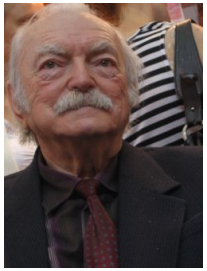
Matematyka – trzy perspektywy

podstawa programowa
kompetencje kluczowe
ramy kwalifikacji

Marek Legutko

Język matematyki



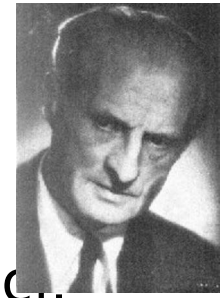
Cytat 1

- Wezwał do tablicy Pędzelkiewicza i kazał mu napisać pięć kolejnych liczb "pierwszych".
- Pędzelkiewicz najpierw się długo zastanawiał, rozdziawiwszy paszczę i wytrzeszczywszy z przerażenia oczy, a potem napisał: 1, 2, 3, 4, 5.
- Dziadzia zadrżał, ale zapytał, wciąż jeszcze spokojnie:

  - Czy naprawdę te wszystkie liczby są pierwsze?
  - Nie, nie - odparł niepewnie Pędzelkiewicz.
  - A które?
  - No, te na początku: jeden, dwa... - odparł Pędzelkiewicz i utknął.
- Dziadzia zaśmiał się wtedy straszliwie. Podszedł do tablicy i napisał: 2, 3, 5, 7. - A może zgodzisz się łaskawie, chłopassju, że to są liczby pierwsze?
- Pędzelkiewicz nie zgodził się i z uporem twierdził, że liczba siedem jest liczbą ostatnią.

(Edmund Niziurski, *Sposób na Alcybiadesa)*

Język matematyki



Cytat 2

- Obywatele pisarze, poeci, krytycy, recenzenci, historycy literatury, socjologowie i w ogóle pracownicy pióra!

  Oto dwie formuły matematyczne.

  Pierwsza:

$$\sqrt[97]{\frac{98765}{197530}:\frac{299874366}{599748732}}+\left(\sqrt[3]{54439939}-\sqrt{142884}\right)^{999018}=\sqrt[17]{131072}$$

  A oto druga:

$$1+1=2$$

  Nietrudno (łatwiej, niż się to wydaje) stwierdzić, że obie formuły są w składzie i rezultacie identyczne. Pierwsza wygląda tylko strasznie groźnie i zawile, gdy druga jest prosta, jasna i skromna. Morał: fakt, że 1+1=2, można (ale nie należy) wyrazić w sposób dziki i skomplikowany - i można inaczej... zwyczajnie... zrozumiale...

  To samo z pisaniem, obywatele pisarze!

  (Julian Tuwim, *Cicer cum caule czyli groch z kapustą*)

Język matematyki

Cytat 3

- Pan Jourdain ze sztuki Moliere'a „Mieszczanin szl[illegible]n" jest jednym z moich ulubionych bohaterów. Otóż w trakcie rozwoju osobistego dowiedział się, że od ponad 40 lat mówi prozą, chociaż nie ma o tym zielonego pojęcia. Podobnie jest z heurystyką rozumianą jako nauka o rozwiązywaniu zadań twórczych. Wielu używa jej niemal na co dzień, nie mając o tym rzeczonego zielonego pojęcia. Jednak z samego faktu umiejętności mówienia prozą nic rewelacyjnego nie wynika. Podobnie jest z heurystyką. Instynktowne użycie kilku prostych reguł przyniesie parę sukcesów, ale do tytułu mistrza odkryć i wynalazków trzeba jednak więcej systematycznej wiedzy i ukierunkowanego treningu.

Cytat 4

Czy matematyka jest ważna?

- G. Polya podzielił uczniów szkoły średniej ze względu na to jak będą wykorzystywać matematykę w swojej przyszłej pracy zawodowej na:

1. matematyków i specjalistów od zastosowań (1%)
2. korzystających z matematyki (inżynierów, naukowców, nauczycieli matematyki, ekonomistów, handlowców) (29%)
3. nie korzystających z matematyki (wykraczającej poza elementarną) (70%)

Pola, G. *Odkrycie matematyczne*. *1975,* PWN, Warszawa

Cytat 5

Czy matematyka jest ważna?

- Był czas, kiedy wystarczyło, że dziesięć czy piętnaście procent społeczeństwa jakiegoś kraju, Francji, Anglii czy Włoch, umiało czytać i pisać - i kraje te mogły przodować. Dobre te czasy dawno już minęły.
- Od wielu dziesiątków lat wiadomo dobrze, że kraj z ambicjami rozwojowymi nie może być krajem analfabetów. Dziś powoli zaczynamy uświadamiać sobie, że w naszej epoce żaden kraj z ambicjami nie może być krajem analfabetów matematycznych.
- I dla naszego kraju likwidacja analfabetyzmu matematycznego jest sprawą, jeżeli nie życia i śmierci – bez matematyki ostatecznie można żyć i długo jeszcze na świecie będą kraje zacofane obywające się bez niej – to w każdym razie kwestią awansu, pozycji na świecie i powodzenia.” (Zdzisław Opial, 1965)

Dlaczego matematyka jest ważna?

Cytat 6

- Można wykorzystać specyficzne cechy tej dyscypliny dla intelektualizacji postaw młodego człowieka przez dostosowaną do jego poziomu matematyczną aktywność, dla uświadomienia znaczenia i efektywności teoretycznego myśle toku rozwiązywania problemów

- można uczniowi przyswoić fundamenty apara pojęciowego, elementy uniwersalnego języka i metod rozumowania specyficznych dla matematyki, co jest konieczne do rozumienia technologicznego świata i perspektyw jego rozwoju, oraz umiejętność posługiwania się tym aparatem, tym językiem i tymi metodami w rozwiązywaniu problemów życia i przyszłego zawodu,

Dlaczego matematyka jest ważna

Cytat 6

- można rozwinąć intuicje numeryczne, wielkościowe i przestrzenne potrzebne do całościowego, syntetycznego ujmowania stosunków ilościowych i przestrzennych,
- można przyswoić uczniowi podstawowe techniki uczenia się matematyki, umiejętność korzystania z różnych źródeł informacji matematycznej i przez to przyczynić się do przyswojenia mu ogólnej techniki uczenia się koniecznej w epoce, w której "stałe uczenie się jest formą bycia człowieka ".

