

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM PODSTAWOWY

2 MAJA 2009

**CZAS PRACY: 120 MINUT**

ZADANIE 1 (3 PKT.)

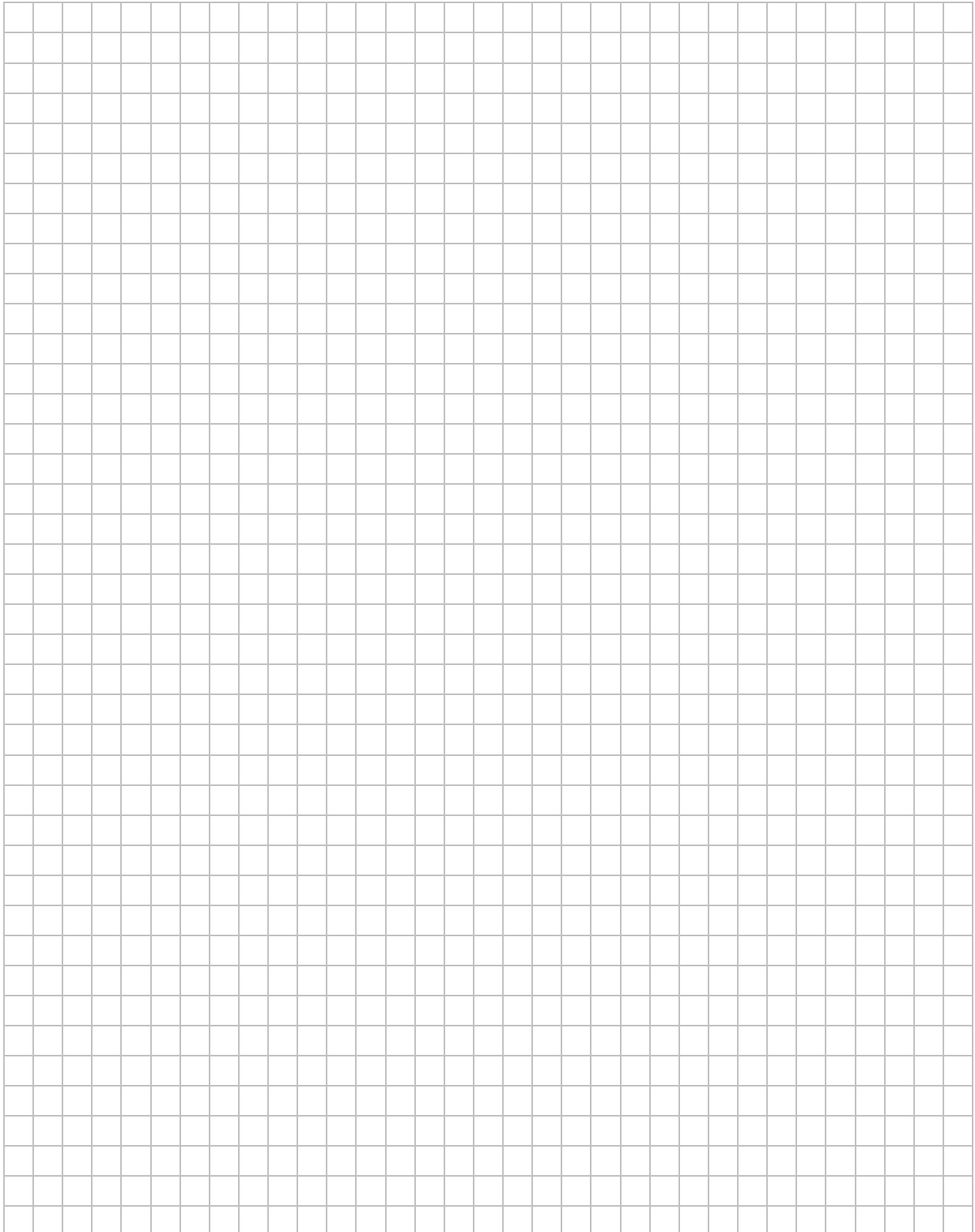
Wysokość trójkąta prostokątnego poprowadzona na przeciwprostokątną dzieli ją na odcinki długości 1 cm i 49 cm. Oblicz pole tego trójkąta.



ZADANIE 2 (5 PKT.)

Dane są punkty  $A = (2, 3)$ ,  $B = (5, 0)$ ,  $C = (0, -5)$ .

