

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

31 MARCA 2012

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (5 PKT.)

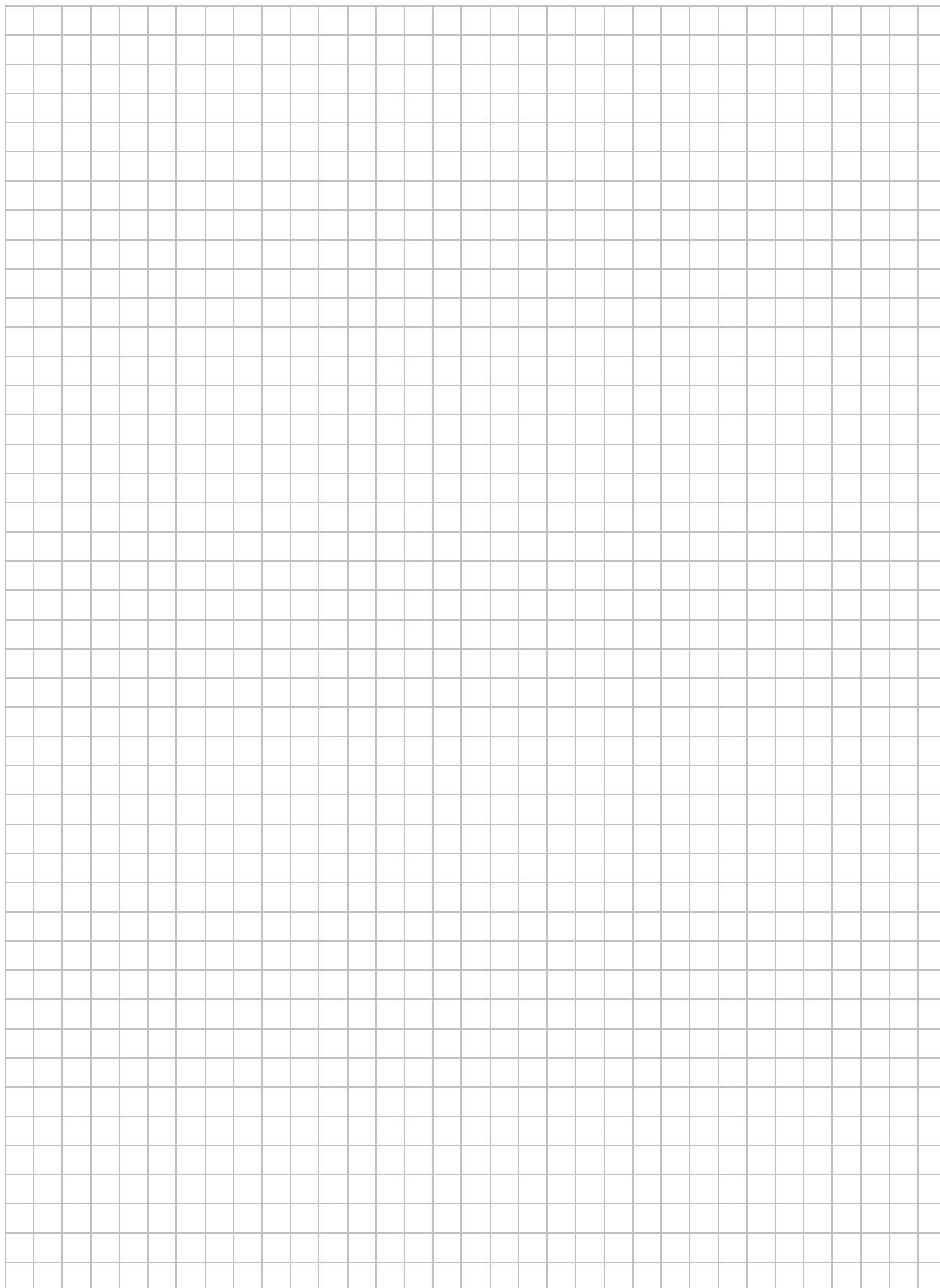
Wyznacz wszystkie wartości parametru $a \in \mathbb{R}$, dla których funkcja $y = \frac{ax-1}{a-x}$ jest rosnąca w każdym przedziale, na którym jest określona. Dla $a = 2$ wyznacz zbiór wartości funkcji.