(Zofia Krygowska, Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia, WN WSP Kraków 1981)

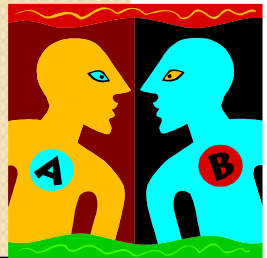
Podstawa i standard

- podstawa
  - «rzecz, na której coś stoi, opiera się, wspiera się
  - «zasadniczy element czegoś, założenie, zasada, podbudowa, podwalina czegoś; początek, punkt wyjścia, grunt»
  - «dolna część budowli, kolumny, pomnika, rzeźby itd.»
- standard
  - «przeciętna norma, przeciętny typ, model, wyrób odpowiadający określonym wymogom; wzorzec»
  - «popularny temat w muzyce jazzowej służący jako kanwa licznych improwizacji»

Uniwersalny słownik języka polskiego PWN

Czego uczyć i czego nauczyć

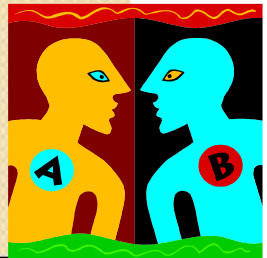
- Wszystkim krajom Unii Europejskiej zalecono udział w pracach nad budową **systemu potwierdzania kwalifikacji**, obejmującego kształcenie ogólne, zawodowe, wyższe i ustawiczne. Możliwa ma być ocena kwalifikacji danej osoby na podstawie jej umiejętności, tj. tego co umie i może zrobić w rzeczywistości, a nie uzyskanych przez nią dyplomów. Ocena kwalifikacji ma być porównywalna w UE, dzięki temu pracodawca bez problemu będzie mógł „zrozumieć” kwalifikacje kandydata z innego kraju i ocenić, czy nadaje się on na dane stanowisko.



Europejskie ramy kwalifikacji – ulotka
Europejskie ramy kwalifikacji – broszura

Czego uczyć i czego nauczyć

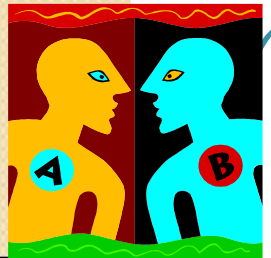
- Wszystkim krajom Unii Europejskiej zalecono także **ukierunkowanie krajowej edukacji na rozwijanie kluczowych kompetencji** (wiedzy, umiejętności i postaw), których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje te są istotnym wskaźnikiem alfabetyzacji i warunkują możliwość uczenia się przez całe życie. Wydzielono osiem grup kompetencji kluczowych: porozumiewanie się w języku ojczystym, porozumiewanie się w językach obcych, kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne, kompetencje informatyczne, umiejętność uczenia się, kompetencje społeczne i obywatelskie, inicjatywność i przedsiębiorczość, świadomość i ekspresja kulturalna.



Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady

Czego uczyć i czego nauczyć

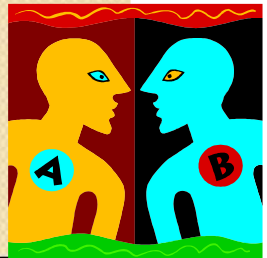
- Niezbędna **wiedza** w dziedzinie matematyki obejmuje solidną znajomość liczb, miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także znajomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź.
- Osoba powinna posiadać **umiejętności** stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinna być w stanie rozumować w matematyczny sposób, rozumieć dowód matematyczny i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy.
- Pozytywna **postawa** w matematyce opiera się na szacunku do prawdy i chęci szukania przyczyn i oceniania ich zasad



Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady

Czego uczyć i czego nauczyć

- Celem kształcenia ogólnego na III i IV etapie edukacyjnym jest:
  1. przyswojenie przez uczniów określonego zasobu wiadomości na temat faktów, zasad, teorii i praktyk;
  2. zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;
  3. kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie.



Podstawa programowa kształcenia ogólnego – załącznik nr 4, s. 1

Umiejętności kluczowe w podstawie

1. czytanie – umiejętność rozumienia, wykorzystywania i refleksyjnego przetwarzania tekstów, w tym tekstów kultury, prowadząca do osiągnięcia własnych celów, rozwoju osobowego oraz aktywnego uczestnictwa w życiu społeczeństwa;
2. myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
3. myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;
4. umiejętność komunikowania się w języku ojczystym i w językach obcych, zarówno w mowie, jak i w piśmie;
5. umiejętność sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno -komunikacyjnymi;
6. umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji;
7. umiejętność rozpoznawania własnych potrzeb edukacyjnych oraz uczenia się;
8. umiejętność pracy zespołowej.

Podstawa – załącznik nr 4, s. 1

„Na” – edukacyjna wartość dodana

- Regulacja treści kształcenia w języku efektów kształcenia poprzez określenie wymagań na koniec każdego etapu edukacyjnego ma na celu precyzyjne określenie tego, czego szkoła zobowiązana jest nauczyć przeciętnego ucznia. Przeniesienie uwagi na efekty kształcenia, dokonujące się aktualnie w wielu krajach Europy, będzie szło w parze ze zwiększeniem autonomii szkoły w zakresie kształtowania procesu kształcenia. Pozwoli to szkole na taki dobór metod nauczania, który – w kontekście uwarunkowań jej pracy – w sposób optymalny zapewni osiągnięcie opisanych w podstawie efektów kształcenia. Precyzyjny opis wymagań na koniec każdego etapu kształcenia umożliwi także zapewnienie spójności procesu nauczania w obrębie systemu szkolnictwa.

„Na” – edukacyjna wartość dodana

- Sformułowanie podstawy programowej kształcenia ogólnego w języku wymagań (główne kierunki oraz cele kształcenia w danej dziedzinie sformułowane są w języku wymagań ogólnych, zaś treści nauczania oraz oczekiwane umiejętności sformułowane są w języku wymagań szczegółowych) stanowi także pierwszy krok do wypełnienia zaleceń Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 23 kwietnia 2008 r. w sprawie ustanowienia europejskich ram kwalifikacji dla uczenia się przez całe życie (Dz. Urz. UE C z 6.05.2008 r., str. 1).