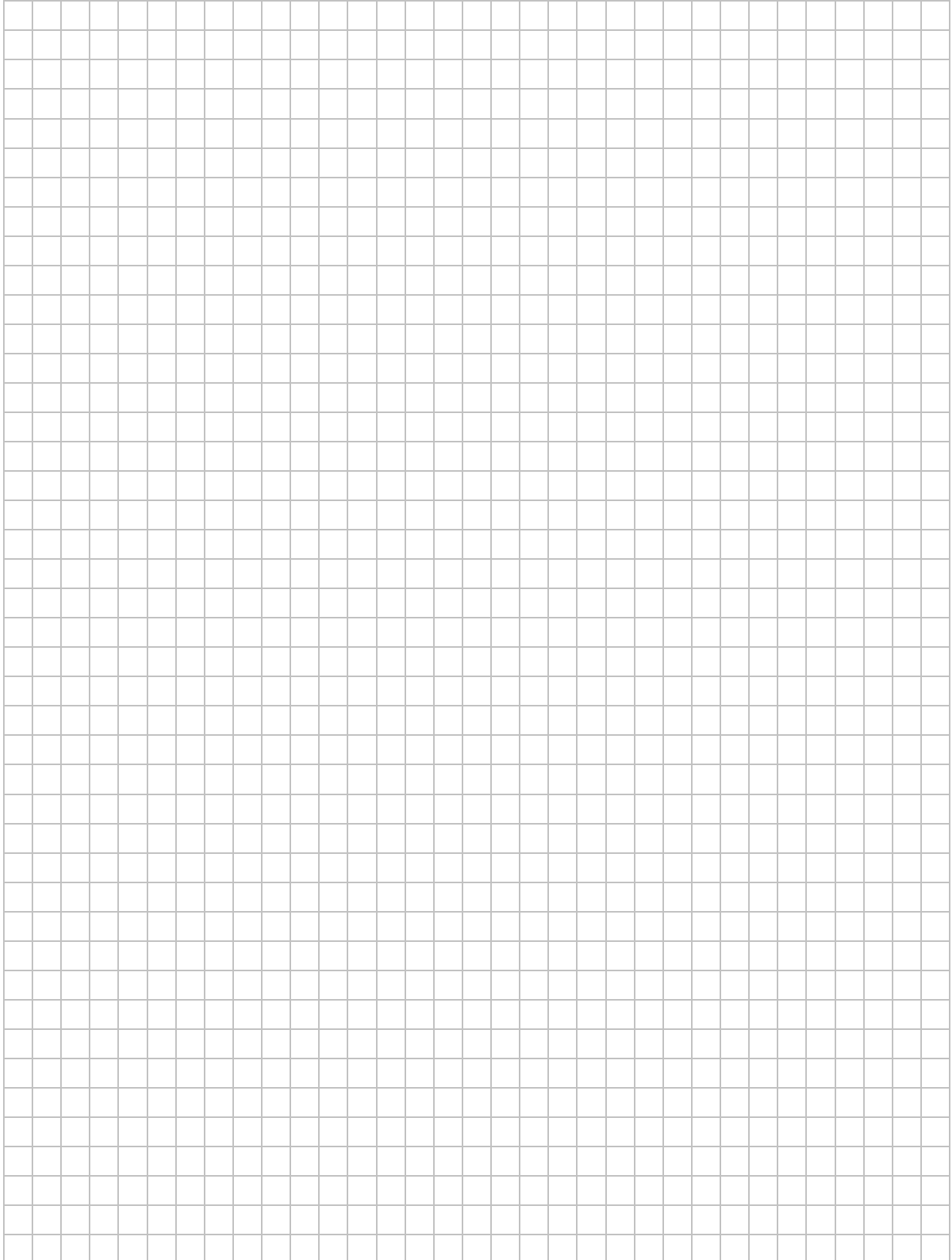
- a) Uzasadnij, że proste  $AB$  i  $BC$  są prostopadłe.
- b) Wyznacz współrzędne takiego punktu  $D$ , dla którego czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem.
- c) Oblicz pole prostokąta  $ABCD$ .



ZADANIE 3 (5 PKT.)

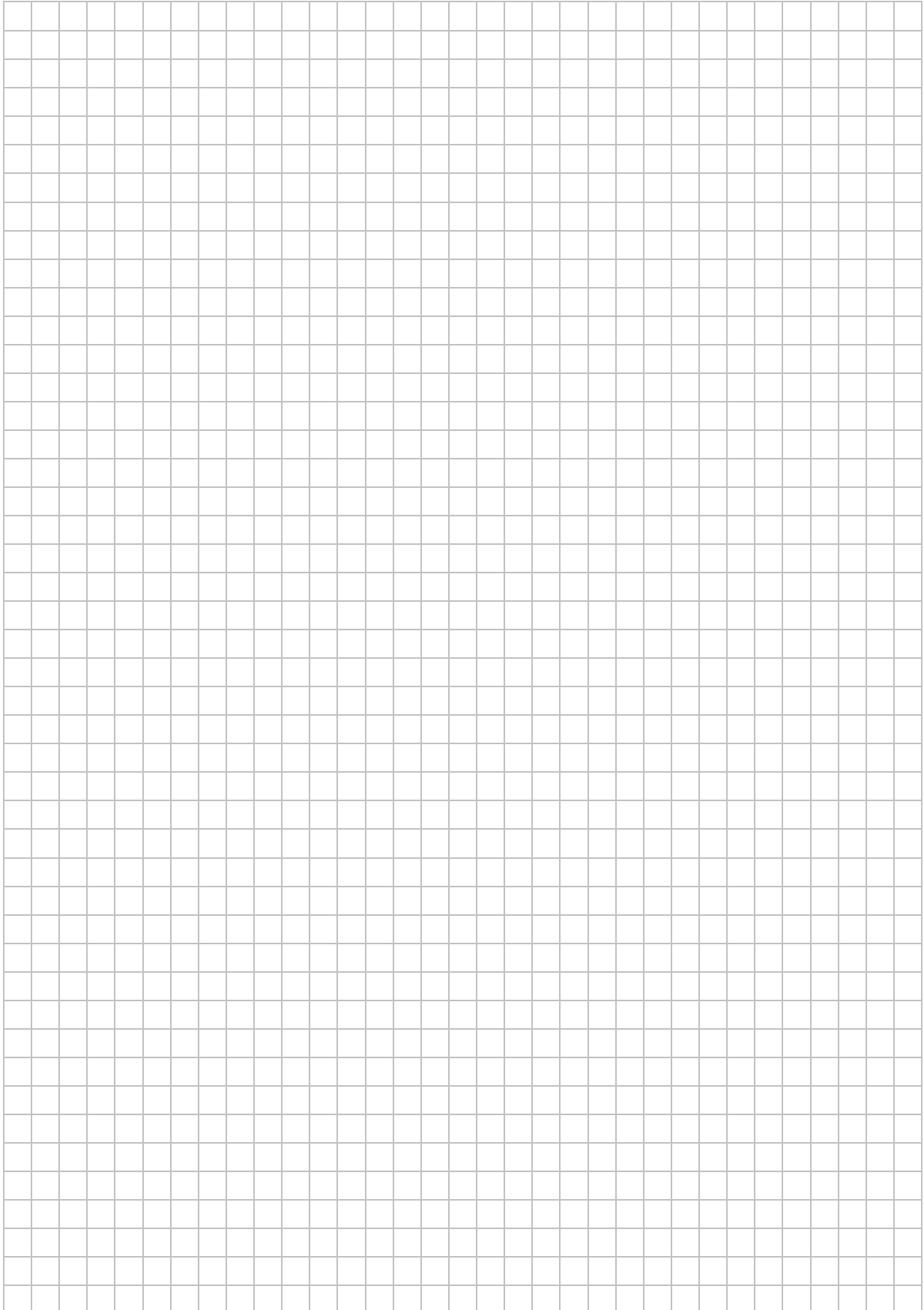
Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 - a^2x + x^2 - a^2$ , gdzie  $|a| \neq 1$ .

