

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

24 KWIETNIA 2021

**CZAS PRACY: 170 MINUT**

**Zadania zamknięte**

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba  $(\sqrt{18} + 1 - \sqrt{8})^4$  jest równa

- A)
- $17 + 6\sqrt{2}$
- B)
- $3 + 2\sqrt{2}$
- C)
- $3 + 4\sqrt{2}$
- D)
- $17 + 12\sqrt{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wyrażenie  $5a - 1 + 15ab - 3b$  jest równe iloczynowi

- A)
- $(1 - 5a)(3b + 1)$
- B)
- $(5a + 1)(1 - 3b)$
- C)
- $(5a - 1)(3b - 1)$
- D)
- $(5a - 1)(1 + 3b)$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba  $\log_4 \sqrt{128}$  jest równa

- A)
- $\frac{7}{4}$
- B)
- $\frac{3}{2}$
- C) 7      D) 3,5

ZADANIE 4 (1 PKT)

Niech  $a = 2$  i  $b = -3$ . Wartość wyrażenia  $a^b - b^a$  jest równa

- A)
- $\frac{73}{8}$
- B)
- $\frac{71}{8}$
- C)
- $-\frac{73}{8}$
- D)
- $-\frac{71}{8}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcje liniowe  $f$  i  $g$  są określone wzorami  $f(x) = -6x + 5$  i  $g(x) = -4x + 3k - 1$ . Wykresy funkcji  $f$  i  $g$  przecinają prostą  $y = -1$  w tym samym punkcie. Stąd wynika, że

- A)
- $k = \frac{4}{3}$
- B)
- $k = 2$
- C)
- $k = -\frac{1}{3}$
- D)
- $k = 3$

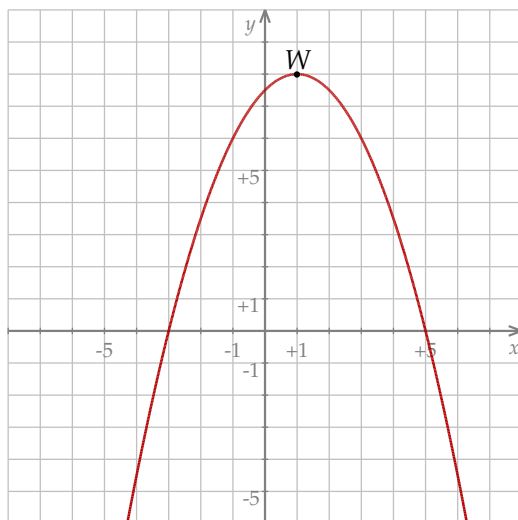
ZADANIE 6 (1 PKT)

Na początku miesiąca deska snowboardowa kosztowała 4 500 zł. W drugiej dekadzie tego miesiąca cenę deski obniżono o 8%, a w trzeciej dekadzie cena tej deski została jeszcze raz obniżona, tym razem o 12%. Innych zmian ceny tej deski w tym miesiącu już nie było. Cena deski snowboardowej na koniec miesiąca była równa

- A) 4 057,20 zł      B) 4 086 zł      C) 3 643,20 zł      D) 3 600 zł

### Informacja do zadań 7 – 9

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = a(x + 3)(x - 5)$ . Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt  $W = (1, 8)$ .



ZADANIE 7 (1 PKT)

Współczynnik  $a$  we wzorze funkcji  $f$  jest równy

- A)  $-\frac{1}{2}$                       B) 2                      C)  $-2$                       D)  $\frac{1}{2}$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $\langle -1, 3 \rangle$  jest równa

- A)  $-1$                       B) 0                      C) 8                      D) 6

ZADANIE 9 (1 PKT)

Ośią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f$  jest prosta o równaniu

- A)  $x = 1$                       B)  $x = 2$                       C)  $y = 1$                       D)  $y = 2$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Jeśli  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , to wartość wyrażenia  $W = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}$  jest równa

- A)  $\frac{5}{4}$                       B)  $\frac{4}{5}$                       C)  $\frac{5}{3}$                       D)  $\frac{3}{5}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Wskaż układ, który ma nieskończenie wiele rozwiązań.

