

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY
(TECHNIKUM)

14 MARCA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $|5 - x| + 12 \geq |2 - 3x|$.



ZADANIE 2 (4 PKT)

Wewnątrz prostokąta $ABCD$ o wymiarach $|AB| = 8$ i $|AD| = 6$ wybrano dwa punkty M i N takie, że $MN \parallel AB$ oraz $|AM| = |DM| = |NB| = |NC|$. Przy jakiej odległości punktów M i N suma kwadratów długości odcinków AM, DM, MN, NB, NC jest najmniejsza?



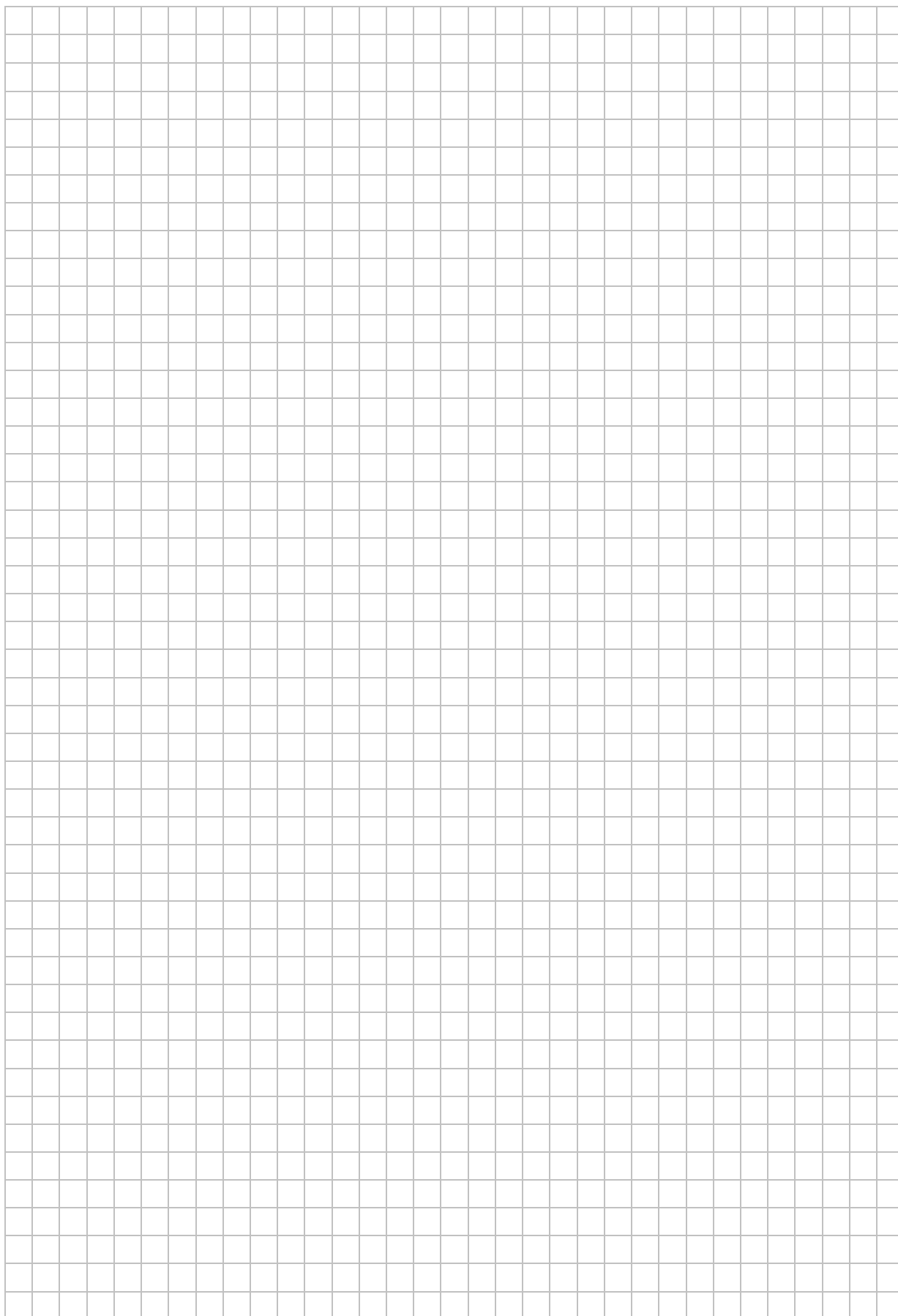
ZADANIE 3 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $a \neq -1$, dla których wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+2a-2}{x-a}$ nie ma punktów wspólnych z prostą $y = \frac{a^2-3}{a+1}$.