ZADANIE 2 (3 PKT.)

Liczby niezerowe a, b, c są wyrazami ciągu geometrycznego o numerach odpowiednio p, r, s .
Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{a^r b^s c^p}{a^s b^p c^r}$$



ZADANIE 3 (5 PKT.)

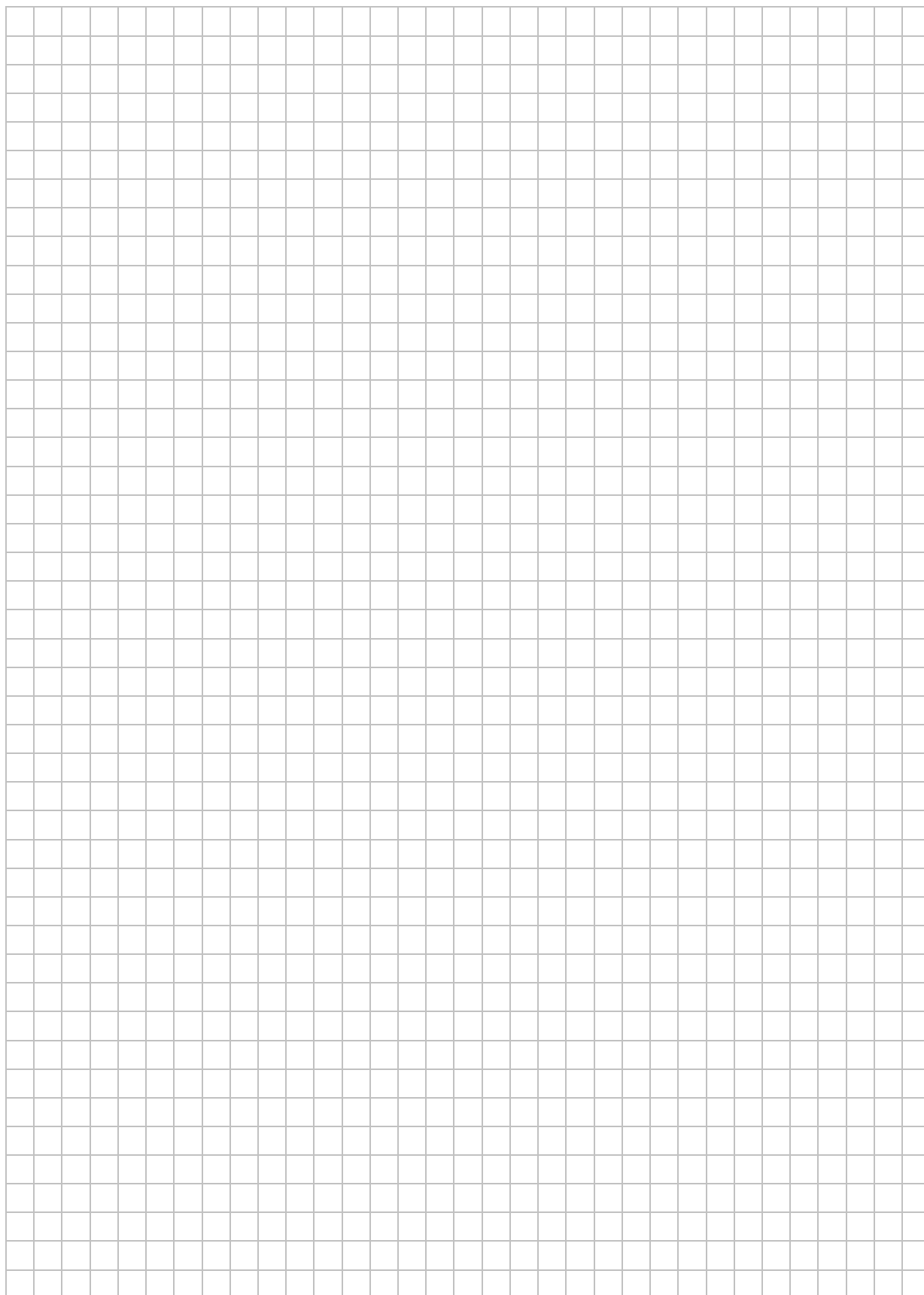
Boki prostokąta $ABCD$ mają długości $|AB| = 13$ i $|BC| = 12$. Punkt E jest punktem boku DC takim, że $|EC| = 5$, a punkt F jest takim punktem odcinka BE , że $|FB| = 2$. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ABF .