- a) Oblicz sumę pierwiastków tego wielomianu.
- b) Wyznacz wartość parametru  $a$ , dla której suma kwadratów pierwiastków wielomianu  $W(x)$  jest możliwie najmniejsza.



ZADANIE 4 (4 PKT.)

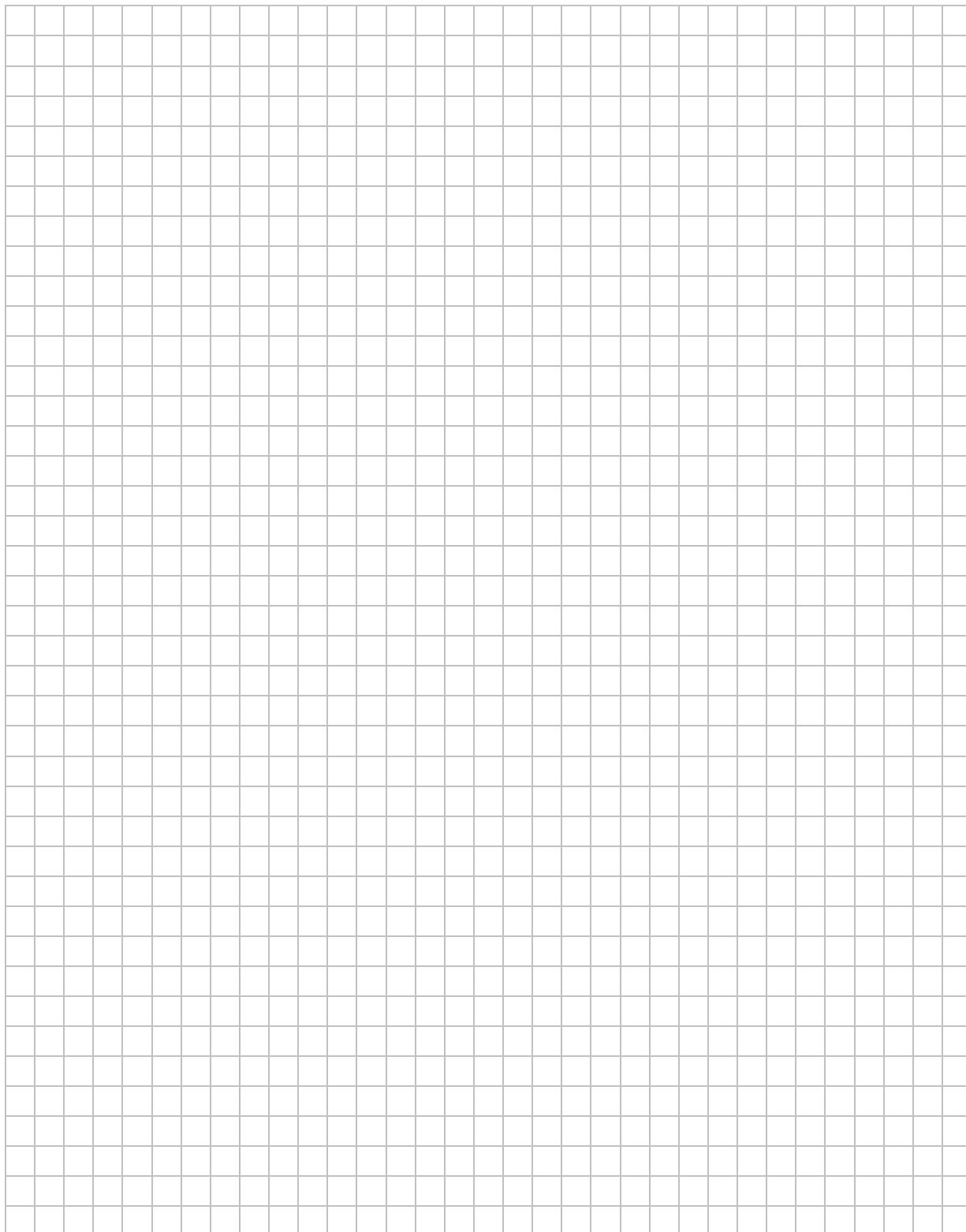
Sprawdź, czy liczby  $a = (0, (3))^{-\frac{1}{2}} - 18^{\frac{1}{2}}$ ,  $b = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ ,  $c = \left| \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right|$  są w podanej kolejności kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.