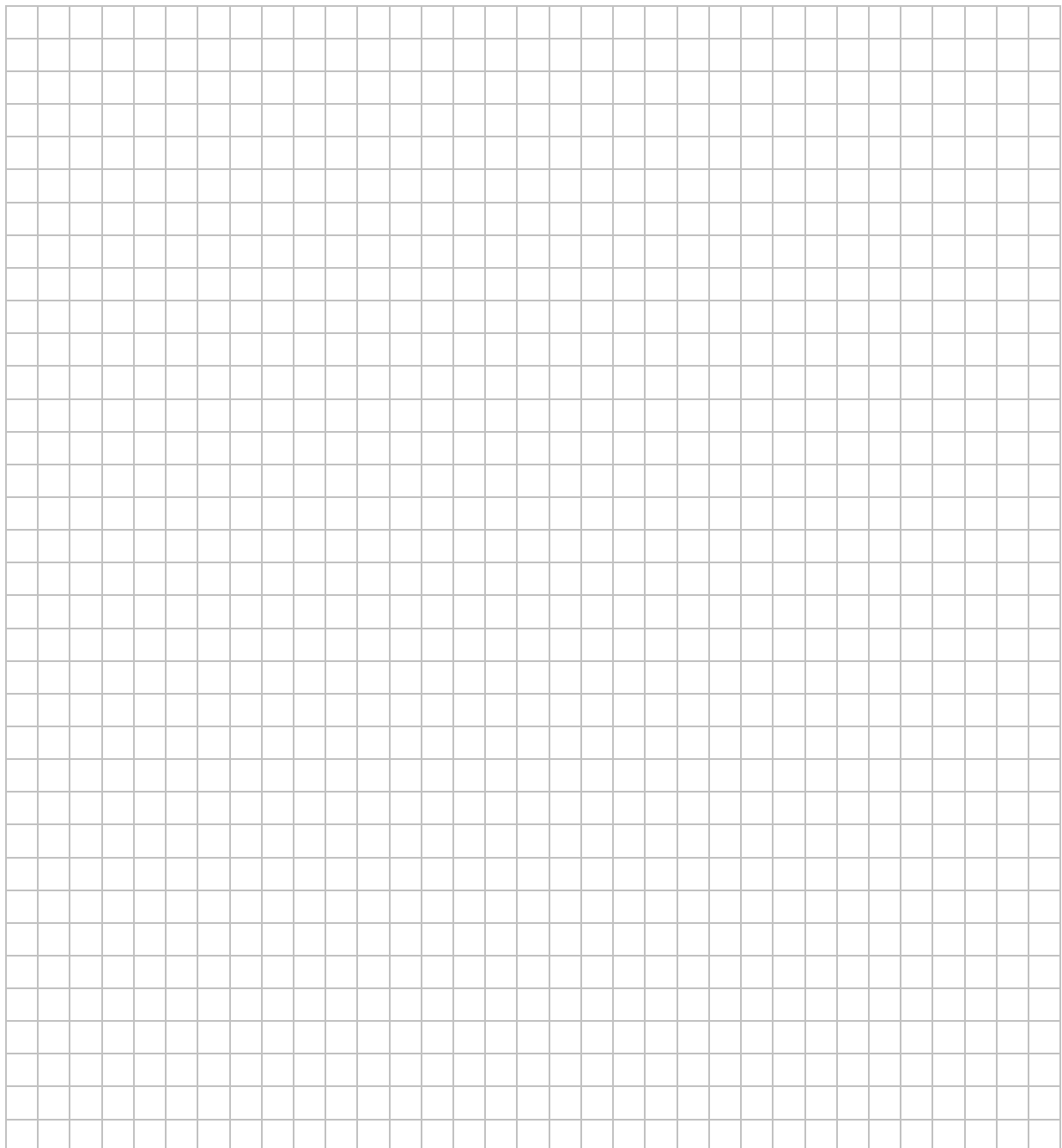
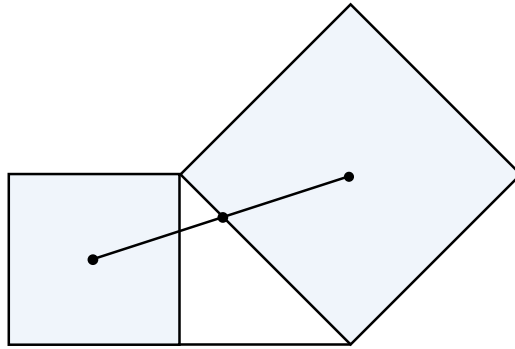
ZADANIE 4 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\cos x - \operatorname{tg}^2 x \cos x = 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



ZADANIE 5 (4 PKT)

Na zewnątrz równoramiennego trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty – jeden na przyprostokątnej, a drugi na przeciwprostokątnej. Wykaż, że przeciwprostokątna dzieli odcinek łączący środki kwadratów na dwie równe części.



