



MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE Z MATEMATYKI

LUTY 2012

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 22 strony (zadania 1 – 33).
2. Arkusz zawiera 24 zadania zamknięte i 9 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 24. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 25. do 33. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Zadanie 1. (1 pkt)

Cena towaru wraz z 23% podatkiem VAT jest równa 25,83 zł. Cena towaru bez podatku VAT jest równa

- A. 19,89 zł B. 19,90 zł C. 21,00 zł D. 31,77 zł

Zadanie 2. (1 pkt)

Przedział $(-3,5)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności

- A. $|1-x| < 4$ B. $|x+3| < 5$ C. $|3-x| < 5$ D. $|x+1| < 4$

Zadanie 3. (1 pkt)

Dana jest liczba $x = 2 \log_4 8$. Wtedy

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 64$ D. $x = 256$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba 30 jest przybliżeniem z nadmiarem liczby a . Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 2,31. Wtedy

- A. $a = 27,69$ B. $a = 28,31$ C. $a = 30,31$ D. $a = 32,31$

Zadanie 5. (1 pkt)

Dana jest liczba $x = 9^{\frac{1}{2}} \cdot (-8)^{\frac{1}{3}}$. Wtedy

- A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = -\frac{2}{3}$ C. $x = -\frac{3}{2}$ D. $x = -6$

Zadanie 6. (1 pkt)

Liczba $(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})$ jest równa

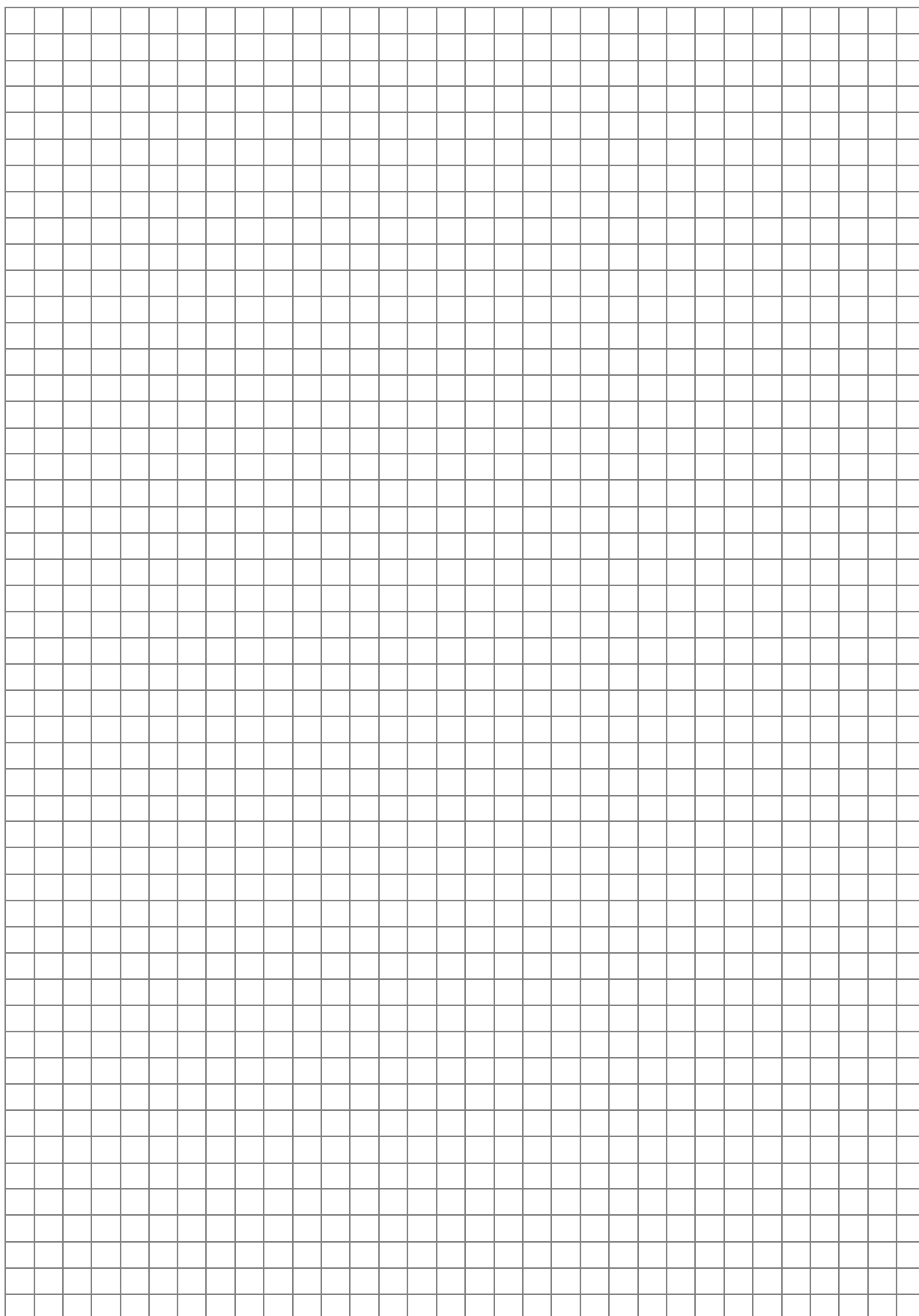
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 7. (1 pkt)