- A)  $\begin{cases} x - y = 4 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$       B)  $\begin{cases} -x + 2y = 2 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$       C)  $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$       D)  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ , określonego dla  $n \geq 1$ , wyraża się wzorem  $S_n = 4n^2 - 2n$ , zatem

- A)  $a_2 = 2$       B)  $a_2 = 12$       C)  $a_2 = 10$       D)  $a_2 = 20$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Proste o równaniach  $y = (m - 2)x$  oraz  $y = \frac{4}{3}x + 7$  przecinają się w jednym punkcie. Wtedy

- A)  $m = \frac{10}{3}$       B)  $m \neq \frac{5}{4}$       C)  $m = 2\frac{3}{4}$       D)  $m \neq 3\frac{1}{3}$

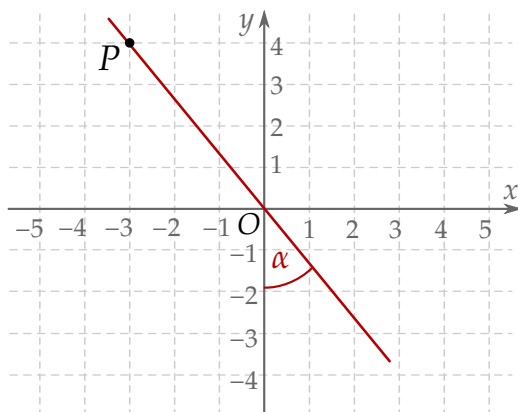
ZADANIE 14 (1 PKT)

Punkt  $S = (5, 7)$  jest środkiem odcinka  $PQ$ , którego koniec  $P$  leży na osi  $Oy$ , a koniec  $Q$  – na osi  $Ox$ . Wynika stąd, że

- A)  $P = (0, 5)$  i  $Q = (7, 0)$       B)  $P = (0, 14)$  i  $Q = (10, 0)$   
 C)  $P = (0, 10)$  i  $Q = (14, 0)$       D)  $P = (0, 7)$  i  $Q = (5, 0)$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Punkty  $P = (-3, 4)$  i  $O = (0, 0)$  leżą na jednej prostej. Kąt  $\alpha$  jest kątem jaki tworzy ta prosta z ujemną półosią  $Oy$  (zobacz rysunek).



Wtedy tangens kąta  $\alpha$  jest równy

- A)  $-\frac{3}{4}$       B)  $-\frac{4}{3}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{3}{4}$

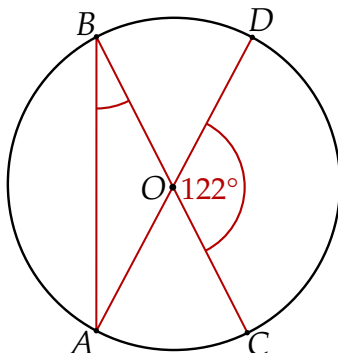
ZADANIE 16 (1 PKT)

W ciągu arytmetycznym czwarty wyraz jest równy 13, a jedenasty jest równy 34. Różnica tego ciągu jest równa

- A) 3                      B)  $\frac{5}{13}$                       C) 21                      D)  $\frac{34}{7}$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Punkty  $A, B, C, D$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ . Kąt środkowy  $DOC$  ma miarę  $122^\circ$  (zobacz rysunek).



Miara kąta  $ABC$  jest równa

- A)  $29^\circ$                       B)  $61^\circ$                       C)  $28^\circ$                       D)  $31^\circ$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Przekątne trapezu  $ABCD$ , w którym  $AB \parallel CD$  przecinają się w punkcie  $P$  w ten sposób, że  $|AP| = 9, |CP| = 3, |DP| = 2, |BP| = 6$  oraz  $|\angle APB| = 150^\circ$ . Pole tego trapezu jest równe

- A) 32                      B) 24                      C) 18                      D) 16

ZADANIE 19 (1 PKT)

Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy  $\sqrt{5}$ , a iloraz  $q = -1$ . Suma 1001 wyrazów tego ciągu jest równa

- A)  $-\sqrt{5}$                       B) 0                      C)  $\sqrt{5}$                       D)  $2\sqrt{5}$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Pierwiastki trójmianu kwadratowego są liczbami przeciwnymi. Te warunki spełnia trójmian

- A)  $f(x) = \left(x - \frac{1}{5}\right)(x - 5)$                       B)  $f(x) = \left(x + \frac{1}{5}\right)(x - 5)$   
 C)  $f(x) = (x - 5)^2$                       D)  $f(x) = x^2 - 25$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych mniejszych od 500 utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9 (cyfry mogą się powtarzać)?