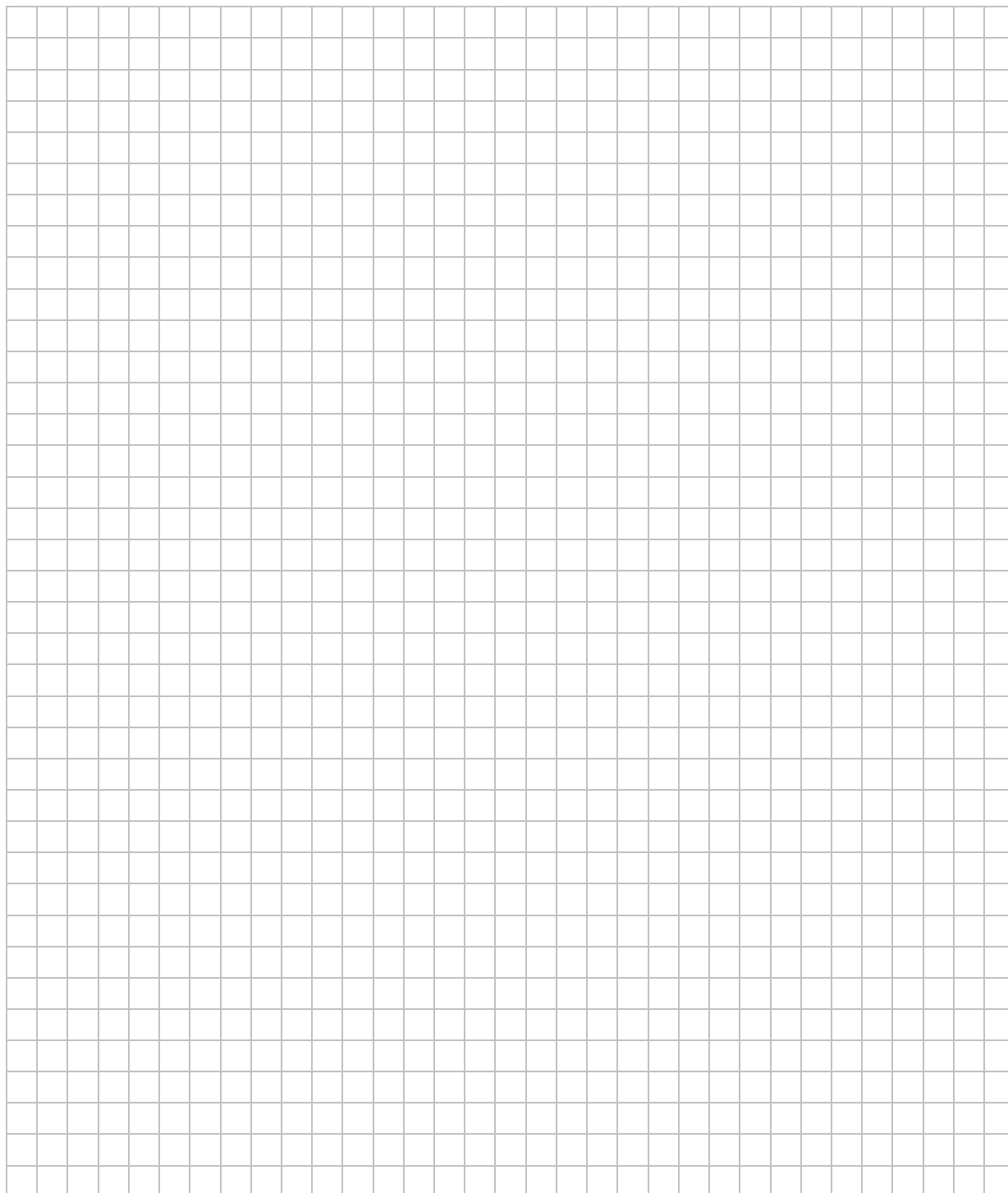
ZADANIE 6 (5 PKT)