Dziedziną wyrażenia wymiernego $\frac{x+4}{x^2-25}$ jest

- A. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
B. $(-\infty, -4) \cup (-4, +\infty)$
C. $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$
D. $(-\infty, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, +\infty)$

Brudnopis



Zadanie 8. (1 pkt)

Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = (2 - 5m)x + m - 1$ jest malejąca. Wtedy

- A. $m \in \left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$ B. $m \in (-\infty, 1)$ C. $m \in \left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$ D. $m \in (1, +\infty)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ przyjmuje wartości dodatnie dla

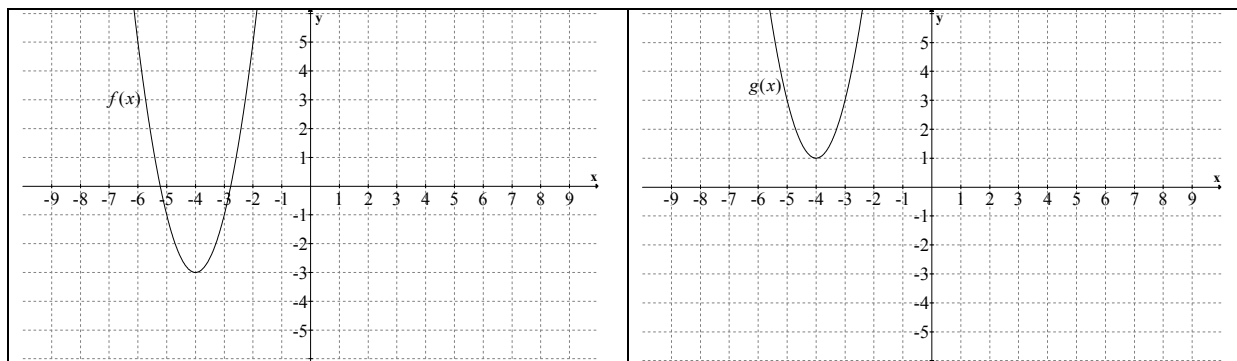
- A. $x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$ B. $x \in (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$
 C. $x \in (-3, 4)$ D. $x \in (-4, 3)$

Zadanie 10. (1 pkt)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -2x + 1 & \text{dla } x \in (-2, +\infty) \end{cases}$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

W zadaniach 11. i 12. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji f i g.

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Zbiorem wartości funkcji f jest

