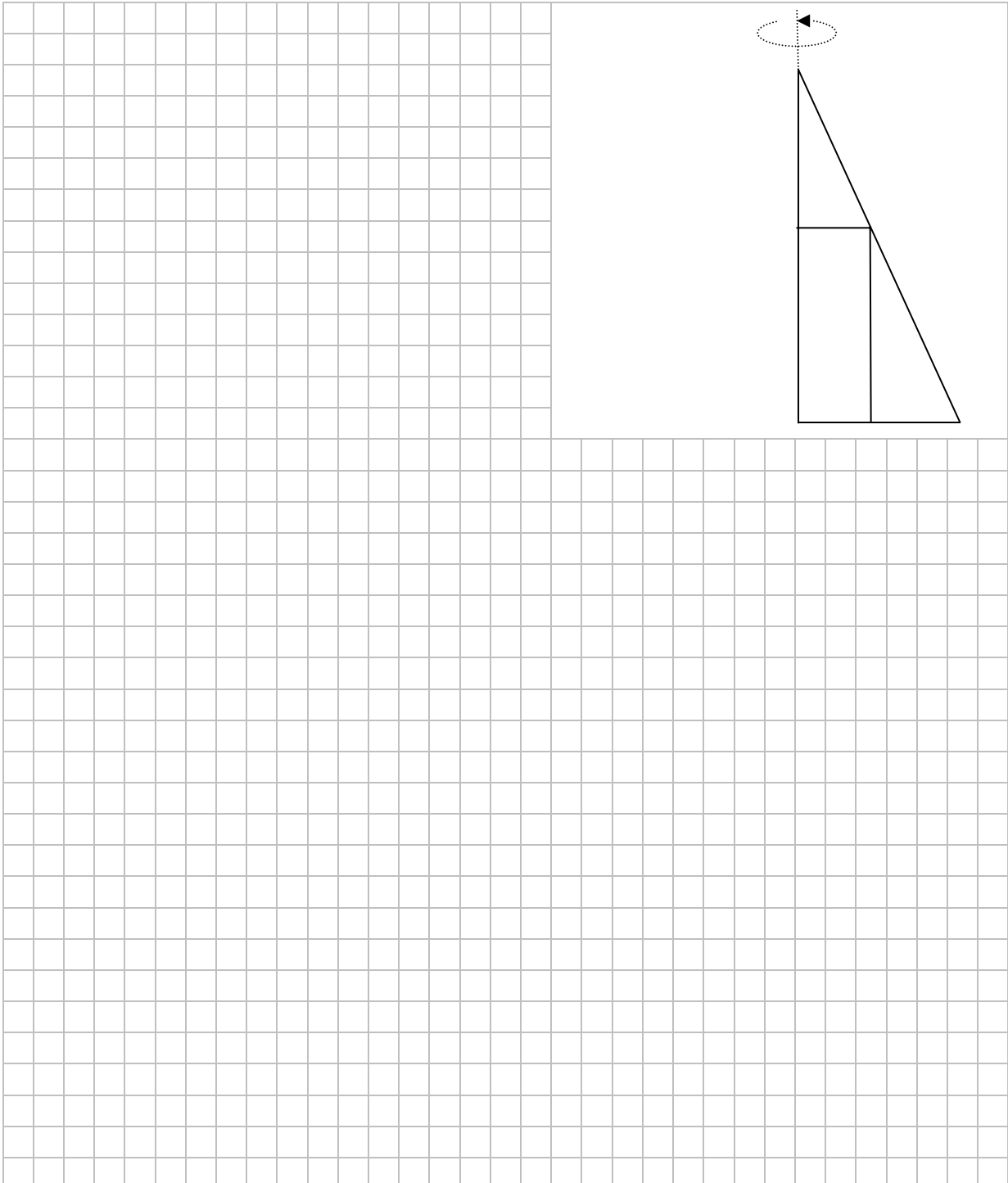
**Zadanie 9. (5 pkt)**

Spośród liczb  $1^1, 2^2, 3^3, \dots, 9^9$  wybieramy losowo trzy. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn tych liczb jest parzysty.



**Zadanie 10. (5 pkt)**

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych o długościach 2 i 4 wpisano prostokąt w ten sposób, że dwa jego boki leżą na przyprostokątnych trójkąta, a jeden z wierzchołków prostokąta leży na przeciwprostokątnej trójkąta. Prostokąt ten obraca się dookoła prostej, zawierającej dłuższą przyprostokątną trójkąta, tworząc walec. Oblicz, który z walców, otrzymanych w powyższy sposób, posiada największe pole powierzchni bocznej i oblicz jego objętość.



## **Brudnopis**