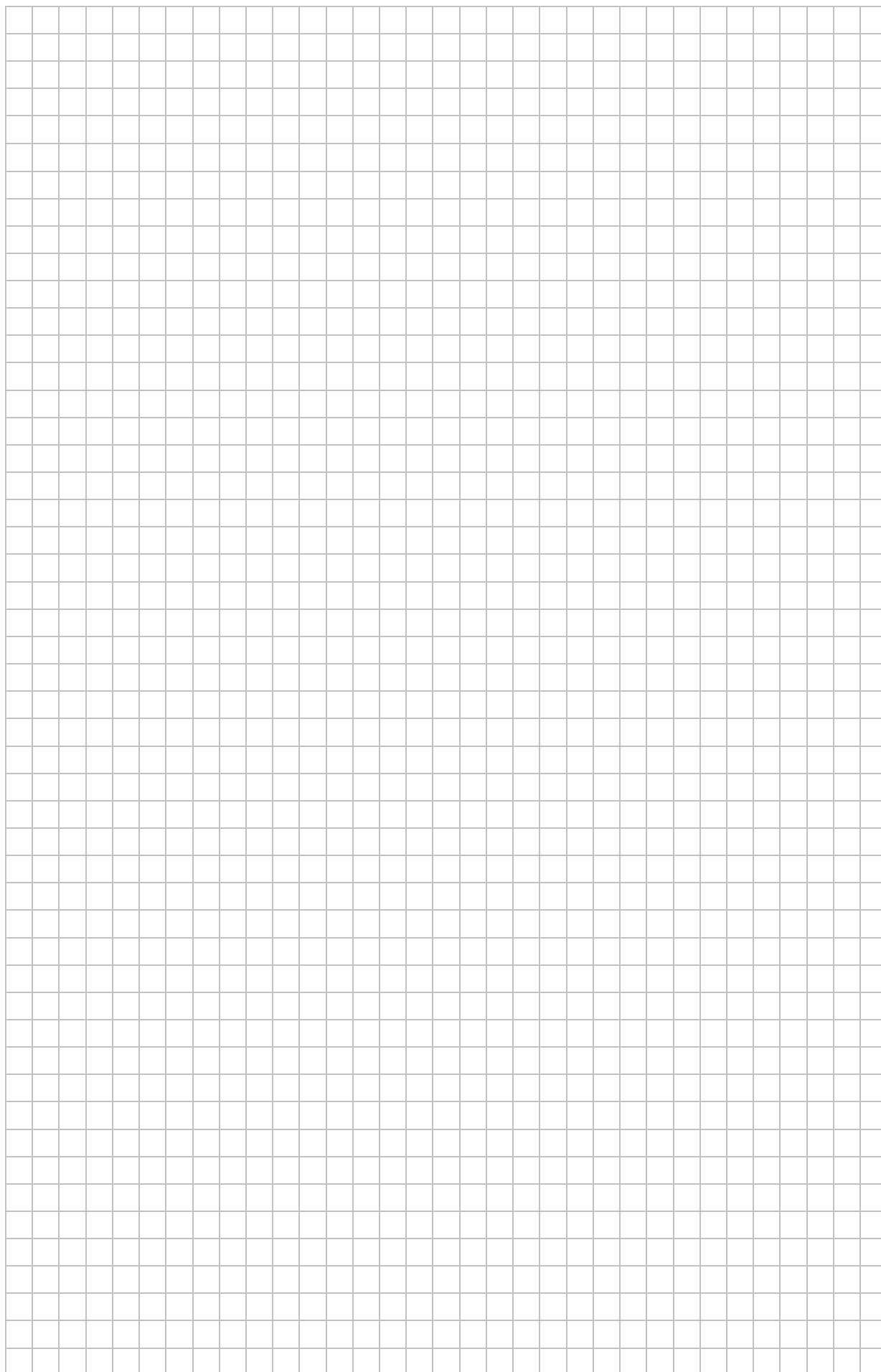
Ciąg (a_n) , gdzie $n \geq 1$ dany jest wzorem rekurencyjnym

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{6} \\ (\sqrt{2} + 1)a_{n+1} = \frac{a_n - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \end{cases}$$

- a) Oblicz sumę 21 początkowych wyrazów tego ciągu.
b) Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , dla których spełniona jest nierówność