ZADANIE 4 (4 PKT.)

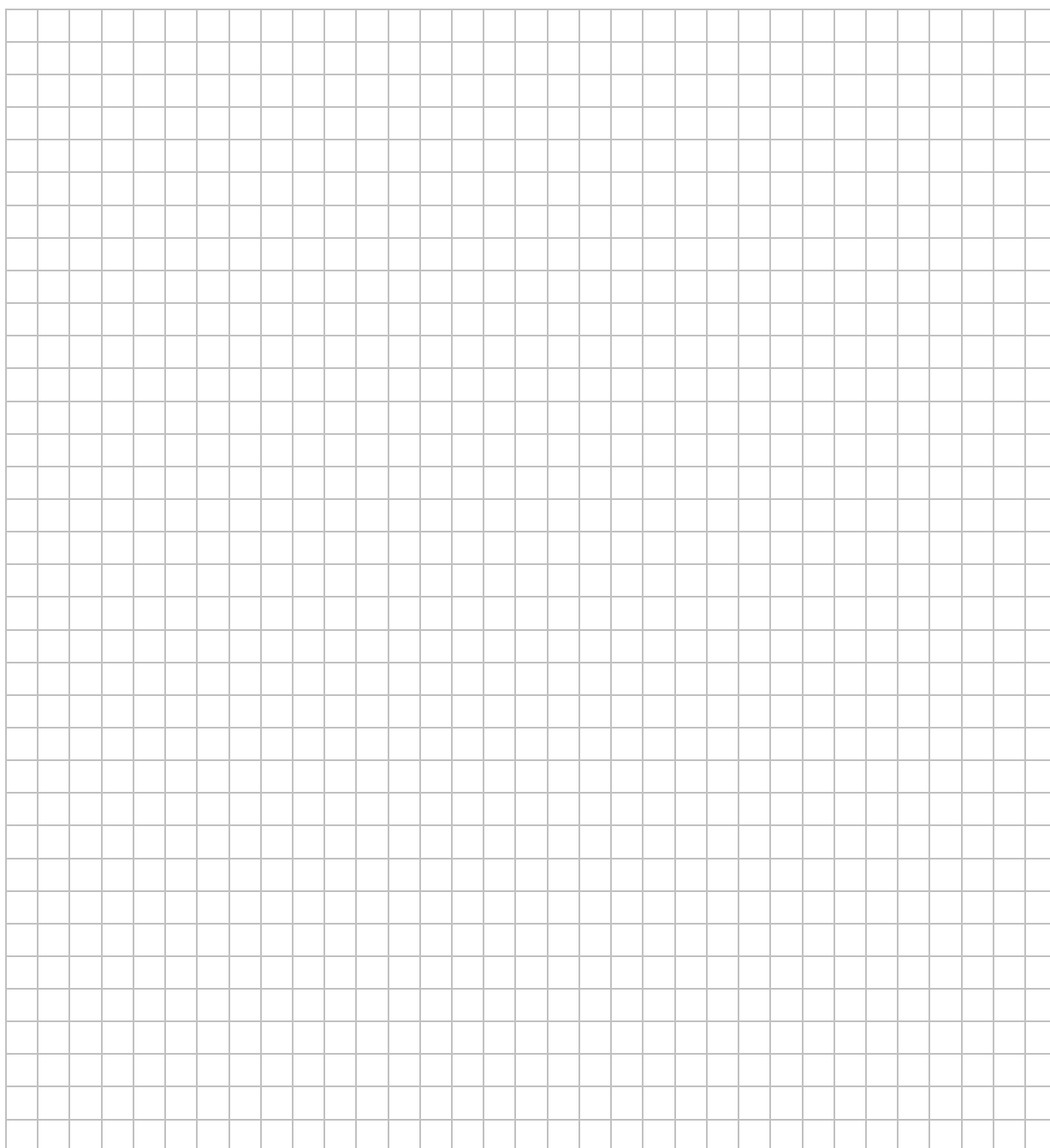
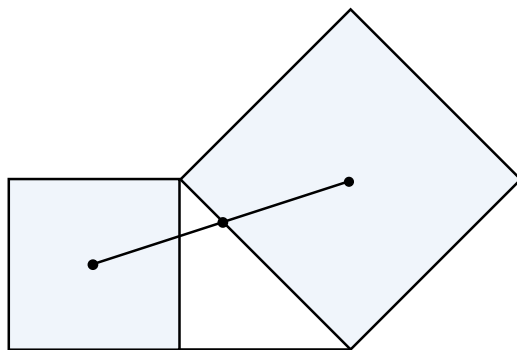
Uzasadnij, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 2$ spełniona jest równość