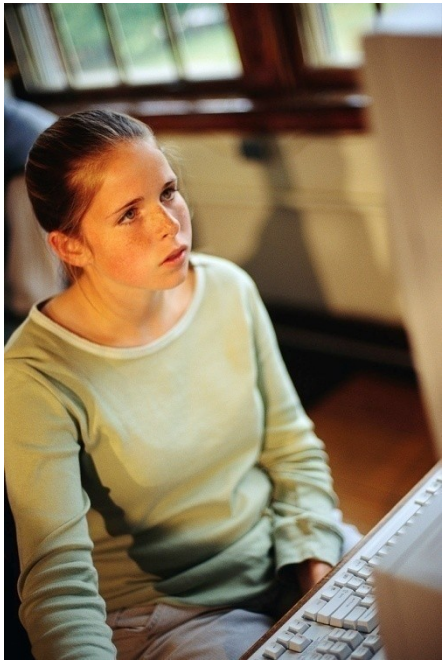
„Na” – edukacyjna wartość dodana

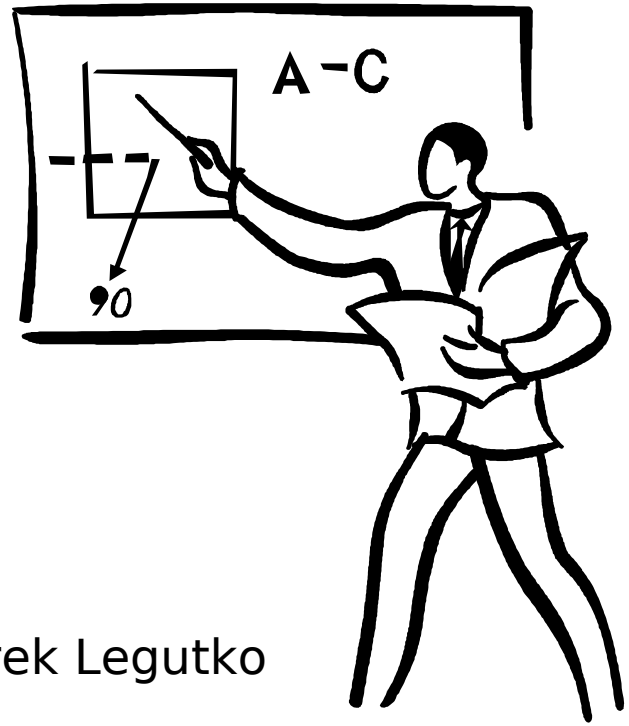
- Oprócz korzyści płynących z precyzyjnego określenia wiadomości i umiejętności, które uczeń zdobywa na każdym etapie kształcenia w języku efektów kształcenia, celem projektu rozporządzenia jest także poprawa jakości kształcenia, osiągnięcie spójnego programowo procesu kształcenia, dostosowanego do możliwości i indywidualnych potrzeb uczniów oraz uwzględniającego zwiększone aspiracje edukacyjne uczniów i młodzieży.
- Sprawdzian w ostatnim roku nauki w szkole podstawowej, egzamin gimnazjalny, egzamin maturalny oraz egzaminy eksternistyczne będą przeprowadzane na podstawie wymagań określonych w podstawie programowej kształcenia ogólnego

„Na” – edukacyjna wartość dodana

- Przy opracowywaniu projektu podstawy programowej uwzględniono polityki horyzontalne UE (politykę równości płci, społeczeństwa informacyjnego oraz zrównoważonego rozwoju). Proponowana podstawa programowa kształcenia ogólnego uwzględniania także Zalecania Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).
- Przewiduje się, że proponowane zmiany programowe przyczynią się do osiągnięcia celów określonych przez Komisję Europejską w Programie „Edukacja i Szkolenia 2010”

Efekty kształcenia





Marek Legutko

Co to jest PISA?

- PISA (badanie) – PISA to skrót nazwy Programu Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów (*Pro for International Student Assessment*) – międzynarodowego badania koordynowanego przez OECD. Jego celem jest uzyskanie porównywalnych danych o umiejętnościach uczniów, którzy ukończyli 15 rok życia w celu poprawy jakości nauczania i organizacji systemów edukacyjnych
- PISA bada umiejętności i wiedzę ważną z perspektywy wyzwań, przed jakimi 15-latkowie staną w swym dorosłym życiu. Punktem wyjścia jest pojęcie „*alfabetyzmu*” (literacy) odnoszące się do „*zdolności stosowania wiedzy i umiejętności, analizowania, argumentowania i efektywnego komunikowania w procesie stawiania, rozwiązywania i interpretowania problemów w różnych sytuacjach*”

OECD
PISA

Efekty edukacji – polskie wyniki PISA

Wyniki polskich uczniów w kolejnych badaniach PISA (średnia liczba punktów i pozycja wśród krajów uczestniczących w badaniach)

Badane umiejętności	2000 (31krajów)	2003 (40 krajów)	2006 (57krajów)
Czytanie ze zrozumieniem	479 (24.p)	497 (16.p)	508 (9.p)
Umiejętności matematyczne	**470** (24.p)	**490** (24.p)	**495** (25.p)
Rozumowanie w naukach przyrodniczych	483 (21.p)	498 (19.p)	498 (23.p)

Wyniki badania 2006 w Polsce

Wyniki PISA relacja CASE

OECD PISA

Polskie wyniki PISA – opis

- Po raz pierwszy wynik polskich uczniów jest wyższy od średniej dla krajów OECD (492 w 2006) w zakresie czytania ze zrozumieniem (508).
- Polska należy do krajów, które poprawiły swój wynik o 29 punktów pomiędzy 2000 a 2006 rokiem (Korea Płd 31pkt, Hongkong 27pkt). Odnotowano ten fakt w ogólnym raporcie i raportach innych krajów
- Średni wynik na ogólnej skali umiejętności rozumowania w naukach przyrodniczych wyniósł 498 punktów i jest niemal równy średniej.
- Średni wynik (495) na matematycznej skali umiejętności w badaniach PISA jest poniżej średniej w krajach OECD (500 punktów).
- Polska w 2006 roku dołączyła do grupy krajów, w których wynik z matematyki jest nierozróżnialny statystycznie od średniego wyniku krajów OECD.
- Umiejętności polskich uczniów sięgają 3. poziomu na matematycznej skali umiejętności (w 2000 roku sięgały 2. poziomu)