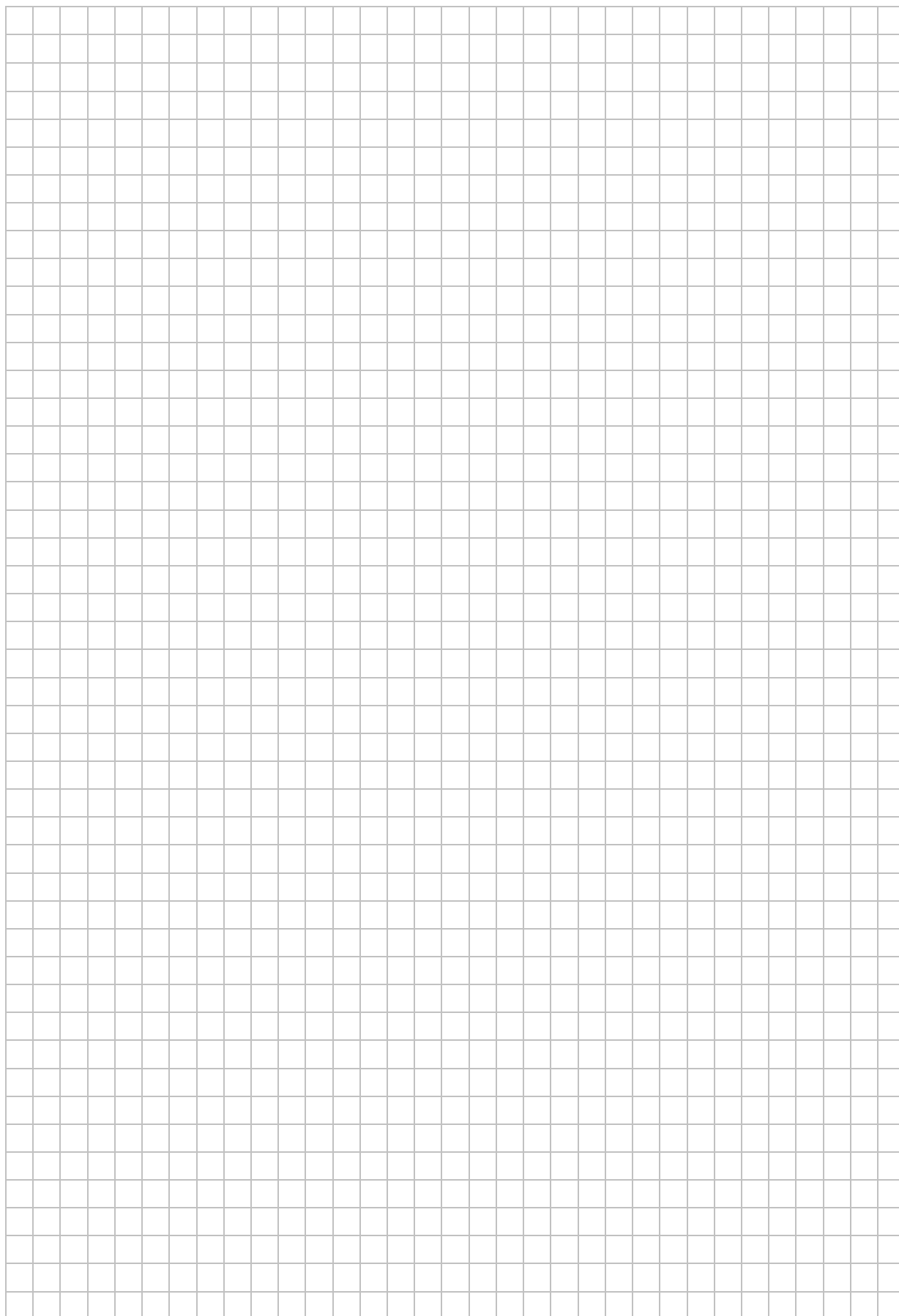
$$7a_n \leq 3 - (n - 1)^2.$$





ZADANIE 7 (4 PKT)

Udowodnij, że $\frac{n^4-3n^2+1}{n^4-n^2-2n-1}$, dla $n \in \mathbb{N}$ i $n > 2$ jest ułamkiem właściwym.