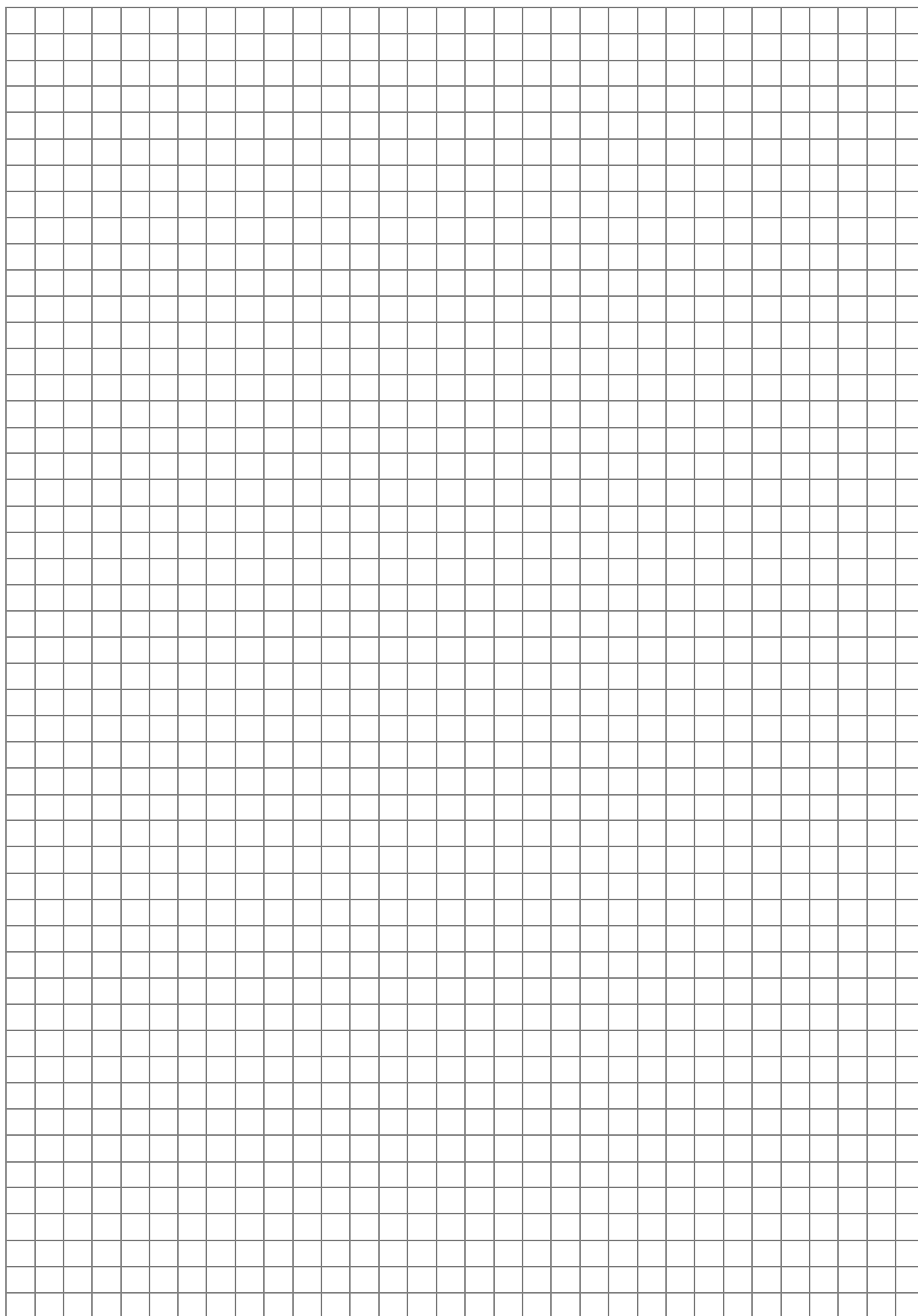
- A. $\langle -7, -1 \rangle$ B. $\langle -4, +\infty \rangle$ C. $\langle -3, +\infty \rangle$ D. $\langle -\infty, 0 \rangle$

Zadanie 12. (1 pkt)

Wykres funkcji $g(x)$ otrzymujemy przesuwając wykres funkcji $f(x)$ wzdłuż osi Oy . Wykres funkcji g określony jest wzorem

- A. $g(x) = f(x - 4)$ B. $g(x) = f(x) - 4$
 C. $g(x) = f(x + 4)$ D. $g(x) = f(x) + 4$

Brudnopis



Zadanie 13. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_{21} = 2012$ i $r = 100$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

- A. 12 B. 22 C. 50 D. 102

Zadanie 14. (1 pkt)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = \frac{3}{4}$ i $a_2 = 1$. Wtedy wyraz a_5 jest równy

- A. $\frac{256}{81}$ B. $\frac{64}{27}$ C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{9}{16}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

- A. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ B. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ C. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ D. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

Zadanie 16. (1 pkt)

Wyrażenie $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$ jest równe

- A. $1 - \cos \alpha$ B. $\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$ C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ D. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha$

Zadanie 17. (1 pkt)

Dany jest okrąg o promieniu 12. Miara kąta między średnicą AB a cięciwą BC jest równa 30° . Wtedy cięciwa AC ma długość

- A. 6 B. $6\sqrt{3}$ C. 12 D. $12\sqrt{3}$

Zadanie 18. (1 pkt)

