# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

23 MARCA 2019

CZAS PRACY: 170 MINUT

## Zadania zamknięte

### ZADANIE 1 (1 PKT)

Różnica $6\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}-\log_{\sqrt{2}}8$ jest równa

A) $0$ B) $-3$ C) $\log_6\frac{3}{16}$ D) $3$

### ZADANIE 2 (1 PKT)

Dla $x=\sqrt{3}+1$ oraz $y=\frac{3}{\sqrt{3}}-1$ wartość wyrażenia $x^2+2xy+y^2$ jest równa

A) $3$ B) $12$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

### ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{0,216\cdot 10^{-51}}$ jest równa

A) $0,06\cdot 10^{-17}$ B) $0,6\cdot 10^{-48}$ C) $0,6\cdot 10^{-17}$ D) $0,06\cdot 10^{-54}$

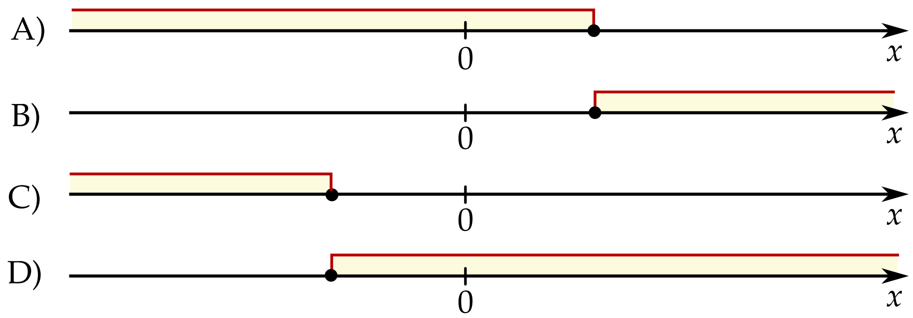
### ZADANIE 4 (1 PKT)

Kacper jest o 12,5% wyższy od Ali i jest wyższy od Ewy o 11 cm. Ala jest niższa od Ewy o 5%. Wzrost Kacpra jest równy

A) 171 cm B) 160 cm C) 180 cm D) 164 cm

### ZADANIE 5 (1 PKT)

Wskaż rysunek, na którym może być przedstawiony zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $4-3x\geqslant\sqrt[3]{30}(1-x)$.




### ZADANIE 6 (1 PKT)

Jednym z rozwiązań równania $\frac{x-5}{\sqrt{3}-x}=\frac{\sqrt{3}+x}{x}$ jest

A) $x=\frac{1}{3}$ B) $x=-\frac{1}{2}$ C) $x=\frac{1}{2}$ D) $x=-3$

## ZADANIE 7 (1 PKT)

Jeśli funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 - 6x + 4a$ ma dwa miejsca zerowe, to liczba $a$ spełnia warunek

A) $a < -\frac{9}{4}$ B) $0 \leqslant a < 1$ C) $-\frac{1}{3} \leqslant a < 0$ D) $a > -\frac{9}{4}$

## ZADANIE 8 (1 PKT)

Funkcja liniowa $f$ określona jest wzorem $f(x) = 2 - \frac{1}{3}x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych $x$. Wskaż zdanie prawdziwe.

A) Funkcja $f$ jest malejąca i jej wykres przecina oś $Ox$ w punkcie $(6,0)$
B) Funkcja $f$ jest malejąca i jej wykres przecina oś $Ox$ w punkcie $(2,0)$
C) Funkcja $f$ jest rosnąca i jej wykres przecina oś $Ox$ w punkcie $(2,0)$
D) Funkcja $f$ jest rosnąca i jej wykres przecina oś $Ox$ w punkcie $(6,0)$



## ZADANIE 9 (1 PKT)

Dane są funkcje $f(x) = 2^x$ oraz $g(x) = -f(x) + 4$, określone dla wszystkich liczb rzeczywistych $x$. Punkt wspólny wykresów funkcji $f$ i $g$

A) nie istnieje B) ma współrzędne $(1,0)$
C) ma współrzędne $(0,1)$ D) ma współrzędne $(1,2)$

## ZADANIE 10 (1 PKT)

Najmniejszą wartością funkcji $y = -(x-2)^2 + 4$ w przedziale $\langle 3,5 \rangle$ jest

A) 4 B) 3 C) 0 D) $-5$

## ZADANIE 11 (1 PKT)

Funkcje kwadratowe $f$ i $g$ określone są wzorami $f(x) = -2(x-7)(x+3)$ i $g(x) = 3(7-x)(x-1)$. Liczby $x_1, x_2$ są różnymi miejscami zerowymi funkcji $f - g$. Zatem

A) $x_1 + x_2 = 12$ B) $x_1 + x_2 = -10$ C) $x_1 + x_2 = 2$ D) $x_1 + x_2 = 16$

## ZADANIE 12 (1 PKT)

W ciągu arytmetycznym $(a_n)$, określonym dla $n \geqslant 1$, spełniony jest warunek $a_7 + a_8 + a_9 = 2019$. Suma $a_6 + a_{10}$ jest równa