- A) 125                      B) 80                      C) 75                      D) 50

ZADANIE 22 (1 PKT)

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie parę prostych prostopadłych opisują równania

- A)  $y = -3x$  i  $y = \frac{1}{3}x$                       B)  $y = 3x$  i  $y = -\frac{1}{3}$   
 C)  $y = 3x$  i  $y = \frac{1}{3}x$                       D)  $y = 3$  i  $y = -3x$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Punkty  $A = (a, 8)$  i  $B = (-8, b)$  są końcami średnicy okręgu o środku  $S = (-2, 4)$ . Wtedy

- A)  $a = -2$                       B)  $a = 4$                       C)  $b = -2$                       D)  $b = 4$

ZADANIE 24 (1 PKT)

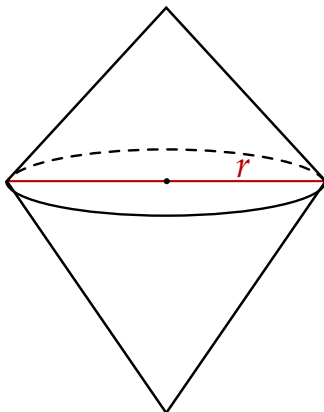
Ile liczb wymiernych znajduje się wśród liczb

$$\left\{ -2; 0; \frac{11}{\pi}; \sqrt{2\frac{7}{9}}; -2,3(45); \sqrt[3]{4} \right\}?$$

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5

ZADANIE 25 (1 PKT)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączone podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy 3 : 4. Objętość stożka o dłuższej wysokości jest równa  $12 \text{ cm}^3$ .



Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

- A)  $18 \text{ cm}^3$                       B)  $30 \text{ cm}^3$                       C)  $39 \text{ cm}^3$                       D)  $21 \text{ cm}^3$

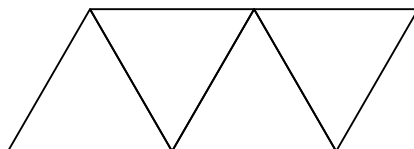
ZADANIE 26 (1 PKT)

Losujemy jeden wierzchołek i jedną ścianę sześcianu. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowany wierzchołek jest wierzchołkiem wylosowanej ściany jest równe

- A)  $\frac{5}{12}$                       B)  $\frac{5}{24}$                       C)  $\frac{1}{4}$                       D)  $\frac{1}{2}$

ZADANIE 27 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono siatkę czworościanu foremnego.



Jeżeli pole powierzchni całkowitej tego czworościanu jest równe  $\sqrt{3}$ , to suma długości jego krawędzi jest równa

- A) 9                      B) 6                      C) 4                      D) 3

ZADANIE 28 (1 PKT)

W grupie 50 kobiet i 50 mężczyzn przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie o liczbę książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli.

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	23	14	28	17	11	7

W trakcie analizy tych danych zauważono, że kobiety przeczytały średnio o jedną książkę więcej niż mężczyźni. Średnia liczba przeczytanych książek przez jedną ankietowaną kobietę jest równa

- A) 1,5                      B) 1                      C) 2                      D) 2,5

ZADANIE 29 (2 PKT)