$$(n - 2) \cdot (n - 2)! + (n - 1) \cdot (n - 1)! + n \cdot n! = (n + 1)! - (n - 2)!$$



ZADANIE 5 (4 PKT.)

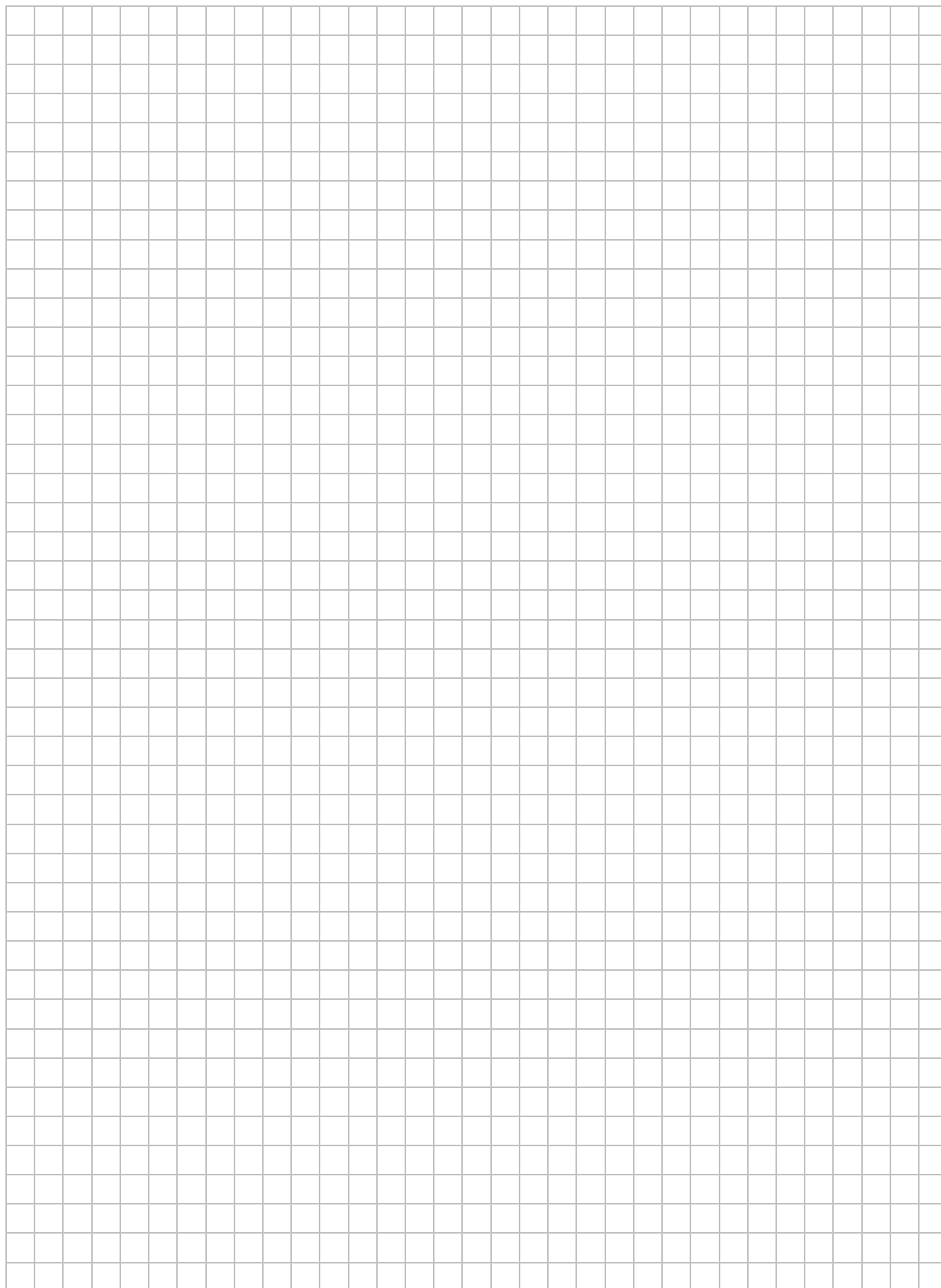
Na zewnątrz równoramiennego trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty – jeden na przyprostokątnej, a drugi na przeciwprostokątnej. Wykaż, że przeciwprostokątna dzieli odcinek łączący środki kwadratów na dwie równe części.



ZADANIE 6 (5 PKT.)