ZADANIE 5 (5 PKT.)

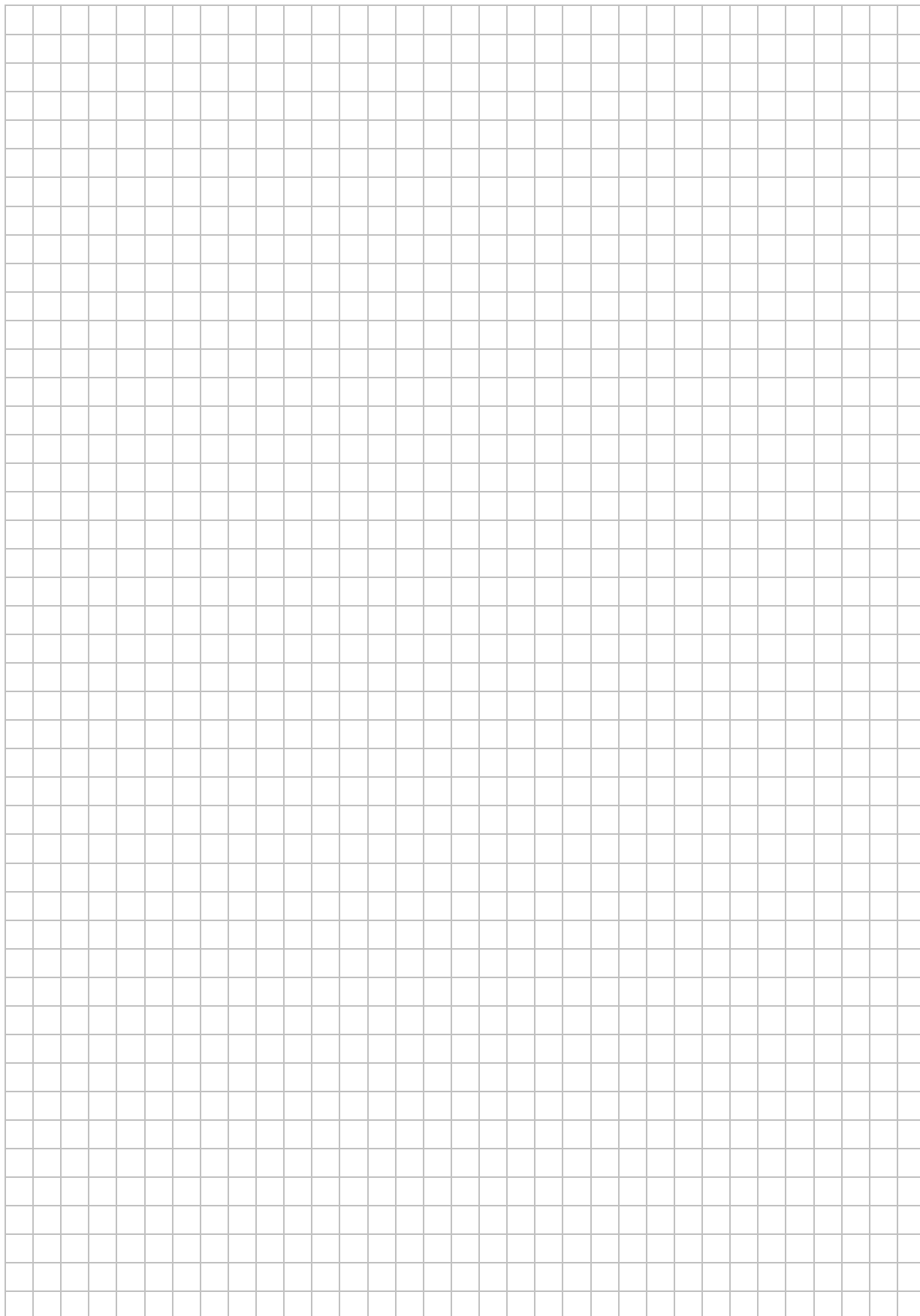
Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej dodatniej liczbę jej dzielników będących liczbami pierwszymi. Np.  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(6) = 2$ .

- Naszkiuj wykres funkcji  $y = f(n)$  dla  $n \in \{1, 2, \dots, 16\}$ .
- Podaj przykład liczby  $n$ , dla której  $f(n) = 4$ .
- Uzasadnij, że równanie  $f(n) = 2$  ma nieskończenie wiele rozwiązań.