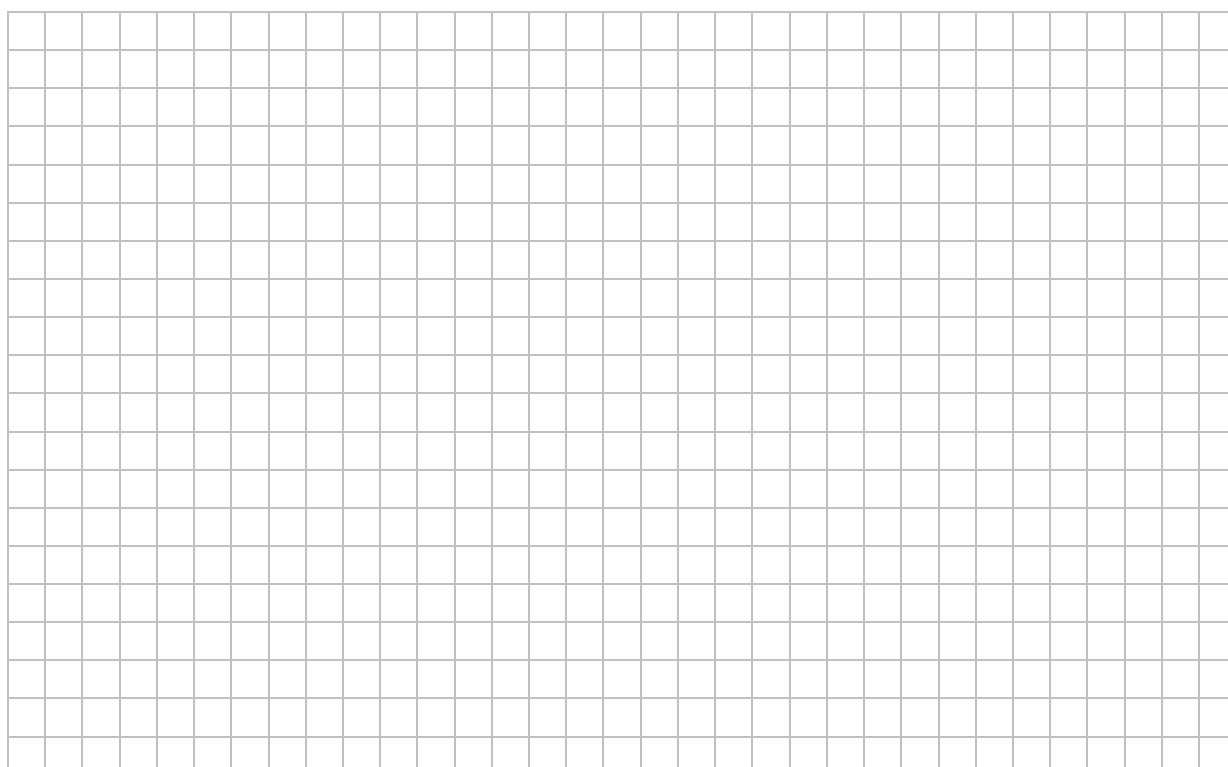
Rozwiąż nierówność  $4x^2 + 4\sqrt{2}x + 3 \leq 4x + 2\sqrt{2}$ .