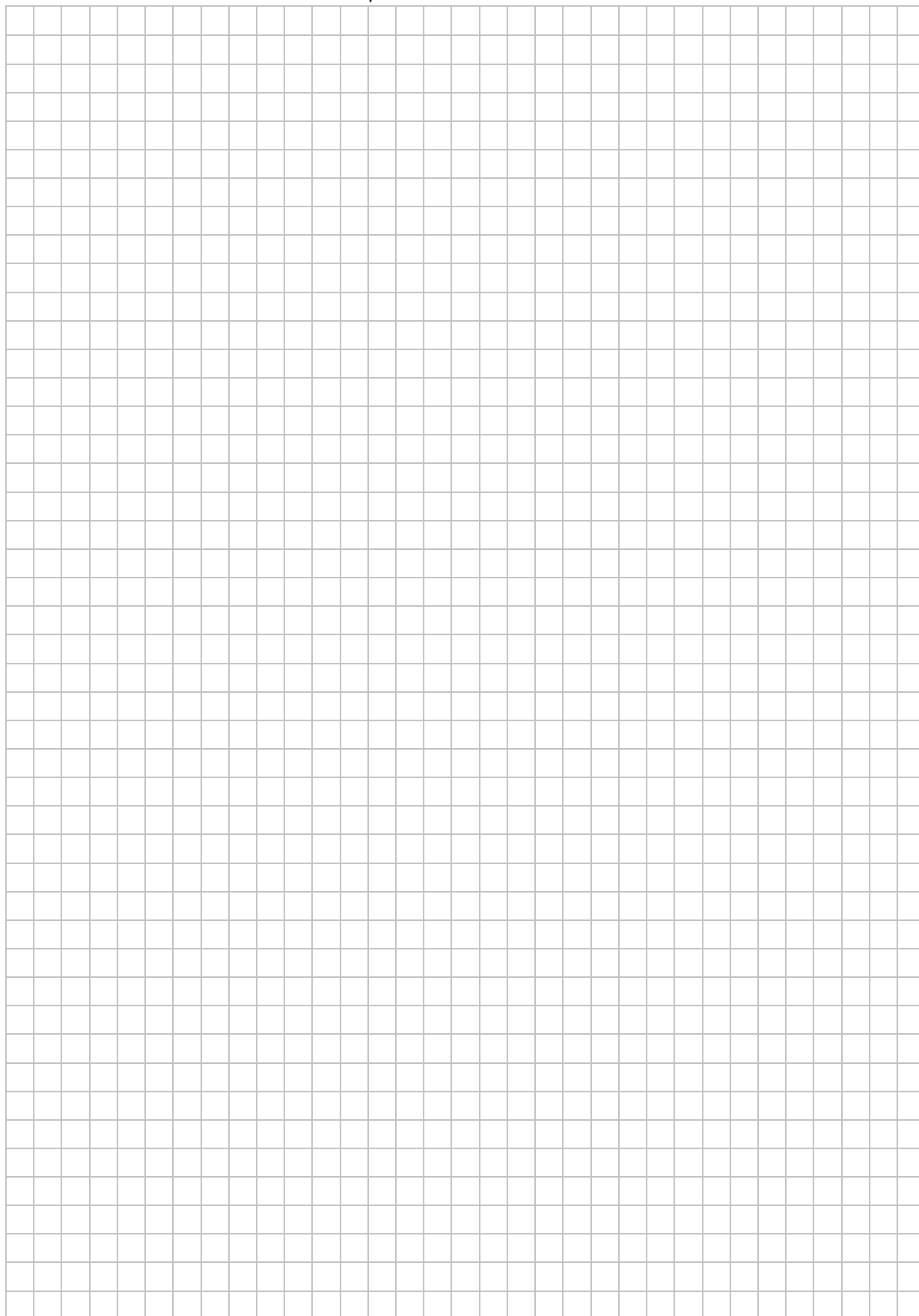
Wykaż, że jeżeli $x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$ dla $k \in \mathbf{C}$ to prawdziwa jest tożsamość

$$\frac{\sin^2 3x}{\sin^2 x} + 8 \sin^2 x = \frac{\cos^2 3x}{\cos^2 x} + 8 \cos^2 x.$$