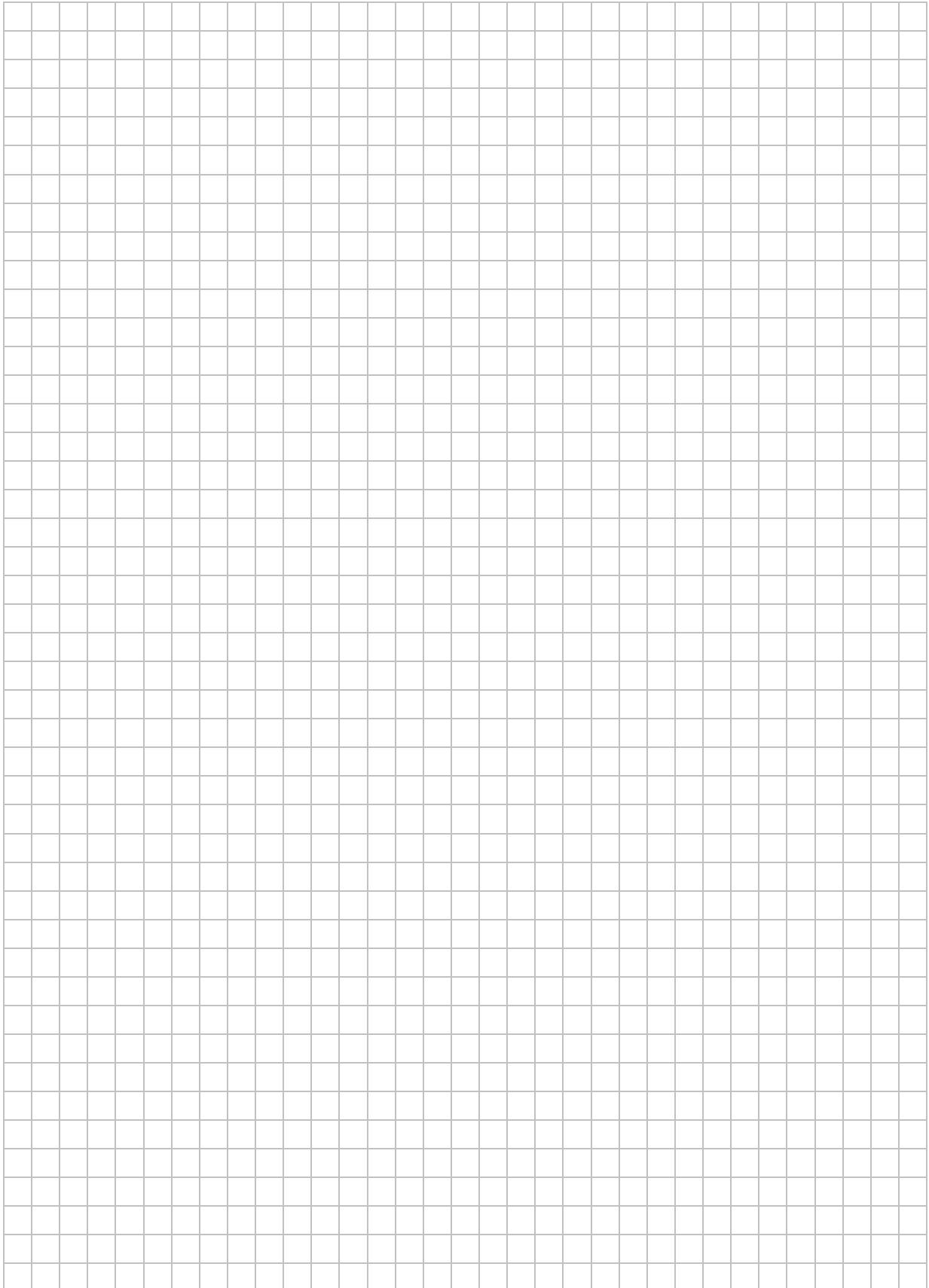
ZADANIE 6 (4 PKT.)

Ze zbioru liczb naturalnych pięciocyfrowych wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 15.



ZADANIE 7 (3 PKT.)