ZADANIE 30 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność

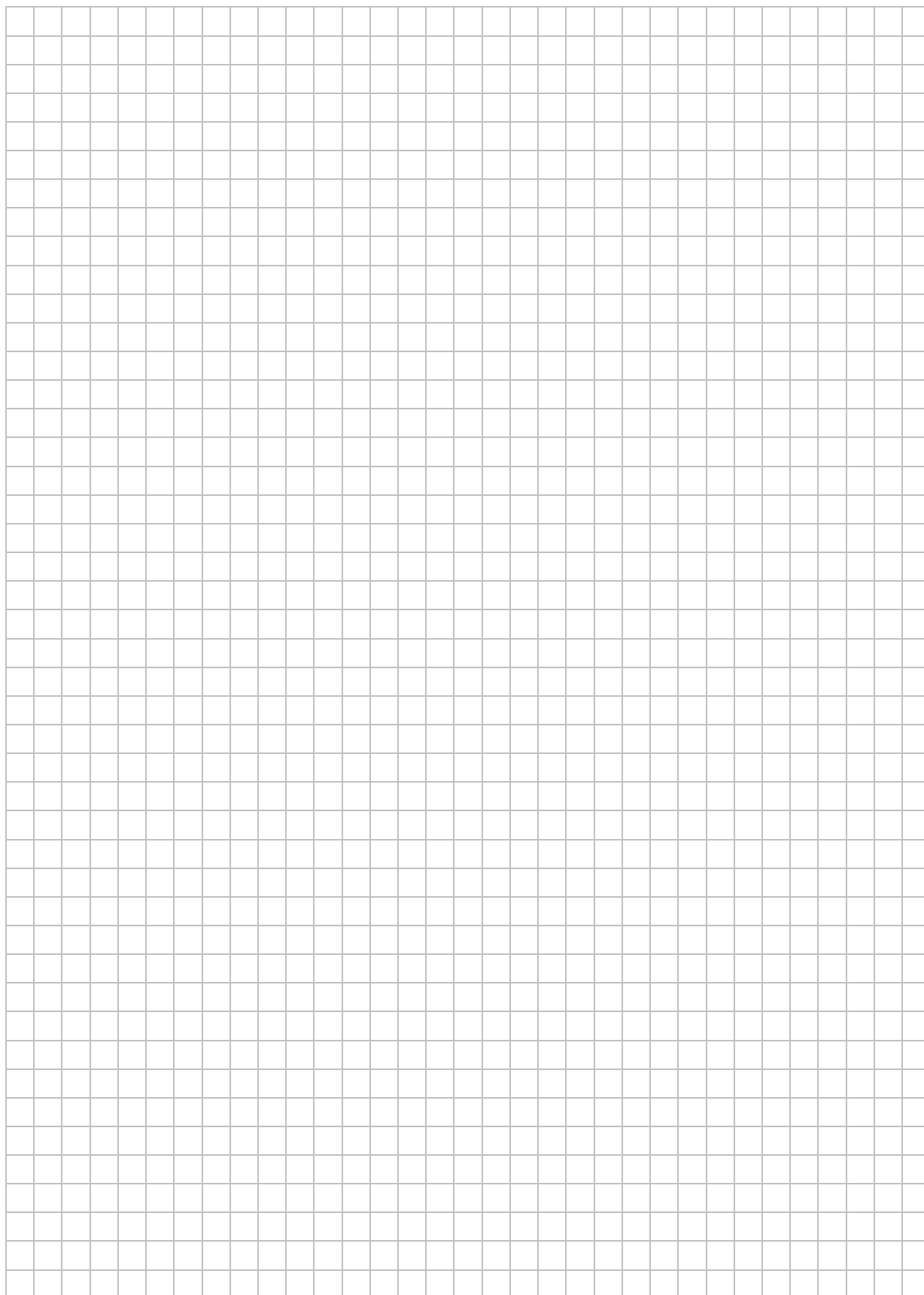
$$x^2 + 2x^2y^2 + y^2 \geq 2(x^2y + xy^2).$$





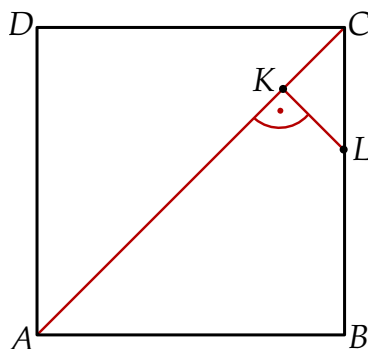
ZADANIE 31 (2 PKT)

W pierwszej urnie znajdują się 4 kule białe i 13 kul czarnych. W drugiej urnie znajduje się 17 kul białych i 26 kul czarnych. Ile kul białych należy przełożyć z drugiej urny do pierwszej, aby wylosowanie kuli białej z obu urn było jednakowo prawdopodobne?