A) 673 B) 1346 C) 1009,5 D) 2019

## ZADANIE 13 (1 PKT)

Pięć liczb tworzy ciąg geometryczny. Iloczyn tych liczb jest równy 59049. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A) 243 B) 9 C) 3 D) 27

## ZADANIE 14 (1 PKT)

Układ równań $\begin{cases} y - \frac{3}{8}x = -3 \\ \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 3 \end{cases}$

A) nie ma rozwiązań.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C) ma dokładnie dwa rozwiązania.
D) ma nieskończenie wiele rozwiązań.

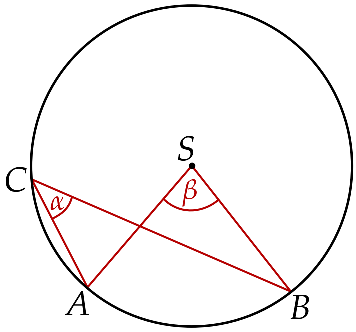
## ZADANIE 15 (1 PKT)

Kąt $\alpha$ jest ostry i $\cos\alpha = \frac{5}{13}$. Wtedy

A) $\sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{25}{169}$
B) $\sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$
C) $\sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{144}{65}$
D) $\sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$

## ZADANIE 16 (1 PKT)

Dany jest okrąg o środku $S$. Punkty $A$, $B$ i $C$ leżą na tym okręgu. Na łuku $AB$ tego okręgu są oparte kąty $ACB$ i $ASB$ (zobacz rysunek), których miary $\alpha$ i $\beta$ spełniają warunek $4\beta = 3\alpha + 365^\circ$. Wynika stąd, że




A) $\beta = 146^\circ$
B) $\beta = 73^\circ$
C) $\beta = 123^\circ$
D) $\beta = 219^\circ$

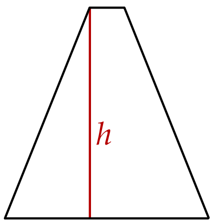
## ZADANIE 17 (1 PKT)

Okrąg o środku $S_1 = (-13, 12)$ oraz okrąg o środku $S_2$ i promieniu 8 są styczne zewnętrznie w punkcie $(-7, 12)$. Wtedy

A) $S_2 = (-1, 12)$
B) $S_2 = (2, 12)$
C) $S_2 = (1, 12)$
D) $S_2 = (0, 12)$

## ZADANIE 18 (1 PKT)

Długości boków trapezu równoramiennego są równe 19, 17, 3, 17.

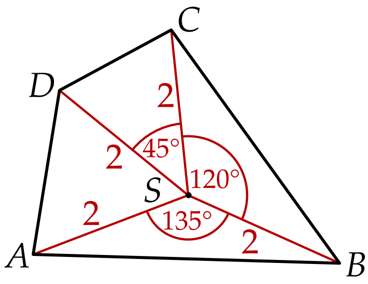



Wysokość $h$ tego trapezu jest równa

A) 16
B) 15
C) 14
D) 13

## ZADANIE 19 (1 PKT)

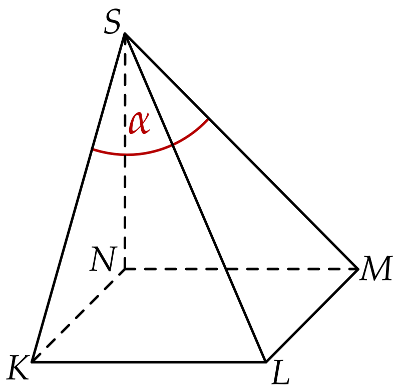
Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg o środku $S$ i promieniu $r = 2$ (zobacz rysunek). Pole tego czworokąta jest równe




A) $2+2\sqrt{2}$ B) 4 C) $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ D) $2+2\sqrt{3}$

## ZADANIE 20 (1 PKT)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $KLMN$ o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź $NS$, a jej długość jest równa 6 (zobacz rysunek).




Kąt $\alpha$, jaki tworzą krawędzie $KS$ i $MS$, spełnia warunek

A) $\alpha = 45^\circ$ B) $45^\circ < \alpha < 60^\circ$ C) $\alpha > 60^\circ$ D) $\alpha = 60^\circ$

## ZADANIE 21 (1 PKT)

Pięć identycznych metalowych stożków o promieniu podstawy $r$ przetopiono na jeden walec, którego wysokość jest równa $2r$ i jest dwa razy krótsza od jego promienia podstawy. Gdyby te same stożki przetopiono na kule o promieniu $r$, to ile takich kul by otrzymano?

A) 32 B) 16 C) 8 D) 24

## ZADANIE 22 (1 PKT)

Na której z podanych prostych leżą wszystkie punkty o współrzędnych $(7-2t, 3t+5)$, gdzie $t$ jest dowolną liczbą rzeczywistą?