Dane są dwa prostokąty podobne o polach powierzchni P_I i P_{II} . Wiemy, że $\frac{P_I}{P_{II}} = 2$ i obwód większego prostokąta jest równy 48 cm. Obwód mniejszego prostokąta jest równy

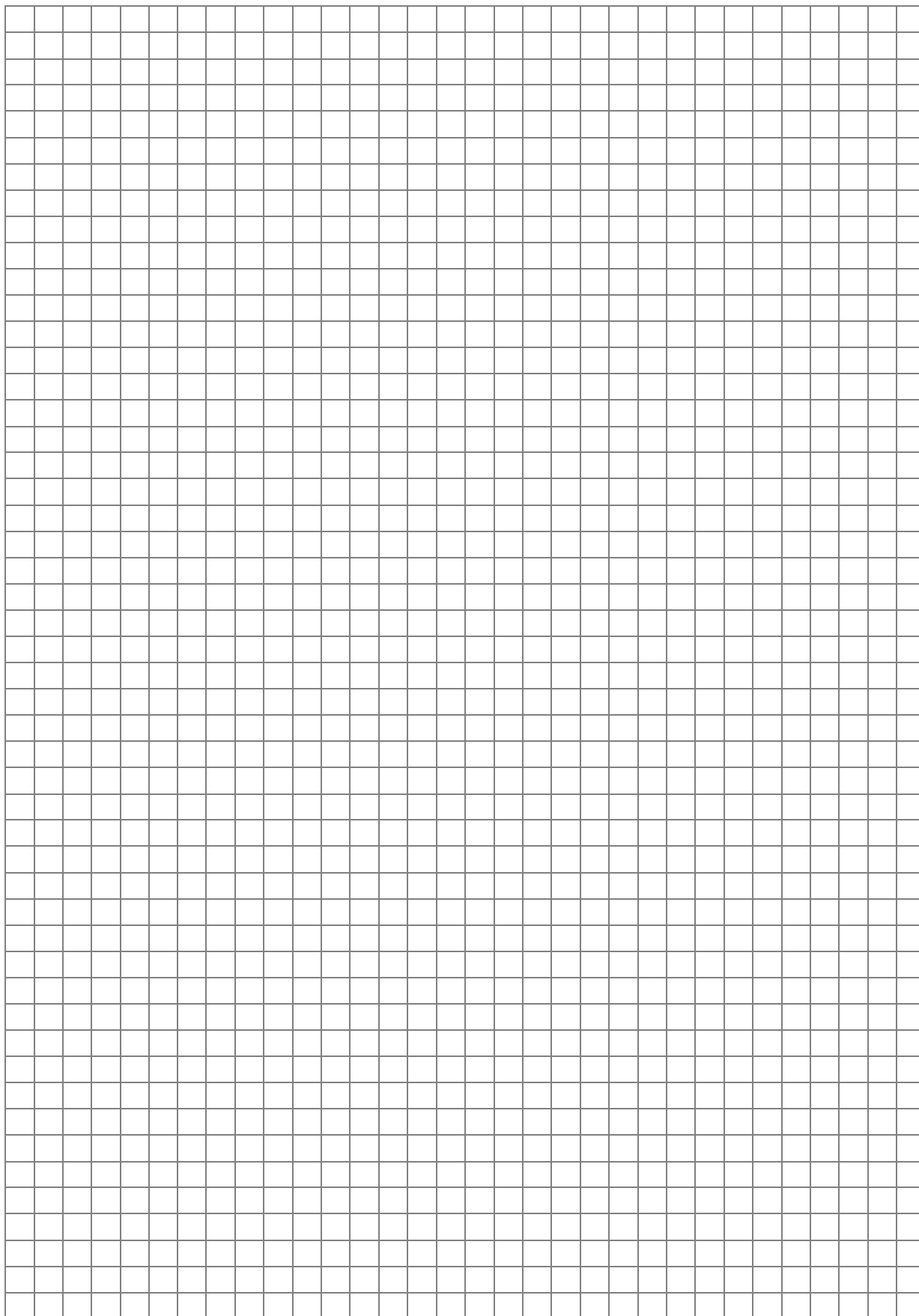
- A. 12 B. $12\sqrt{2}$ C. 24 D. $24\sqrt{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Brudnopis



Zadanie 20. (1 pkt)

Wykres funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = 0,5x + 7$ jest prostą prostopadłą do prostej o równaniu