OECD
PISA

Efekty edukacji matematycznej

Mocne strony polskich gimnazjalistów – PISA

Nasi uczniowie potrafią:

- stosować znane algorytmy;
- korzystać z informacji przedstawionej w tabelkach, na diagramach i wykresach;
- wykorzystywać wyobraźnię i orientację przestrzenną;
- szacować i obliczać odległości;
- rozwiązywać proste zadania optymalizacyjne (co wybrać, by było taniej) i kombinatoryczne,
- używać intuicji prawdopodobieństwa i niezależności;
- rozwiązywać zadania w kilku prostych krokach.

OECD PISA

Efekty edukacji matematycznej

Mocne strony polskich gimnazjalistów – egzamin

Nasi uczniowie potrafią:

- odczytywać (92%) i przetwarzać (94%) informacje podane w formie procentowego diagramu kołowego,
- interpretować informacje podane w postaci diagramu słupkowego (82%),
- odczytywania (81%) i przetwarzania (77%) informacji z mapy pogody, wskazywania związków przyczynowo -skutkowych przy wyjaśnianiu zróżnicowanego zasolenia wód Bałtyku (77%),
- interpretowania informacji przedstawionych w tabeli (76%), odczytywania i przetwarzania informacji przedstawionych na rysunku (74%).

Efekty edukacji matematycznej

Słabe strony polskich gimnazjalistów – PISA

Nasi uczniowie mają trudności:

- z podaniem kompletnego rozwiązania niestandardowego zadania;
- z przeprowadzeniem samodzielnie całego toku rozumowania od stawiania hipotez, przez planowanie rozwiązania aż po formułowanie własnych wniosków i opinii;
- z myśleniem abstrakcyjnym, które wymaga analizy lub uogólnienia;

Efekty edukacji matematycznej

Słabe strony polskich gimnazjalistów – PISA

Nasi uczniowie mają trudności:

- z samodzielnym opanowaniem nieznanego wcześniej modelu lub kontekstu;
- z zaprojektowaniem strategii postępowania - odpowiedniego ciągu działań, składającego się z dobrze znanych operacji, prowadzącego do rozwiązania;
- z przeprowadzeniem rozumowania polegającego na analizie działania pewnego systemu i wyciągnięciu z tej analizy wniosków.

Efekty edukacji matematycznej

Słabe strony polskich gimnazjalistów – egzamin

Nasi uczniowie mają trudności:

- w stosowaniu technik twórczego myślenia do rozwiązania zadania problemowego, łączącego wiedzę z zakresu fizyki i matematyki (22%),
- interpretowanie własności funkcji (23%) i przekształcanie jej wzoru (29%),
- wykorzystanie własności miar figur podobnych (29%)

Egzamin gimnazjalny w roku 2006 – sprawozdanie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej

Wyniki: Matematyczne umiejętności typowe dla danego poziomu w badaniach PISA

poziom 6 668 <	**Uczeń na tym poziomie potrafi ...** • przeanalizować, uogólnić i wykorzystać informacje na podstawie samodzielnie zbudowanego modelu złożonej sytuacji problemowej. • łączyć informacje z różnych źródeł i swobodnie korzystać z różnych ich reprezentacji. • przeprowadzić zaawansowane matematyczne wnioskowania i rozumowania. • łączyć rozumienie z biegłością w wykonywaniu operacji symbolicznych i formalnych podczas twórczej pracy nad nowym dla siebie kontekstem. • formułować i precyzyjnie komunikować o swoich działaniach i refleksjach związanych z poszukiwaniem, interpretowaniem i uzasadnianiem wyniku w nowej oryginalnej sytuacji.
poziom 5 606-667	• modelować i i pracować z modelami złożonych sytuacji, identyfikując ograniczenia i precyzując zastrzeżenia. • wybrać, porównać i ocenić odpowiednie strategie rozwiązywania problemów związanych ze zbudowanym modelem. • pracować strategicznie, prowadzić rozumowania i używać wielu dobrze rozwiniętych umiejętności matematycznych, odpowiednio powiązanych reprezentacji symbolicznych i formalnych, ściśle związanych z daną sytuacją. • wzbudzić refleksje nad swoim działaniem, sformułować i zakomunikować swoją interpretację oraz sposób rozumowania.
poziom 4 544-605	• pracować efektywnie z podanymi wprost modelami złożonych sytuacji realnych identyfikując ograniczenia i czyniąc niezbędne założenia. • wybierać oraz integrować różne źródła informacji, w tym symboliczne i łączyć je bezpośrednio z kontekstem realnym. • w tych kontekstach stosować w ze zrozumieniem dobrze wyuczone techniki. • formułować komunikaty opisujące swoje interpretacje, argumentacje i działania.
poziom 3 482-543	• wykonać jasno opisany algorytm, wymagający także sekwencyjnego podejmowania decyzji. • wybierać i stosować proste strategie rozwiązywania problemów. • interpretować i używać reprezentacji z różnych źródeł danych, wyciągać rozsądne bezpośrednie wnioski. • przedstawić krótko wyniki nieskomplikowanych interpretacji i rozumowań.
poziom 2 420-481	• rozpoznać i interpretować sytuacje w kontekście wymagające tylko prostego kojarzenia (wnioskowania). • wydobyć istotną informację z pojedynczego źródła i użyć na raz jednej reprezentacji danych. • stosować podstawowe algorytmy, proste wzory, procedury lub umowy. • wyciągnąć bezpośrednie wnioski i dosłownie zinterpretować wyniki.
poziom 1 358-419	• rozwiązywać typowe zadania ze znanym kontekstem, w których wszystkie potrzebne informacje są podane bezpośrednio, a pytania są proste. • rozpoznać informacje i zastosować rutynowe czynności w jasno sprecyzowanych sytuacjach. • podjąć działania oczywiste, wynikające wprost z treści zadania.
p<1 <358	Uczeń nie ujawnia żadnej z najbardziej typowych matematycznych umiejętności mierzonych w PISA.. Ci uczniowie są prawdopodobnie poważnie pokrzywdzeni przez los w życiu, poza szkołą.