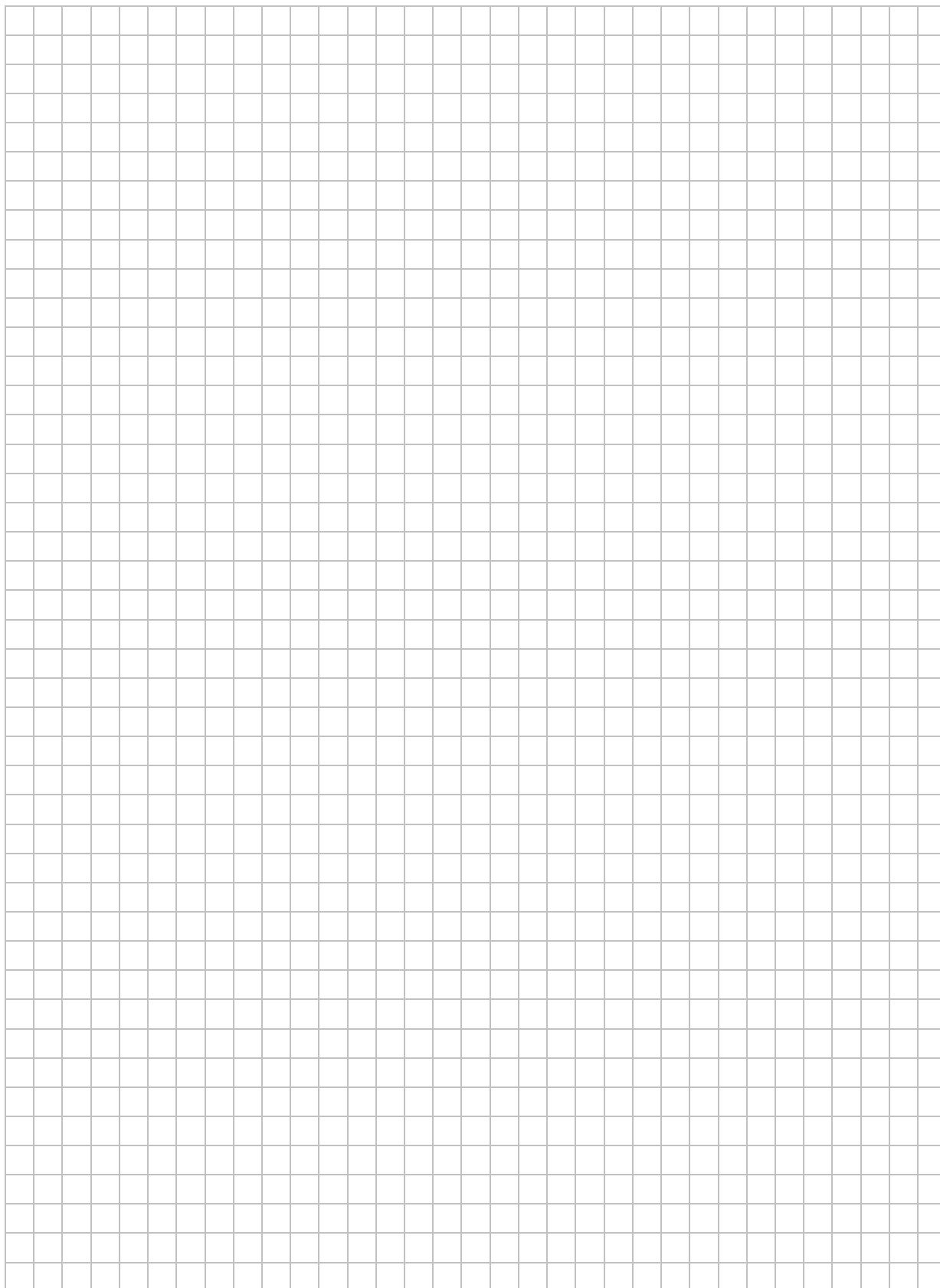
ZADANIE 9 (4 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $P(x) = 3x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ przez wielomian $Q(x) = -3x^4 + 2x^3 + 8x^2$ jest taka sama jak reszta z dzielenia wielomianu $Q(x)$ przez wielomian $R(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Oblicz wartości współczynników a, b, c i d .



ZADANIE 10 (5 PKT)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisano sześcian tak, że jego cztery wierzchołki należą do krawędzi bocznych ostrosłupa, a pozostałe do płaszczyzny podstawy. Oblicz długość krawędzi sześcianu, jeżeli wysokość ostrosłupa jest równa H , a długość jego krawędzi podstawy jest równa a .



ZADANIE 11 (5 PKT)

Grupę 12 uczniów, wśród których jest 6 dziewczynek i 6 chłopców podzielono na 3 równoliczne grupy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w każdej z utworzonych grup będzie tyle samo dziewcząt.

