

## PODSTAWA PROGRAMOWA PRZEDMIOTU MATEMATYKA

### IV etap edukacyjny

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
III. Modelowanie matematyczne.	
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.
IV. Użycie i tworzenie strategii.	
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.
V. Rozumowanie i argumentacja.	
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

### Cele kształcenia – wymagania ogólne

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:	
1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $ x-a  = b$ , $ x-a  < b$ , $ x-a  \geq b$ , 2) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.
2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);	
3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;	

### Treści nauczania – wymagania szczegółowe

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką); 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym; 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; 8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej; 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).	
2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:	
1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$ .	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$ ; 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$ ; 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias; 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
	6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne
3. Równania i nierówności. Uczeń:	
1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą; 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$ ; 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$ ; 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2, \quad \frac{x+1}{x} = 2x.$	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje wzory Viète'a; 2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; 3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; 4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ ; 5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; 6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; 7) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe; 8) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2, \quad \frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x}$ $\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}$ 9) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $  x+1 -2  = 3,  x+3  +  x-5  > 12.$

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
4. Funkcje. Uczeń:	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;</li> <li>2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;</li> <li>3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</li> <li>4) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x + a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</li> <li>5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = c \cdot f(x)</math>, <math>y = f(cx)</math>;</li> <li>2) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</li> <li>3) posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;</li> <li>4) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</li> </ol>

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; 12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym); 13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego $a$ , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi; 14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; 15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.	
5. Ciągi. Uczeń	
1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 3) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz i na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 4) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz i na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; 2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$ , $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów; 3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.
6. Trygonometria. Uczeń:	
1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od $0^\circ$ do $180^\circ$ ; 2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
<p>(odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</p> <p>3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);</p> <p>4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ <p>oraz <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>;</p> <p>5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</p>	<p>2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o miarze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu <math>\sin x &gt; a</math>, <math>\cos x \leq a</math>, <math>\operatorname{tg} x &gt; a</math>);</p> <p>5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;</p> <p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu <math>\sin 2x = \frac{1}{2}</math>, <math>\sin 2x + \cos x = 1</math>, <math>\sin x + \cos x = 1</math>, <math>\cos 2x &lt; \frac{1}{2}</math>.</p>
7. Planimetria. Uczeń:	
<p>1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;</p> <p>2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;</p> <p>3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;</p> <p>2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;</p> <p>3) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</p> <p>4) rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;</p>

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
	5) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:	
1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); 2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; 4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; 5) wyznacza współrzędne środka odcinka; 6) oblicza odległość dwóch punktów; 7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności; 2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych; 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt; 4) oblicza odległość punktu od prostej; 5) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności; 6) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; 7) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach; 8) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.
9. Stereometria. Uczeń:	
1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
<p>2) rozpoznaje w graniastopach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</p> <p>3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) rozpoznaje w graniastopach i ostrosłupach kąty między ścianami;</p> <p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p> <p>6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</p>	<p>2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastopu lub ostrosłupa płaszczyzną.</p>
<p>10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:</p>	
<p>1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;</p> <p>3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;</p> <p>2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;</p> <p>3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.</p>



ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
11. Rachunek różniczkowy. Uczeń:	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;</li> <li>2) oblicza pochodne funkcji wymiernych;</li> <li>3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;</li> <li>4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;</li> <li>5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;</li> <li>6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</li> </ol>