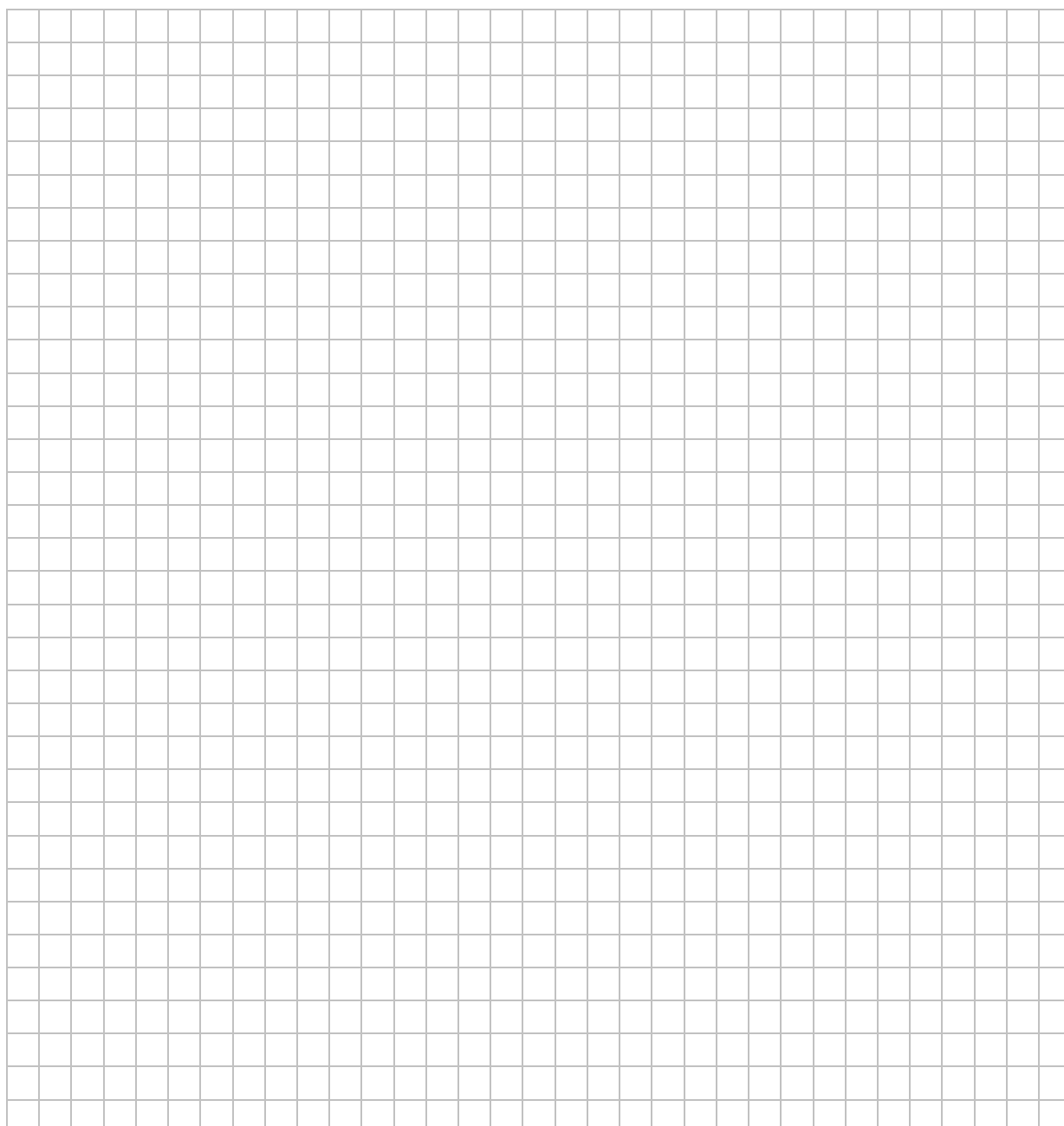


ZADANIE 32 (2 PKT)

Punkt  $L$  leży na boku  $BC$  kwadratu  $ABCD$  oraz  $|CL| = \frac{2}{3}|LB|$ . Punkt  $K$  leży na przekątnej  $AC$  i odcinek  $KL$  jest prostopadły do  $AC$  (zobacz rysunek).