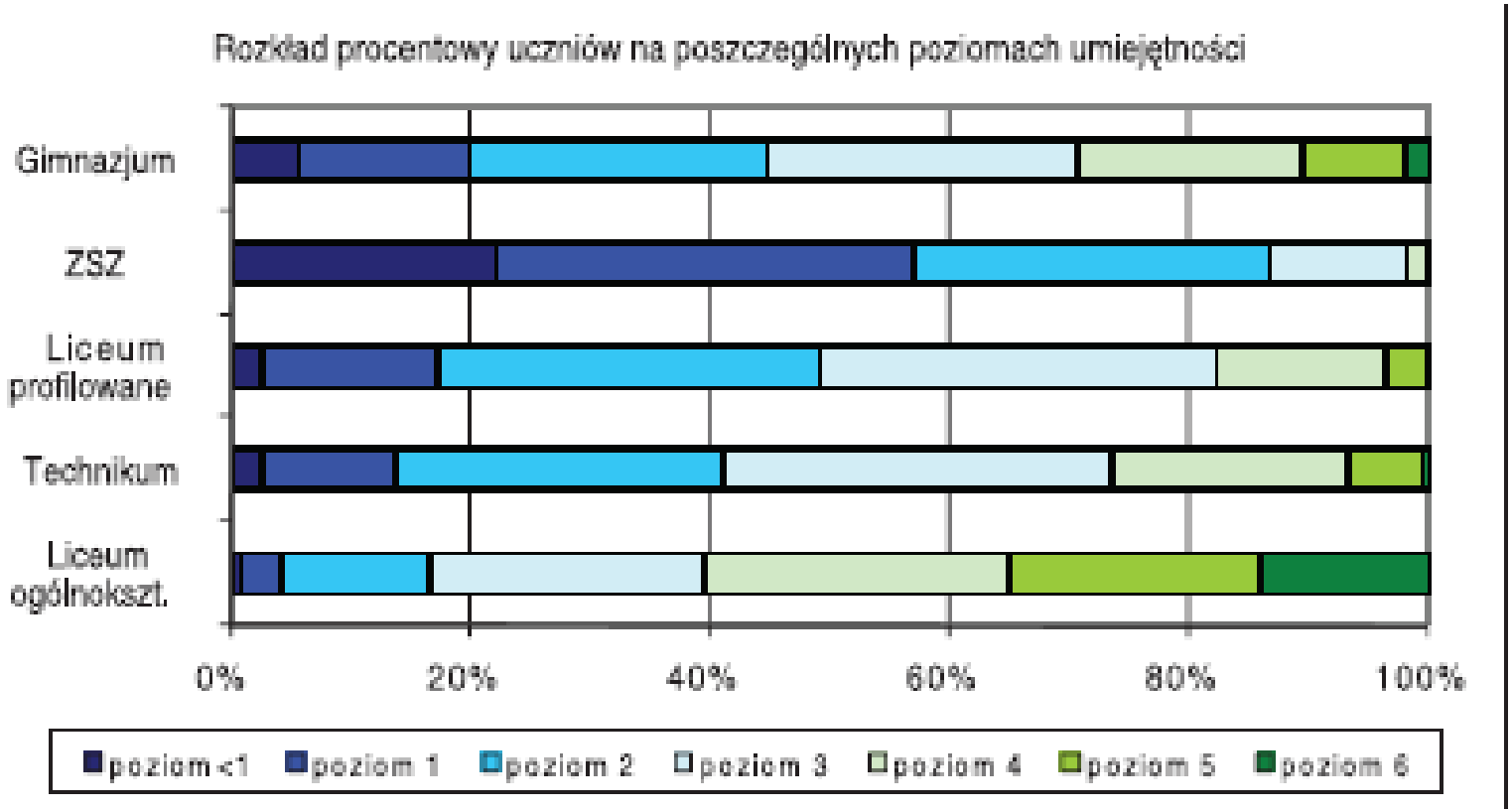
Efekty edukacji matematycznej

Liczba uczniów (w procentach) na matematycznych poziomach PISA 2006

poziomy	OECD (498)	Polska (1) 03 ;	(495) 06	Finlandia (548)	Tajwan (550)
poziom 6	3,3	2,3	2,0	6,3	11,8
poziom 5	10,0	7,8	8,6	18,1	20,1
poziom4	19,1	17,7	18,6	28,1	22,4
poziom 3	24,3	25,3	26,2	27,2	19,4
poziom 2	21,9	24,8	24,7	14,4	14,3
poziom1	13,6	15,2	14,2	4,8	8,3
poniżej1	7,7	6,8	5,7	1,1	3,6

Programme for International Student Assessment (PISA) – Wyniki badania 2003 i 2006 w Polscex

Efekty edukacji w różnych szkołach



OECD PISA

Efekty edukacji matematycznej

Przed wprowadzeniem obowiązkowego egzaminu

- Ponad 30% gimnazjalistów deklaruje, że czułoby się niezbyt pewnie lub bardzo niepewnie obliczając, ile terakoty potrzeba na pokrycie podłogi, prawie 50% nie potrafiłoby obliczyć zużycia paliwa i odczytać mapy, a jedna czwarta nie umiałaby obliczyć ceny telewizora po przecenie i długości trwania podróży.
- Polscy gimnazjaliści przede wszystkim starają się opanować jak najwięcej materiału pamięciowo (tego zdania jest ponad 60% uczniów), wyćwiczyć przykłady podobne do tych podanych na lekcji (ponad 70%), a rzadziej starają się wypracować nowe sposoby rozwiązania problemu (mniej niż 50%).
- Dodatkowo 40% gimnazjalistów nie szuka powiązań wiedzy z zakresu matematyki z innymi przedmiotami, a prawie 50% nie widzi, jak mogłoby wykorzystać wiedzę matematyczną w codziennym życiu.