- A. $y = 2x + 7$ B. $y = -0,5x - 7$ C. $y = 5x + 7$ D. $y = -2x + 7$

Zadanie 21. (1 pkt)

Styczną do okręgu $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ jest prosta o równaniu

- A. $x = 4$ B. $x = -4$ C. $y = 0$ D. $y = 4$

Zadanie 22. (1 pkt)

Przekątna sześcianu ma długość 6 cm. Objętość tego sześcianu jest

- A. mniejsza niż 41 cm^3
B. równa 41 cm^3
C. równa $41,5 \text{ cm}^3$
D. większa niż $41,5 \text{ cm}^3$

Zadanie 23. (1 pkt)

Ile różnych czterocyfrowych kodów PIN, o niepowtarzających się cyfrach, można utworzyć z cyfr parzystych? Uwaga: zero jest też liczbą parzystą.

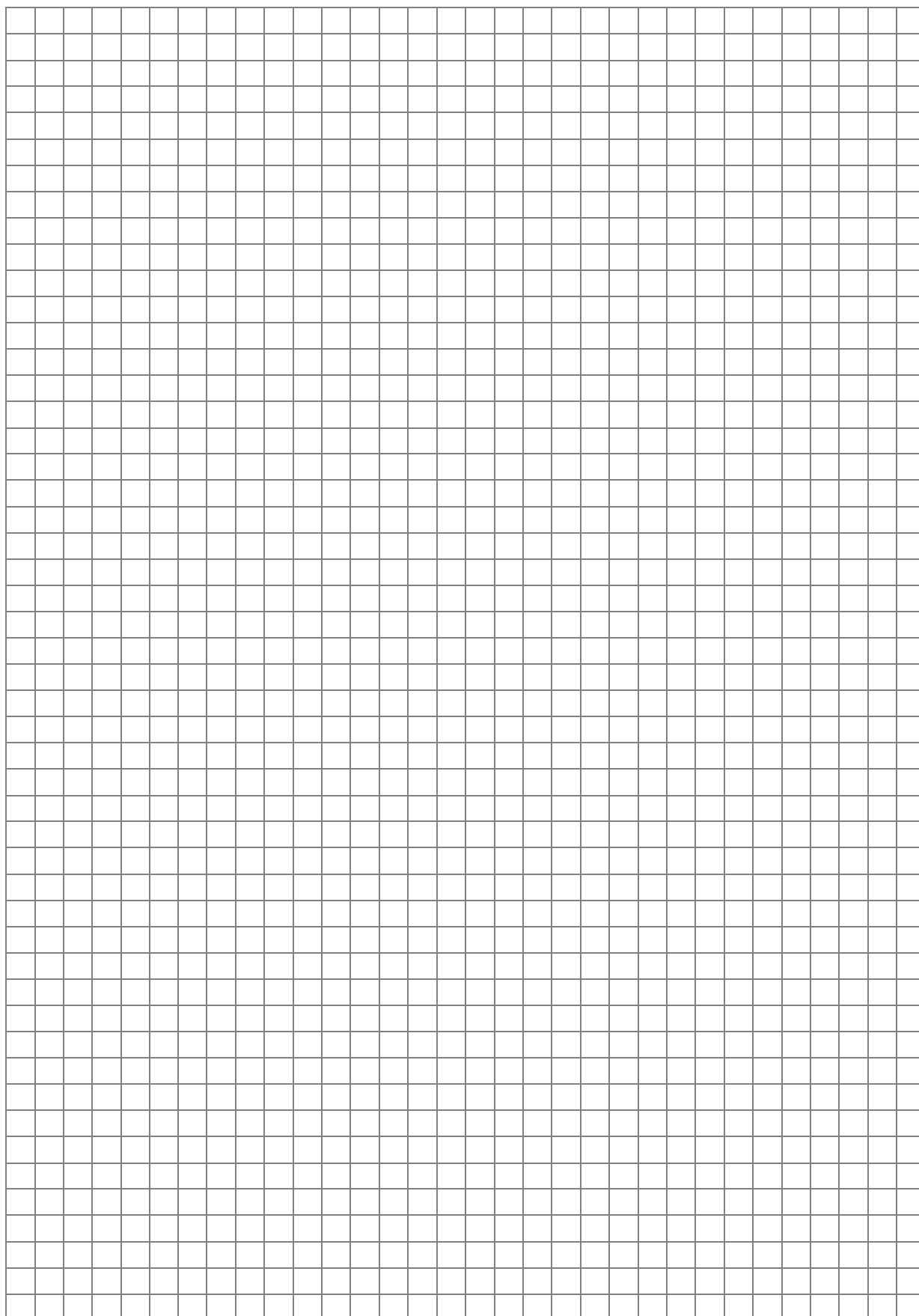
- A. 625 B. 120 C. 5 D. 1

Zadanie 24. (1 pkt)