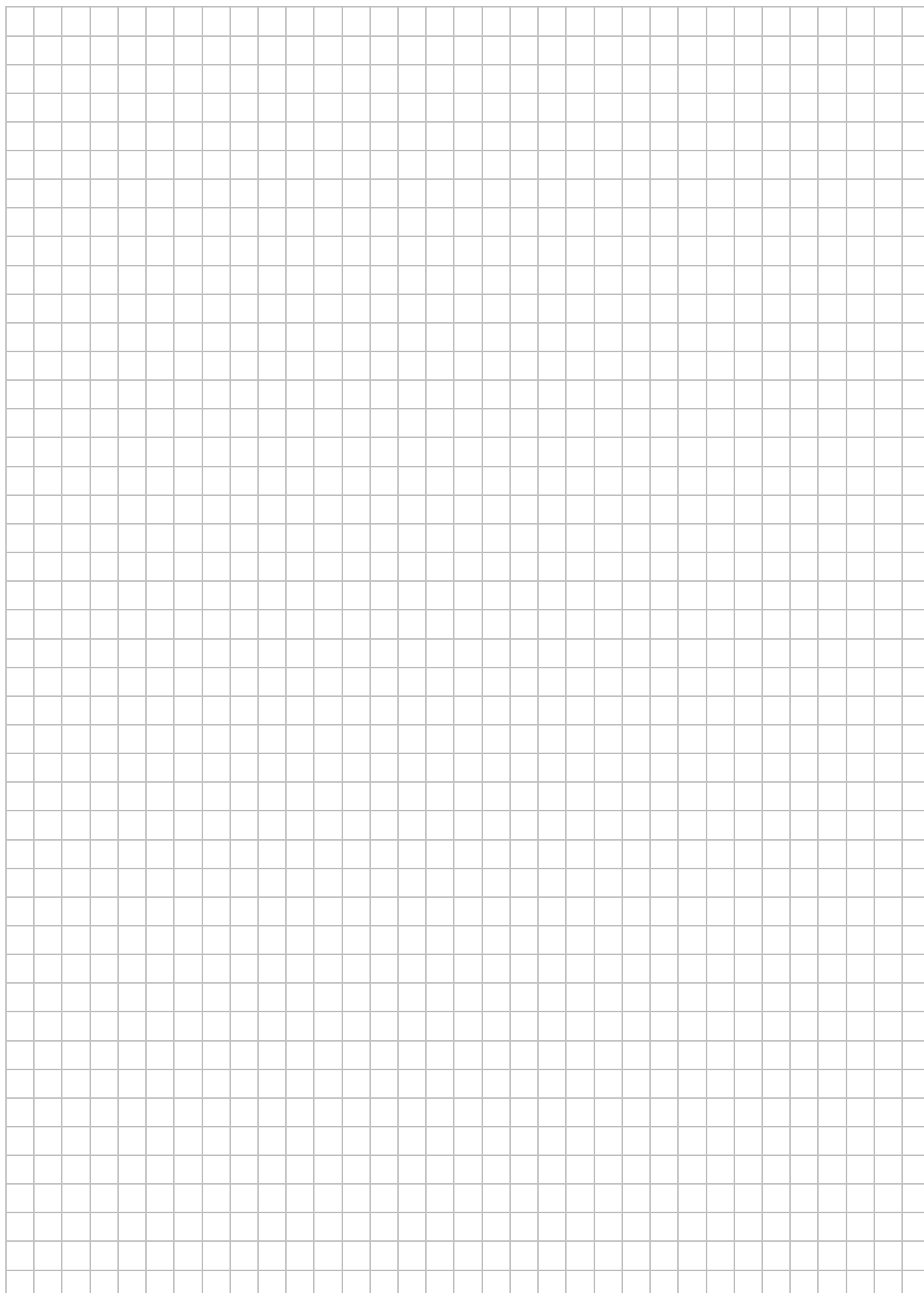
ZADANIE 7 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $x^2 - mx + 4 = 0$ ma dwa różne pierwiastki spełniające nierówność $\sqrt{x_1^4 + x_2^4} > 7$.



ZADANIE 8 (4 PKT.)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $A = (-2, 2)$ i $B = (2, 1)$. Wierzchołek C leży na prostej o równaniu $y = 2x + 4$. Wyznacz współrzędne wierzchołka C , dla którego suma kwadratów długości boków trójkąta jest najmniejsza.