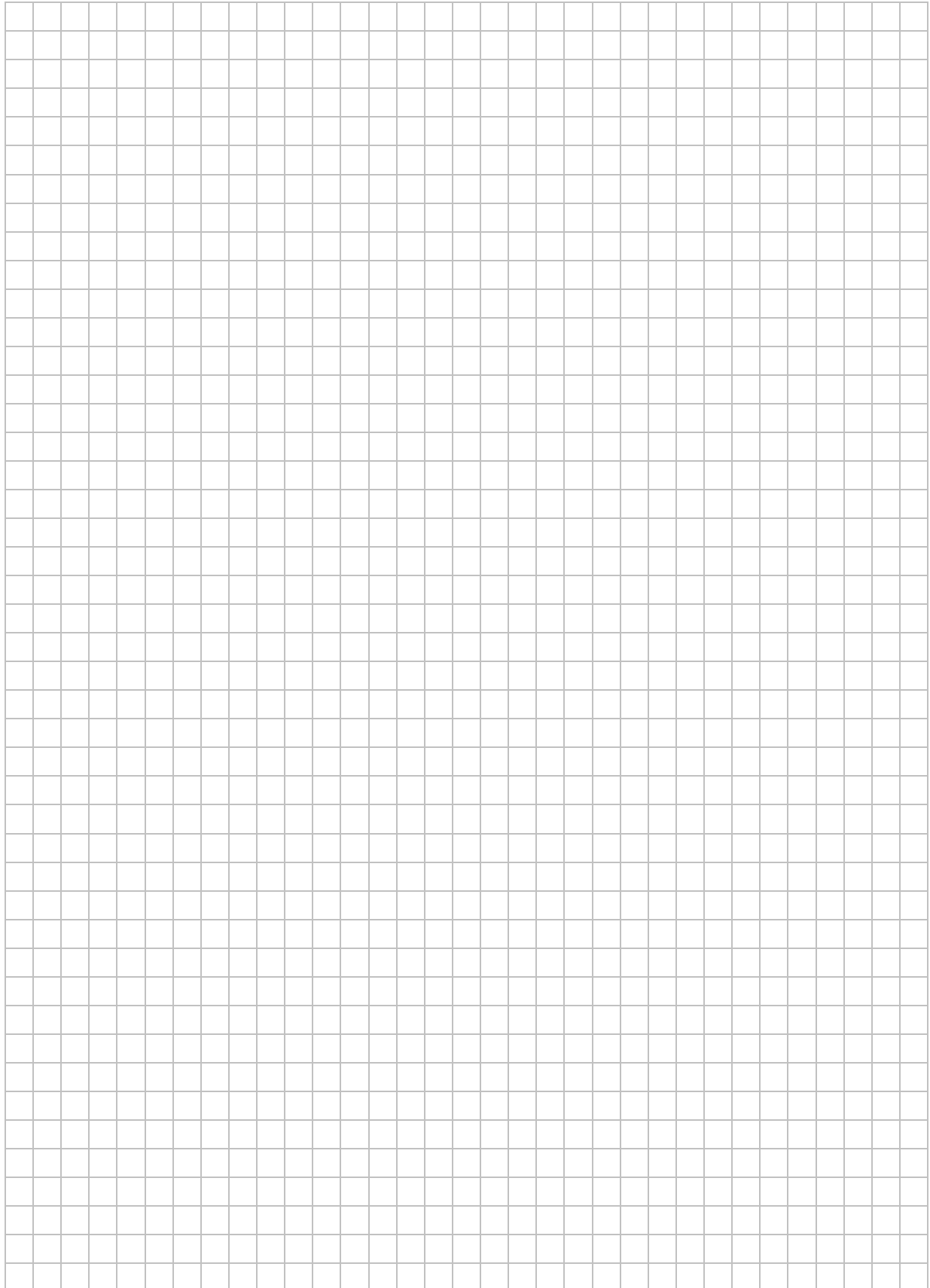
Janek kupił dwie książki, które po roku sprzedał ze stratą 10%. Wiedząc, że pierwszą z nich sprzedał ze stratą 25%, a drugą z zyskiem 12,5% oblicz, o ile procent pierwsza książka była droższa od drugiej (w chwili zakupu).





ZADANIE 8 (3 PKT.)

Do naczynia w kształcie walca wypełnionego wodą do wysokości 7 cm włożono metalową kulę o promieniu 3 cm. Poziom wody podniósł się o 1 cm i zrównał się z górną podstawą walca. Oblicz objętość naczynia. Przyjmując  $\pi \approx 3,14$ , wynik podaj z dokładnością do  $1 \text{ cm}^3$ .