O zdarzeniu losowym A , zawartym w Ω wiemy, że $P(A) + 5P(A') = 1,64$. Wtedy

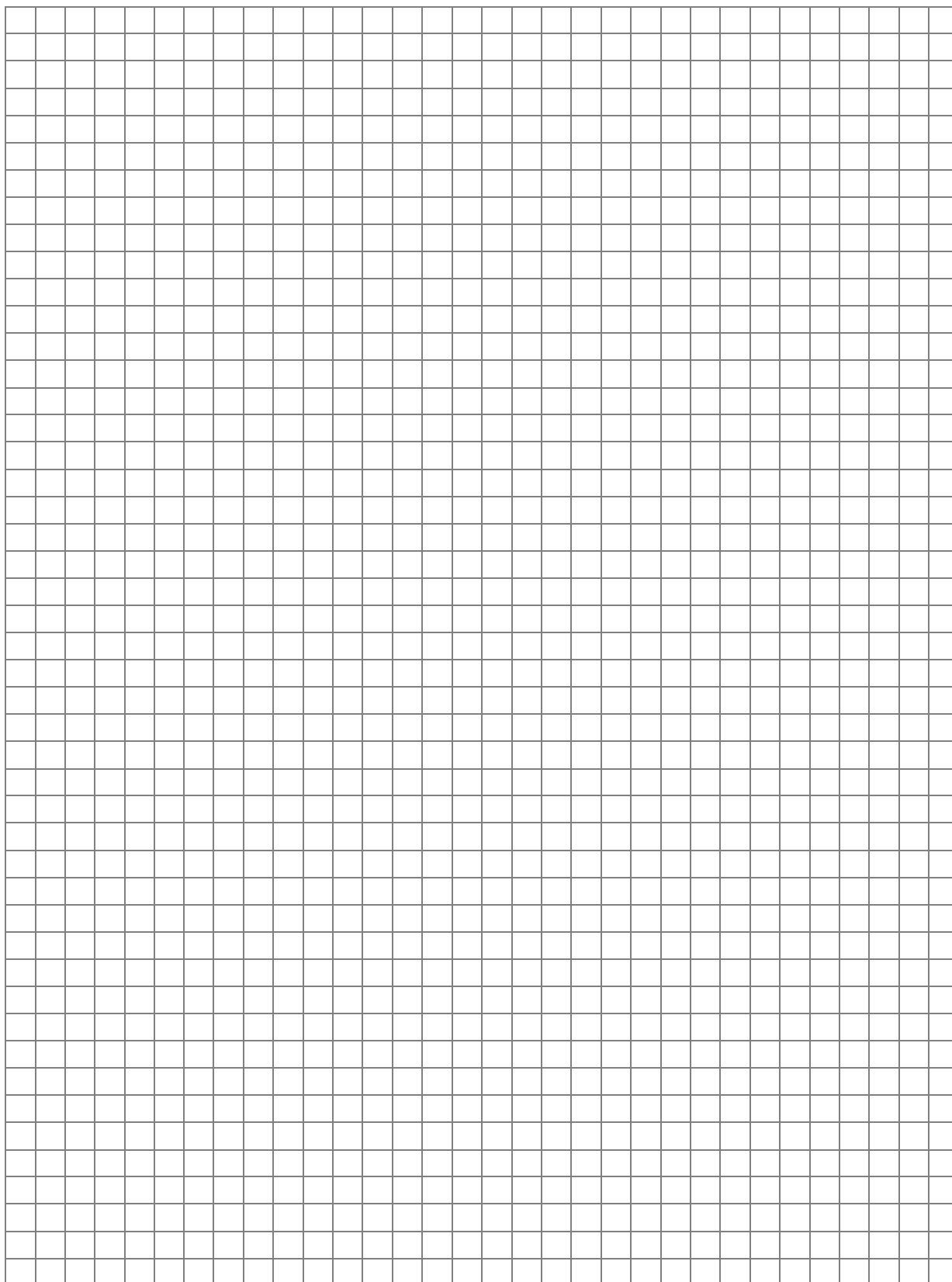
- A. $P(A) = 0,16$ B. $P(A) = 0,328$ C. $P(A) = 0,84$ D. $P(A) = 0,94$

