

# GEOMETRIA PŁASKA

## TRÓJKĄTY, CZWOROKĄTY, OKRĘGI WPISANE I OPISANE

ZADANIE 1

W trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona na przeciwprostokątną ma długość 10 cm, a promień okręgu opisanego ma długość 19 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 2

Miary kątów trójkąta są w stosunku 1:2:3. Obwód koła opisanego na tym trójkącie jest równy  $12\pi$ . Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 3

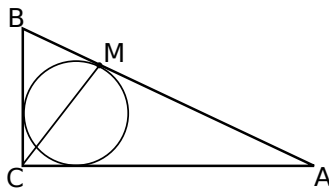
W trapezie kąty przy dłuższej podstawie to  $60^\circ$  i  $30^\circ$ , a długość wysokości trapezu wynosi 6. Oblicz pole trapezu oraz długości jego podstaw wiedząc, że suma długości ramion jest równa sumie długości podstaw.

ZADANIE 4

Stosunek długości przekątnych rombu o boku 17 cm jest równy 5:3. Oblicz pole rombu.

ZADANIE 5

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ , w którym  $BC = 30$ ,  $AC = 40$  i  $AB = 50$ . Okrąg wpisany w trójkąt  $ABC$  jest styczny do boku  $AB$  w punkcie  $M$ . Oblicz długość odcinka  $CM$ .



ZADANIE 6

Przyprostokątne trójkąta  $ABC$  mają długości 10 i 24. Przeciwprostokątna trójkąta  $KLM$  podobnego do niego ma długość 39. Oblicz pole trójkąta  $KLM$ .

ZADANIE 7

Dwa krótsze boki trójkąta rozwartokątnego mają długości 5 cm i 6 cm. Jakie wartości może przyjmować długość trzeciego boku trójkąta?

ZADANIE 8

Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Oblicz wysokość tego trapezu.

ZADANIE 9

Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Oblicz wysokość tego trapezu.

ZADANIE 10

W rombie jedna z przekątnych jest dłuższa od drugiej o 3 cm. Dla jakich długości przekątnych pole rombu jest większe od  $5\text{cm}^2$ ?

ZADANIE 11

Dany jest trapez prostokątny  $ABCD$ , gdzie  $|\angle DAB| = 90^\circ$ ,  $|\angle ABD| = 30^\circ$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $|DB| = 2(\sqrt{3} + 1)$  i  $|DC| = 2$ .

- Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt  $BDA$ .
- Wyznacz sumę kwadratów sinusów kątów wewnętrznych trapezu  $ABCD$ .

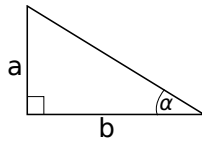
ZADANIE 12

W trapezie równoramiennym, który nie jest równoległobokiem, ramię ma długość 7 cm, a przekątna 8 cm. Oblicz długości podstaw trapezu wiedząc, że odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 4 cm.

ZADANIE 13

Dany jest trójkąt prostokątny, w którym  $a$ ,  $b$  oznaczają długości przyprostokątnych,  $\alpha$  jest miarą kąta ostrego leżącego naprzeciw przyprostokątnej  $a$ . Wiadomo, że  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ . Oblicz

- tangens kąta  $\alpha$ ;
- wartość wyrażenia  $3 \cdot \frac{a}{a-b} + 2 \cdot \frac{b^2}{a^2+b^2}$ .



ZADANIE 14

Odcinki  $AK$  i  $BL$  są wysokościami trójkąta ostrokątnego  $ABC$ , a punkt  $S$  punktem ich przecięcia. Wykaż, że podobne są trójkąty:

- $AKC$  i  $BLC$ ;
- $LAS$  i  $BKS$ ;
- $ABC$  i  $CKL$ .

ZADANIE 15

Liczba przekątnych wielokąta wypukłego, w którym jest  $n$  boków i  $n \geq 3$  wyraża się wzorem  $P_n = \frac{n(n-3)}{2}$ .

- Oblicz liczbę przekątnych w dwudziestokącie wypukłym.
- Oblicz, ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest pięć razy większa od liczby boków.
- Sprawdź, czy jest prawdziwe następujące stwierdzenie: *Każdy wielokąt wypukły o parzystej liczbie boków ma parzystą liczbę przekątnych.* Odpowiedź uzasadnij.
- Uzasadnij, że jeżeli liczba boków wielokąta wypukłego jest nieparzysta, to liczba jego przekątnych jest wielokrotnością liczby jego boków.

ZADANIE 16

Kąt ostry między przekątnymi równoległoboku  $ABCD$  ma miarę  $60^\circ$ . Przekątna  $AC$  ma długość 6, a przekątna  $BD$  jest prostopadła do boku  $AD$ . Oblicz długości boków równoległoboku.

ZADANIE 17

W prostokącie połączono środki sąsiednich boków. Powstały w ten sposób romb ma obwód 40 cm i pole równe  $96 \text{ cm}^2$ . Oblicz długości boków prostokąta.

ZADANIE 18

Krótsza przekątna rombu o długości  $8\sqrt{3}$  cm dzieli go na dwa trójkąty równoboczne. Oblicz pole rombu.

ZADANIE 19

Wyznacz wszystkie wartości  $x$ , dla których liczby 3, 5,  $|x|$  mogą być długościami boków trójkąta.

ZADANIE 20

W trapez wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z dłuższą podstawą trapezu dzieli tę podstawę na odcinki długości 2,5 dm i 4 dm. Wysokość trapezu ma długość 4 dm. Oblicz obwód tego trapezu.

ZADANIE 21

Pole rombu jest równe 120. Gdyby zwiększyć długości jego przekątnych odpowiednio o 2 i 5 to pole wzrosłoby o 55. Oblicz obwód rombu. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

ZADANIE 22

Z punktu  $A$  leżącego na okręgu o promieniu  $r = 6$  cm i środku  $O$  poprowadzono dwie równej długości cięciwy  $AB$  i  $AC$  tworzące kąt  $30^\circ$ . Oblicz pole czworokąta  $ABOC$ .