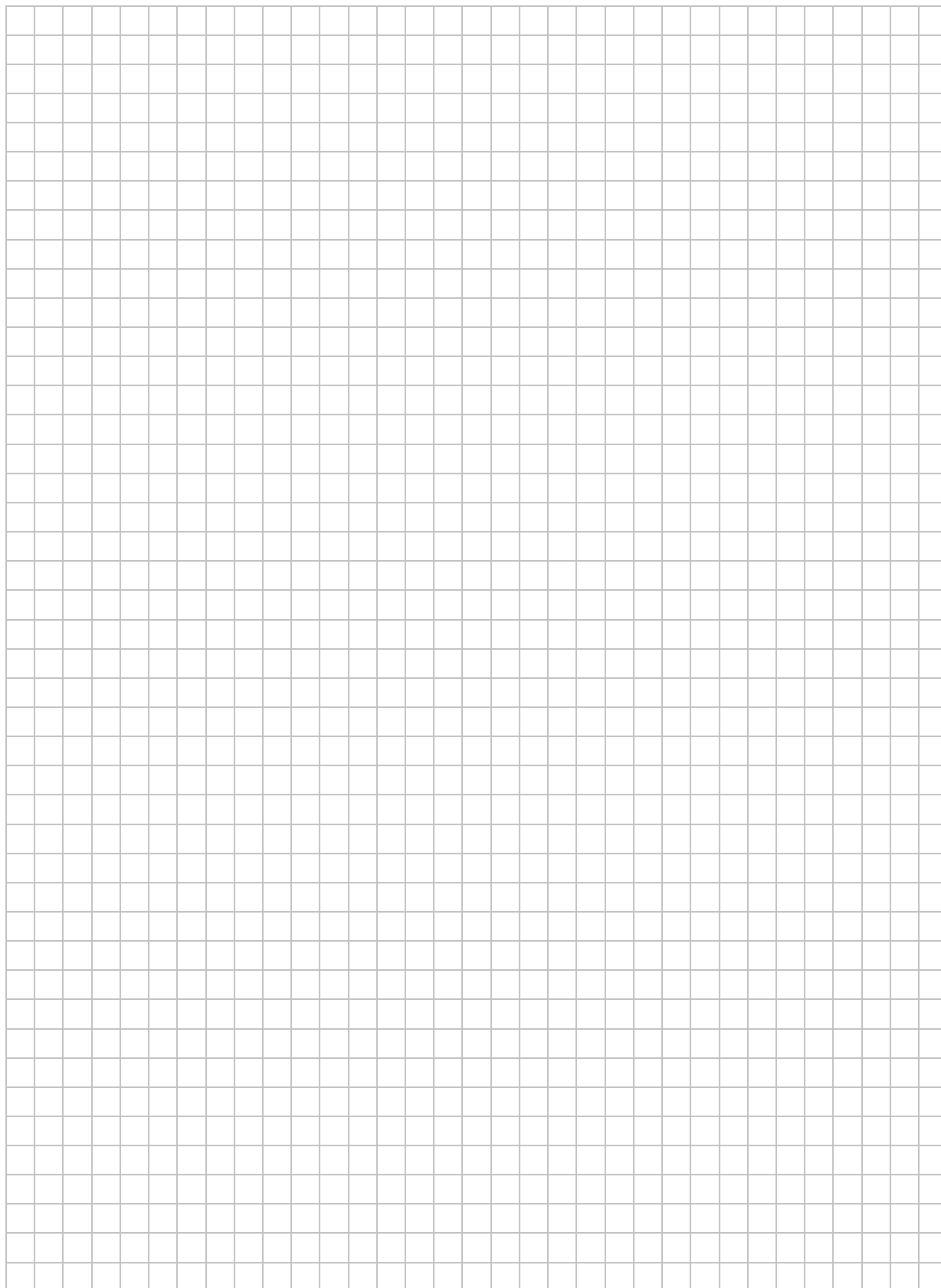
ZADANIE 9 (4 PKT.)

Wielomian $W(x) = x^3 + mx^2 + nx - 10$ ma trzy pierwiastki x_1, x_2, x_3 , przy czym $x_2 = -2x_1$ i $x_3 = 5x_1$. Wyznacz m i n .



ZADANIE 10 (5 PKT.)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Trójkąt równoramienny ASD ma ramię długości 15 i jest prostopadły do podstawy ostrosłupa. Krawędź BS ma długość 17. Oblicz cosinus kąta nachylenia płaszczyzny BCE do płaszczyzny podstawy, gdzie E jest środkiem krawędzi SA .



ZADANIE 11 (6 PKT.)

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb uzyskanych oczek będzie podzielna przez 5.