OECD PISA

PISA – Wyniki badania 2003 w Polsce

Efekty edukacji matematycznej

Przed wprowadzeniem obowiązkowego egzaminu

Zadanie 8. (0-1)
Trzy lata temu posadzono przed domem krzew. Co roku podwajał on swoją wysokość i teraz ma 144 cm. Jeśli przez x oznaczymy wysokość krzewu w dniu posadzenia, to informacjom z zadania odpowiada równanie

A. $x = 144$ B. $4x = 144$ C. $6x = 144$ D. $8x = 144$

Zadanie 8 rozwiązło poprawnie 17% gimnazjalistów 2006

Zadanie 31. (0-4)
Uzupełnij rachunek wystawiony przez firmę budowlaną, wpisując w wykropkowanych miejscach obliczone wartości.

	Liczba sztuk	Cena netto	VAT (22% ceny netto)	Razem
Okno	1	1200 zł	.....	.....
Drzwi	1	.....	.....	3538 zł

Zapisz obliczenia.

Za zadanie 31 gimnazjaliści 2006 uzyskali 44% punktów możliwych do uzyskania

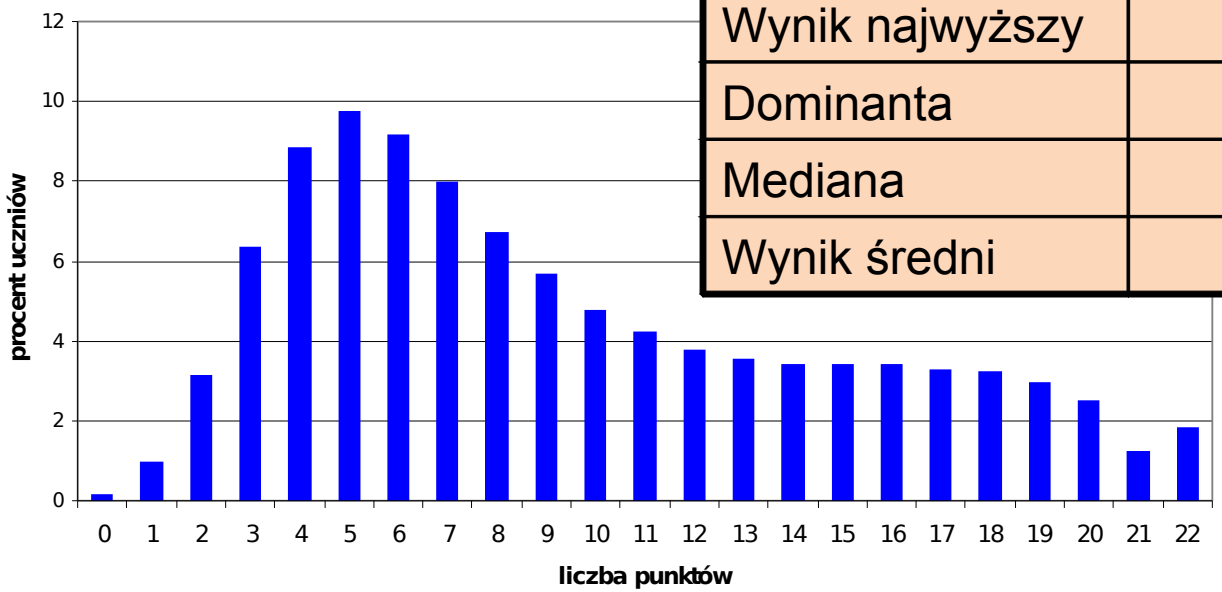
Egzamin gimnazjalny w roku 2006 – sprawozdanie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej

Efekty edukacji matematycznej

Przed wprowadzeniem obowiązkowego egzaminu

Osiągnięcia matematyczne gimnazjalistów 2007

Liczebność	505 759
Wynik najniższy	0
Wynik najwyższy	22
Dominanta	5
Mediana	8
Wynik średni	9,48



Egzamin gimnazjalny w roku 2007 – sprawozdanie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej

Jakie mogą być wyniki matury 2010

- matura z matematyki a osiągnięcia gimnazjalistów 2002-2004

egzamin gimnazjalny część matematyczno-przyrodnicza	egzamin maturalny z matematyki (poziom podstawowy)		
	Strefa wyników niskich	Strefa wyników średnich	Strefa wyników wysokich
Strefa wyników niskich	1%	0%	0%
Strefa wyników średnich	16%	33%	3%
Strefa wyników wysokich	4%	32%	10%

egzamin gimnazjalny część matematyczno-przyrodnicza	egzamin maturalny z matematyki (poziom rozszerzony)		
	Strefa wyników niskich	Strefa wyników średnich	Strefa wyników wysokich
Strefa wyników niskich	0%	0%	0%
Strefa wyników średnich	10%	7%	1%
Strefa wyników wysokich	13%	45%	24%

Sprawozdanie z matury 2007

Efekty edukacji matematycznej

Zadanie 5. *(4 pkt)*

Sklep sprowadza z hurtowni kurtki płacąc po 100 zł za sztukę i sprzedaje średnio 40 sztuk miesięcznie po 160 zł. Zaobserwowano, że każda kolejna obniżka ceny sprzedaży kurtki o 1 zł zwiększa sprzedaż miesięczną o 1 sztukę. Jaką cenę kurtki powinien ustalić sprzedawca, aby jego miesięczny zysk był największy?

Za zadanie 5 maturzyści 2005 uzyskali 34% punktów możliwych do uzyskania

Zadanie 4. *(4 pkt)*

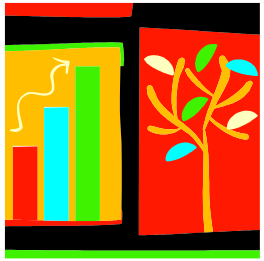
Dany jest rosnący ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

a) Wyznacz iloraz tego ciągu.