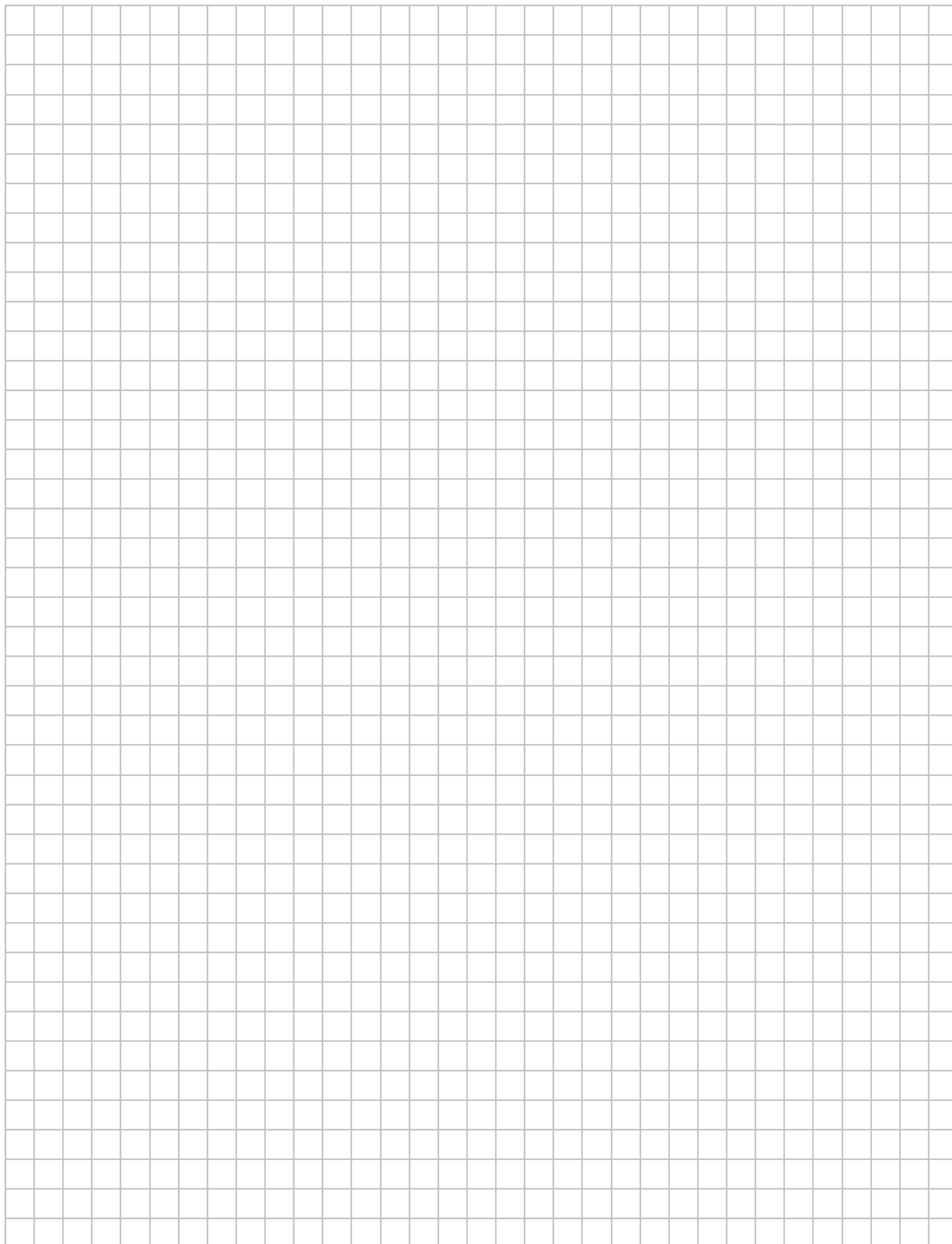


ZADANIE 9 (4 PKT.)

W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są iloraz  $q = -\frac{1}{2}$  oraz suma

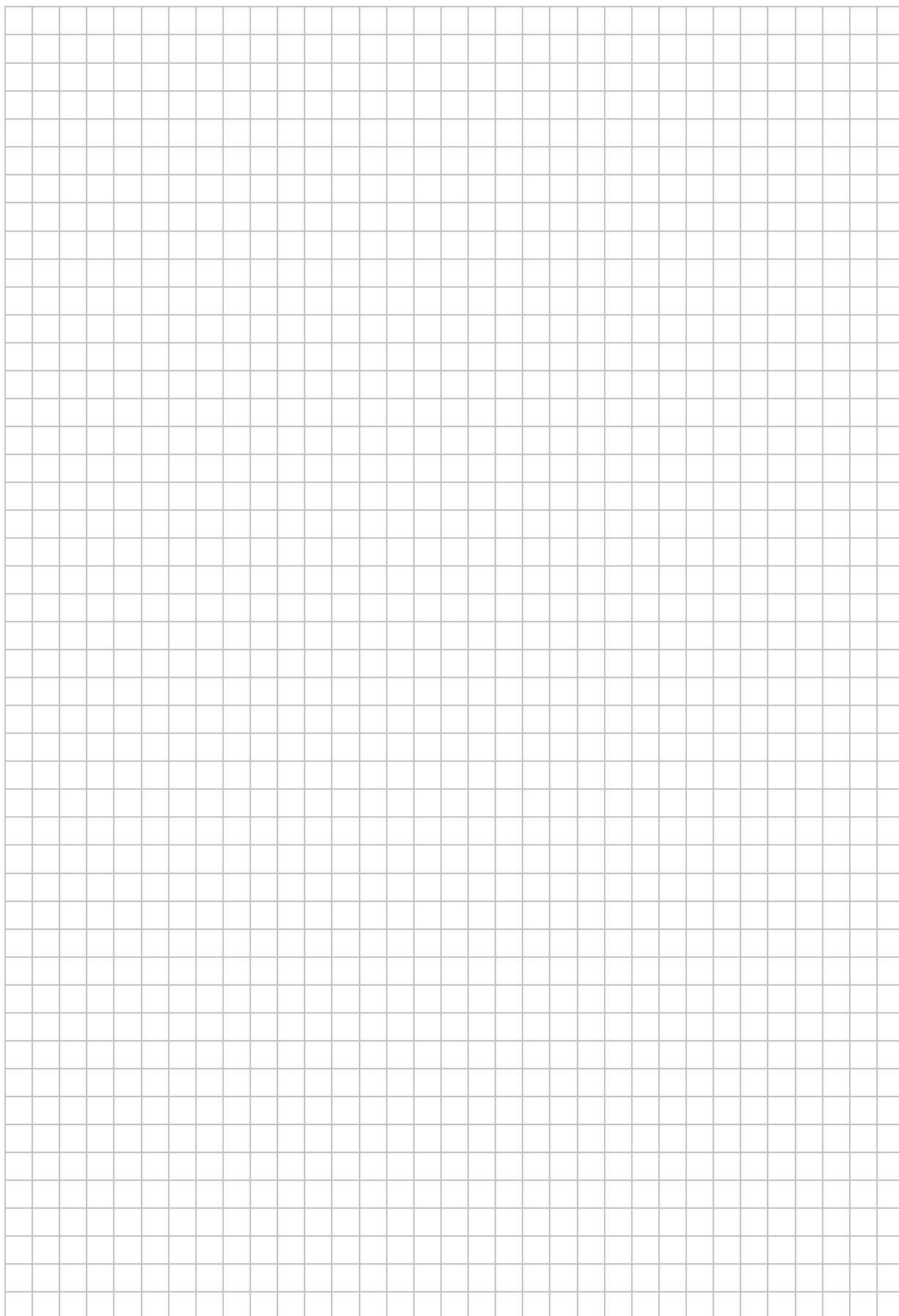
$$a_8 + a_9 + \dots + a_{18} = \frac{20}{3} + \frac{5(2^{11} - 1)}{3 \cdot 2^{17}}.$$

Oblicz  $a_7$ .