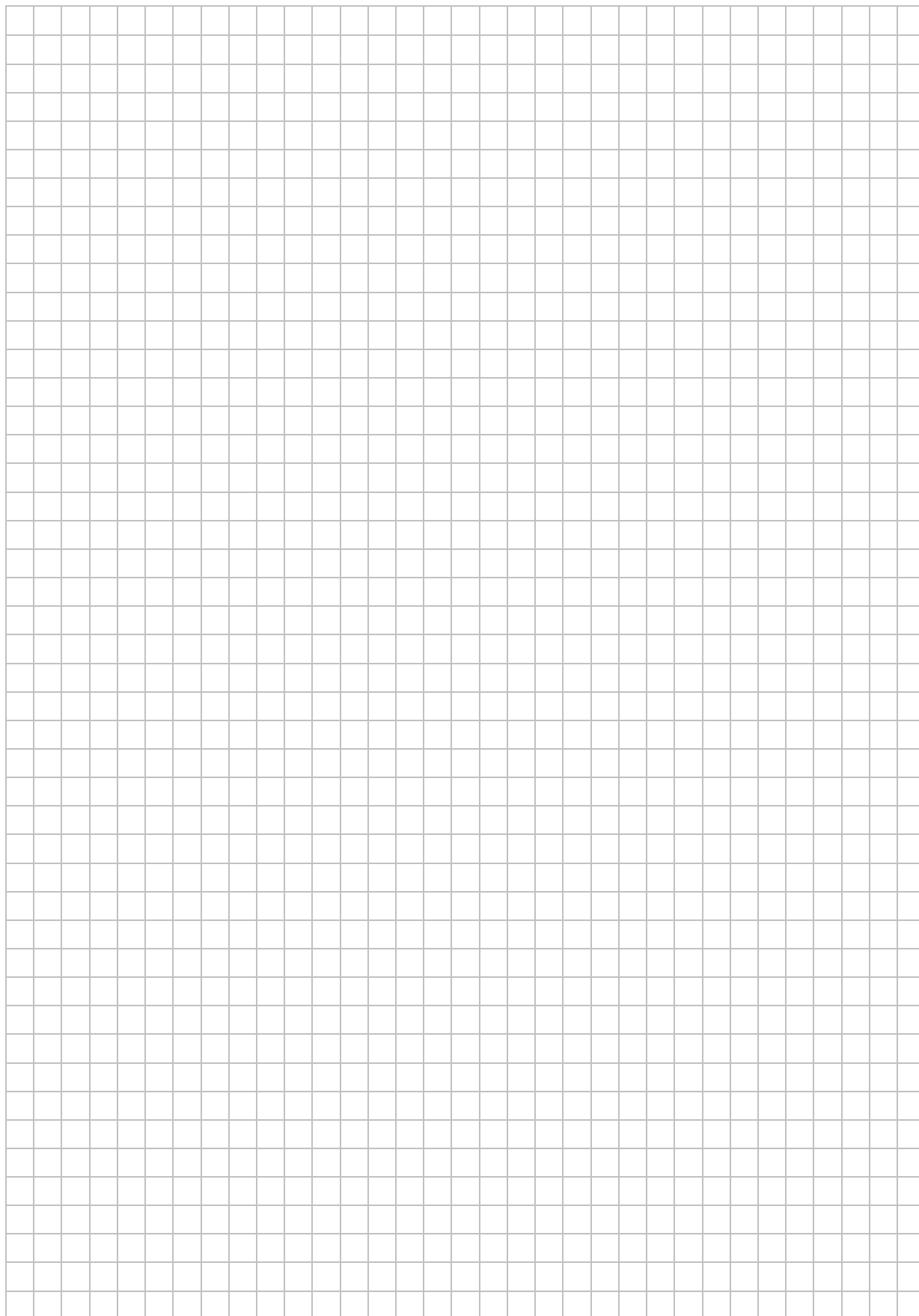


Wykaż, że  $|CK| = \frac{1}{4}|AK|$ .