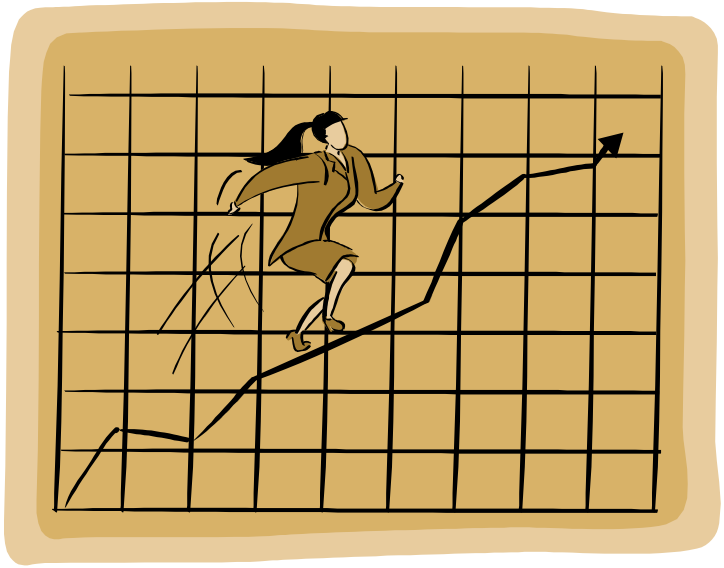
b) Zapisz wzór, na podstawie którego można obliczyć wyraz a_n, dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

c) Oblicz wyraz a_6.

Za zadanie 4 maturzyści 2006 uzyskali 84% punktów możliwych do uzyskania



Podstawa programowa matematyki



Marek Legutko

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Podstawa programowa to zapis tego, czego państwo polskie zobowiązuje się nauczyć przeciętnie uzdolnionego ucznia.
- Nowa podstawa określa to, co uczeń powinien umieć.
- Podstawa nie opisuje tego, co ma być przerabiane na lekcjach, lecz to, czego uczeń ma być nauczony, a ściślej: czego będzie się od niego wymagać.
- W przypadku liceum – nowa podstawa określa to, czego będzie się wymagać na egzaminie na koniec tego etapu. Natomiast wiedzę, jakiej od ucznia będzie mógł oczekiwać nauczyciel na początku liceum, określa podstawa dla gimnazjum.
-

Matematyka – nowa podstawa programowa

- W podstawie wyróżnia się:
  - cele kształcenia (sformułowane jako wymagania ogólne)
  - treści nauczania (sformułowane jako wymagania szczegółowe)
- Czytając treści nauczania, należy pamiętać o dwóch zasadach, które zostały przyjęte przy ich redagowaniu:

  I. Jeżeli jakieś wymaganie znajduje się w podstawie dla etapu n, to automatycznie jest też wymagane na etapie $n+1$ ($n = 1, 2, 3$).

  II. Jeżeli jakieś wymaganie znajduje się w podstawie dla etapu $n+1$, to automatycznie wynika stąd, że nie jest wymagane na etapie n.
- Powtórki są niezbędne, ale nie ma to być przerabianie znów wszystkiego od początku na wyższym etapie. Ogólnym założeniem jest to, że nauczyciel ma prawo uczyć więcej, niż jest zapisane w podstawie, ale nie kosztem tego, czego się będzie wymagać.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Przydział godzin dla matematyki:
  - klasy IV-VI – po 4 godziny tygodniowo (razem 12 na ten etap),
  - gimnazjum – po 4 godziny tygodniowo (razem 12 na ten etap),
  - liceum klasa pierwsza – 4 godziny tygodniowo,
  - liceum klasy II-III – zakres podstawowy – po 3 godziny tygodniowo (uczniowie wybierający ten zakres mają więc razem 4+3+3=10 godzin na całe liceum),
  - liceum klasy II-III – zakres rozszerzony – po 6 godzin tygodniowo (uczniowie wybierający ten zakres mają więc razem 4+6+6=16 godzin na całe liceum).
  - Należy pamiętać, że nawet w zakresie rozszerzonym nie da się utrzymać poziomu dawnych liceów matematyczno-fizycznych.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Komentarz do podstawy: <u>wartość bezwzględna</u>
  - Nie ma jej w podstawie dla gimnazjum. Po pierwsze, do niczego nie jest to potrzebne. Po drugie, nie chcemy, by w gimnazjum wprowadzano określenie wartości bezwzględnej w standardowy sposób (wzór z zapisem klamrowym).
  - Do czego potrzebna jest wartość bezwzględna w szkole?
  - Wartość bezwzględna potrzebna jest tak naprawdę jedynie do definicji granicy, w której pojawia się nierówność: $|a_n - g| < \varepsilon$. To głównie po to spędza się w szkole wiele czasu na przekształcaniu nierówności typu $|x - a| < b$. Po to, aby móc wykazać zbieżność pewnych ciągów wprost na podstawie definicji granicy.
  - Wymagania dotyczące wartości bezwzględnej pojawiają się w liceum, ale jedynie w zakresie rozszerzonym.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Komentarz do podstawy: logika matematyczna
  - Z podstawy usunięto elementy logiki matematycznej. Znajomość ogólnych pojęć i symboli rachunku zdań i kwantyfikatorów nie jest ani warunkiem koniecznym, ani dostatecznym dla logicznego rozumowania w matematyce
  - W podstawie dla liceum, wśród wymagań ogólnych mamy: „Rozumowanie i argumentacja”(o zakresie wymagań sformułowanym osobno dla zakresu podstawowego i dla rozszerzonego).
  - Szkoła ma uczyć rozumowania matematycznego i na maturze będą zadania to sprawdzające. Rozumowań należy uczyć w trakcie wszelkich wywodów matematycznych, przez wiele lat.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Komentarz do podstawy: teoria mnogości
  - Samo pojęcie zbioru, intuicyjnie rozumiane, pojawia się w podstawie wielokrotnie (również w zakresie podstawowym). Nie ma natomiast symboli działań na zbiorach.
  - Tu zadecydował m.in. bilans godzin.
  - Ile czasu trzeba przeznaczyć na rzetelne opanowanie działań na zbiorach? Ile czasu zyska się przy realizacji innych działów dzięki wykorzystaniu pojęć teorii zbiorów?
  - W 1967 wprowadzono do liceum spory zakres teorii zbiorów. Miało to być fundamentem całej matematyki licealnej, a szczególnie geometrii. Niestety radykalna wersja tej koncepcji poniosła fiasko, a szczególnie dramatycznie, załamało się w szkole mnogościowe ujęcie geometrii.