ZADANIE 10 (4 PKT.)

Rozwiąż nierówność  $\frac{x^4+2x^3+x^2}{x-1+6x^2} < 0$ .



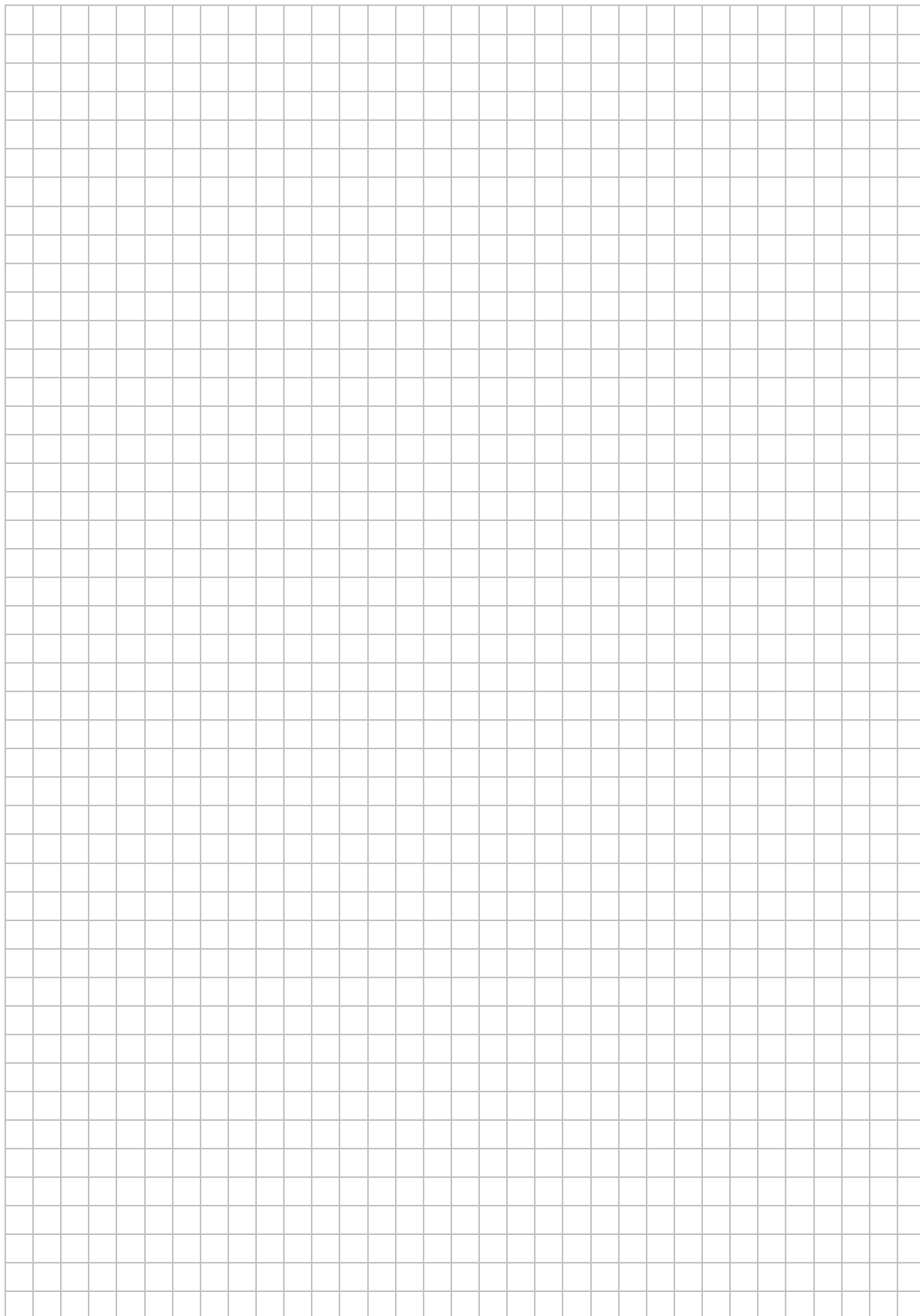
ZADANIE 11 (3 PKT.)

Uzasadnij, że jeżeli dwie dwusieczne trójkąta przecinają się pod kątem  $45^\circ$  to trójkąt jest prostokątny.



ZADANIE 12 (4 PKT.)

Niech  $A, B \subset \Omega$  będą zdarzeniami losowymi, takimi że  $P(A) = \frac{7}{11}$  i  $P(B') = \frac{7}{12}$ . Uzasadnij, że  $P(A \cap B) > 0$ .



ZADANIE 13 (3 PKT.)

Czy kwadratową płytą o boku długości 2,2 m można całkowicie zakryć otwór w ziemi, który ma kształt stożka o wysokości 2 m i kącie rozwarcia  $60^\circ$ ? Odpowiedź uzasadnij.