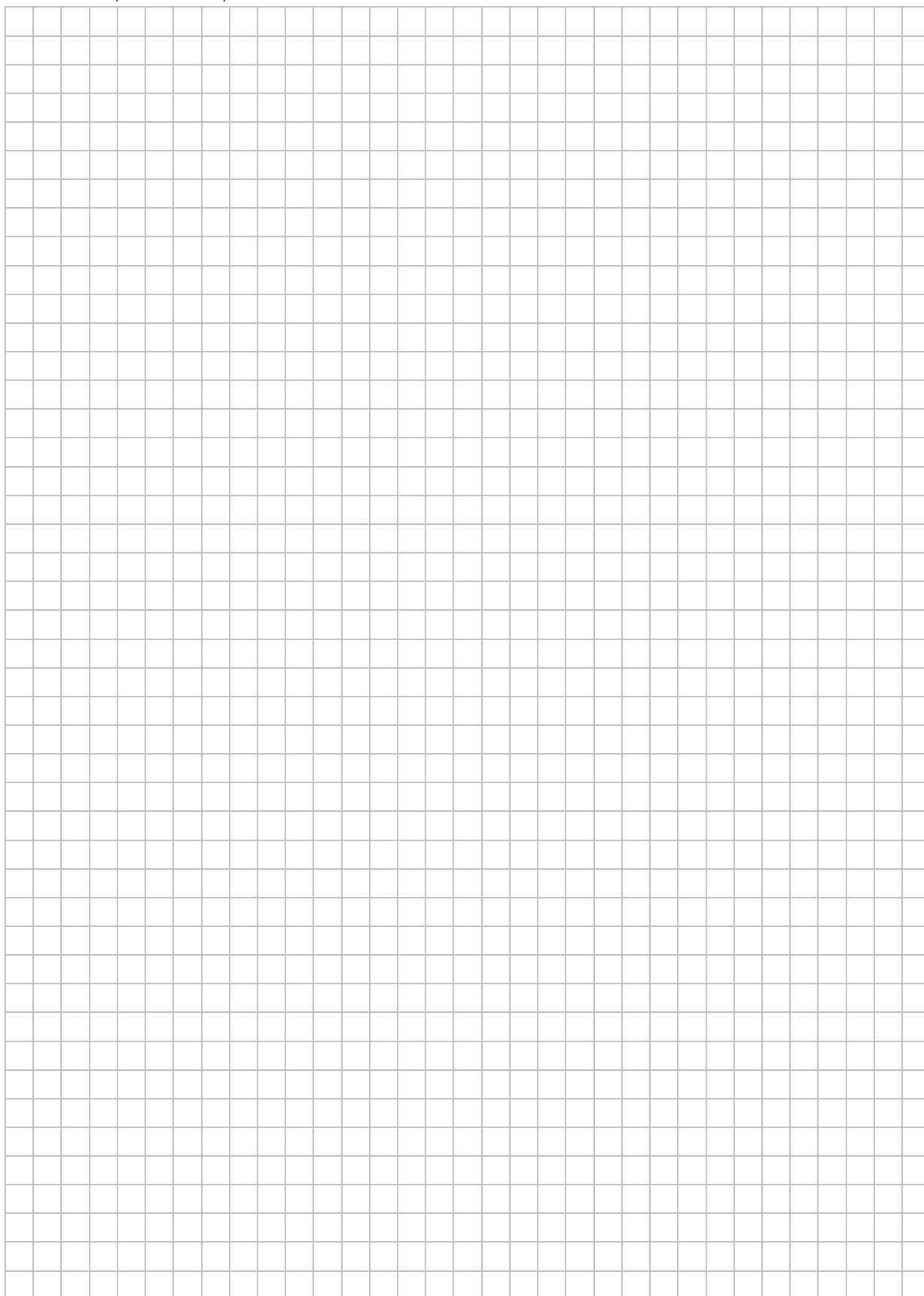
ZADANIE 33 (2 PKT)

Punkty  $A = (-5, -1)$ ,  $B = (1, 1)$ ,  $C = (5, -3)$ ,  $D = (-7, -7)$  są wierzchołkami trapezu. Oblicz długość krótszej przekątnej tego trapezu.



## ZADANIE 34 (2 PKT)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , określonego dla  $n \geq 1$ , są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek  $24a_1 - 10a_2 + a_3 = 0$ . Oblicz iloraz  $q$  tego ciągu należący do przedziału  $\langle 2\sqrt{5}, 5\sqrt{2} \rangle$ .



ZADANIE 35 (5 PKT)

Dany jest trójkąt rozwartokątny  $ABC$ , w którym  $\angle ACB$  ma miarę  $120^\circ$ . Ponadto wiadomo, że  $|BC| = 3$  i  $|AB| = 3\sqrt{7}$  (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta  $ABC$ .