Matematyka – nowa podstawa programowa

Komentarz do podstawy: trygonometria

- W liceum w zakresie podstawowym wprowadzono wymaganie: „wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°”. Głównym argumentem było to, że taki zakres kątów jest niezbędny dla interpretacji współczynnika *a* w równaniu kierunkowym prostej $y = ax + b$, jako tangensa kąta nachylenia prostej.
- Nie ma jednak w profilu podstawowym funkcji trygonometrycznych ani kątów skierowanych, ani miary łukowej kąta.
- Z podstaw zniknęła funkcja cotangens, bowiem ctg α to to samo co 1/tg α bądź tg (90°– α) i cała trygonometria bez trudu da się wyrazić za pomocą tych trzech funkcji: sinus, cosinus, tangens – tych, które są na kalkulatorze.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Komentarz do podstawy: logarytm
  - Pojęcie logarytmu wróciło do zakresu podstawowego w sformułowaniu: „Wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym”.
  - To takie minimum.
  - W zakresie rozszerzonym mamy ponadto logarytm potęgi o dowolnym wykładniku, wzór na zamianę podstawy logarytmu oraz funkcję logarytmiczną.

Matematyka – nowa podstawa programowa

- Komentarz do podstawy: rachunek różniczkowy oraz zasada indukcji matematycznej
  - Rachunek różniczkowy jest tylko w zakresie rozszerzonym.
  - Zasada indukcji matematycznej została usunięta z zakresu rozszerzonego. Jest specyficznie trudna. Stosowanie tej zasady stało się pewnym rytuałem, którego sensu wielu uczniów nie pojmowało.
  - Należy pamiętać, że nawet w zakresie rozszerzonym nie da się utrzymać poziomu dawnych liceów matematyczno-fizycznych.
  - Powodów tego jest wiele, a jednym z nich jest to, że uczniowie będą zdawać maturę w wieku 18 lat, a nie 19 lat jak teraz. Nauka szkolna od klasy I po maturę będzie trwała 12 lat, a dotąd od klasy zerowej po maturę trwała 13 lat.

Czego uczyć i czego nauczyć?

Nowy układ podstawy programowej matematyki

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

tworzenia i korzystania z informacji
.....
.....
rozumowania

Wymagania ogólne

Zdający demonstruje poziom opanowania powyższych umiejętności, rozwiązując zadania, w których:

.....
rozwiązuje równanie kwadratowe
.....

Wymagania szczegółowe

Czego uczyć i czego nauczyć

- Absolwent liceum posiada umiejętności matematyczne w zakresie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. **wykorzystania i tworzenia informacji:**	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
2. **wykorzystania i interpretowania reprezentacji:**	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. **użycia i tworzenia strategii:**	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązania problemu
5. **rozumowania i argumentacji:**	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność

Czego uczyć i czego nauczyć

1. wykorzystanie i tworzenie informacji

Poziom podstawowy:

Interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki.

Zdający potrafi:

- odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania
- zastosować podany wzór lub podany przepis postępowania
- wykonać rutynową procedurę dla typowych danych
- przejrzyście zapisać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź

Poziom rozszerzony

Używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym oraz:

- wykonać rutynową procedurę na niekoniecznie typowych danych
- odczytać informację z wykorzystaniem więcej niż jednej postaci danych
- precyzyjnie przedstawić przebieg swojego rozumowania

Czego uczyć i czego nauczyć

2. wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Poziom podstawowy

Używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.

Zdający potrafi:

- poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać niezbyt złożone równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście

Poziom rozszerzony

Rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym, także w odniesieniu do bardziej złożonych obiektów matematycznych, a ponadto potrafi podać przykład obiektu matematycznego, spełniającego zadane warunki.

Czego uczyć i czego nauczyć

3. modelowanie matematyczne

Poziom podstawowy

Dobiera model matematyczny do prostej sytuacji.

Zdający potrafi, także w sytuacjach praktycznych:

- podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisujące przedstawioną sytuację
- przetworzyć informację wyrażone w jednej postaci w inną ułatwiającą rozwiązanie problemu
- ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model

Poziom rozszerzony

Buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.

Zdający buduje model matematyczny danej sytuacji, także praktycznej, również wymagający uwzględnienia niezbędnych ograniczeń i zastrzeżeń.

Czego uczyć i czego nauczyć

4. użycie i tworzenie strategii

Poziom podstawowy

Stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.

Zdający potrafi:

- dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej
- ustalić zależności między podanymi informacjami
- zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu
- krytycznie ocenić otrzymane wyniki

Poziom rozszerzony

Tworzy strategię rozwiązywania problemu.

Zdający potrafi zaplanować i wykonać ciąg czynności prowadzący do rozwiązania problemu, nie wynikający wprost z treści zadania

Czego uczyć i czego nauczyć

5. rozumowanie i argumentacja

Poziom podstawowy

Prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

Zdający potrafi:

- wyprowadzić wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnić
- zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania

Poziom rozszerzony

Tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Zdający potrafi:

- wyprowadzić wniosek ze złożonego układu przesłanek i go uzasadnić
- analizować i interpretować otrzymane wyniki
- przeprowadzić dowód

Czego uczyć i czego nauczyć

- Wszyscy maturzyści zdają matematykę. Obecnie mniej niż 20% wybiera matematykę jako przedmiot egzaminacyjny.
- Lektura obowiązkowa dla wszystkich nauczycieli: Informator o egzaminie maturalnym od 2010 roku.
- Nowe wyzwania dla nauczycieli matematyki:
  - Perspektywa efektów (wymagania ogólne)
  - Szersza paleta typów zadań (zadania zamknięte)
  - Holistyczne podejście przy ocenianiu rozwiązań zadań

Informator o egzaminie maturalnym z matematyki od roku 2010

Strona: *matematyka.moodle4free.com*

Matematyka – trzy perspektywy

podstawa programowa
kompetencje kluczowe
ramy kwalifikacji

Marek Legutko