A) $x+y=12$ B) $2y+3x=31$ C) $2y+3x=30$ D) $3y+2x=30$

## ZADANIE 23 (1 PKT)

Wykonano pomiary wagi pięciu arbuzów i każde dwa rezultaty były różne. Agata zapisała wyniki w kilogramach i odchylenie standardowe jej danych było równe $\sigma_A$. Basia zapisała te same wyniki w gramach i odchylenie standardowe jej danych było równe $\sigma_B$. Wynika stąd, że

A) $100\sigma_A = \sigma_B$ B) $1000\sigma_A = \sigma_B$ C) $\sigma_A = 100\sigma_B$ D) $\sigma_A = 1000\sigma_B$

## ZADANIE 24 (1 PKT)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 12 i niepodzielnych przez 8?

A) 20 B) 38 C) 75 D) 35



## ZADANIE 25 (1 PKT)

W tabeli poniżej przedstawione są wyniki pracy klasowej w dwóch klasach pierwszych.

| Ocena | 3,25 | 2,75 | 4,25 | 4 | 2 | 5,25 | 3,75 | 4,75 | 1 | 3 | 5 | 2,25 | 6 | 5,75 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Liczba ocen | 2 | 5 | 2 | 1 | 5 | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 1 | 2 | 3 |

Mediana ocen w tych dwóch klasach jest równa

A) 4 B) 3 C) 3,25 D) 3,75

## ZADANIE 26 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $17x(14x-9) \geqslant 13(9-14x)$.

## ZADANIE 27 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $\frac{(x^5-32)(x^4-81)}{x^2+x-6} = 0$.

## ZADANIE 28 (2 PKT)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb ujemnych $a$, $b$ prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{4a}+\frac{1}{4b}\leqslant\frac{1}{a+b}.$$

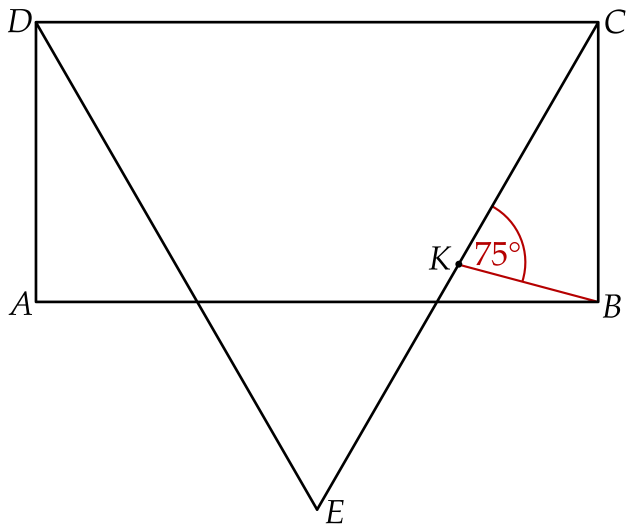


## ZADANIE 29 (2 PKT)

Jedenasty wyraz ciągu arytmetycznego $(a_n)$, określonego dla $n\geqslant 1$, jest równy $-8$, a suma jego dziesięciu początkowych wyrazów jest równa $-3$. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

## ZADANIE 30 (2 PKT)

Dany jest prostokąt $ABCD$, którego jeden bok jest dwa razy dłuższy od drugiego. Na boku $DC$ zbudowano trójkąt równoboczny $CDE$ (zobacz rysunek). Punkt $K$ jest takim punktem odcinka $CE$, że $|\measuredangle BKC| = 75^\circ$. Udowodnij, że punkt $K$ jest środkiem odcinka $CE$.



## ZADANIE 31 (2 PKT)

Rzucamy dziesięć razy sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w tych dziesięciu rzutach otrzymaliśmy dokładnie cztery razy sześć oczek, przy czym wyrzucono je w następującej konfiguracji

$$\ldots 66x66 \ldots$$

tzn. w pewnym momencie w dwóch kolejnych rzutach otrzymaliśmy szóstki, potem wyrzuciliśmy inną liczbę $x$ oczek, a następnie znowu wyrzuciliśmy dwie szóstki w dwóch kolejnych rzutach.

## ZADANIE 32 (4 PKT)

W układzie współrzędnych punkty $A = (-5,2)$ i $B = (-3,4)$ są końcami cięciwy okręgu $o$. Średnica $BC$ tego okręgu jest zwarta w prostej o równaniu $y = -3x - 5$. Wyznacz współrzędne punktu $C$.

## ZADANIE 33 (5 PKT)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 14$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{4}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

## ZADANIE 34 (4 PKT)

Krótsza podstawa trapezu ma długość $\sqrt{3}$, a ramiona długości $3\sqrt{2}$ i 6 tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach $45^\circ$ i $30^\circ$ odpowiednio. Oblicz pole trapezu.