Brudnopis



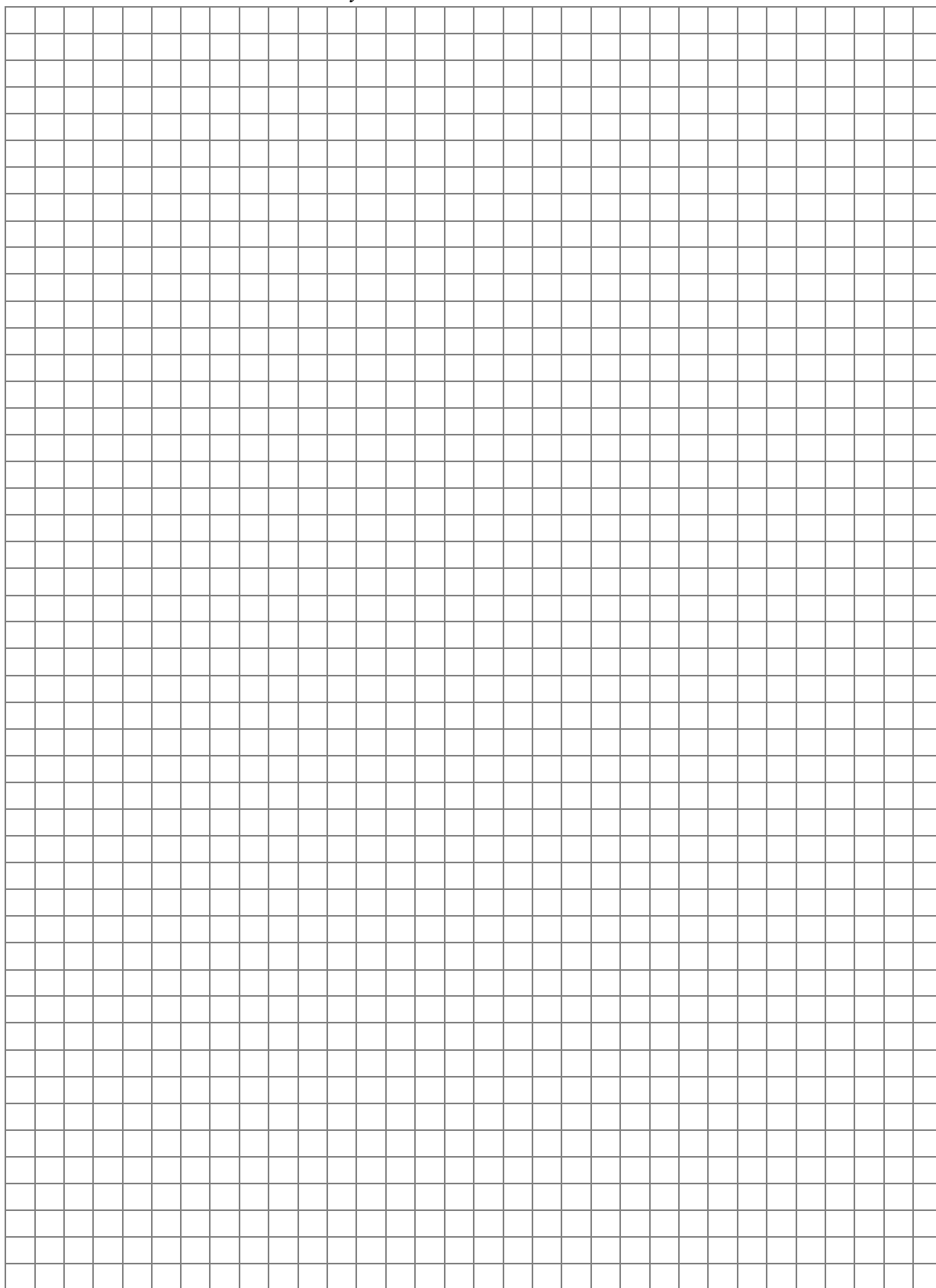
Zadanie 25. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $\frac{3}{x} + \frac{x}{3} = \frac{5}{2}$ dla $x \neq 0$.



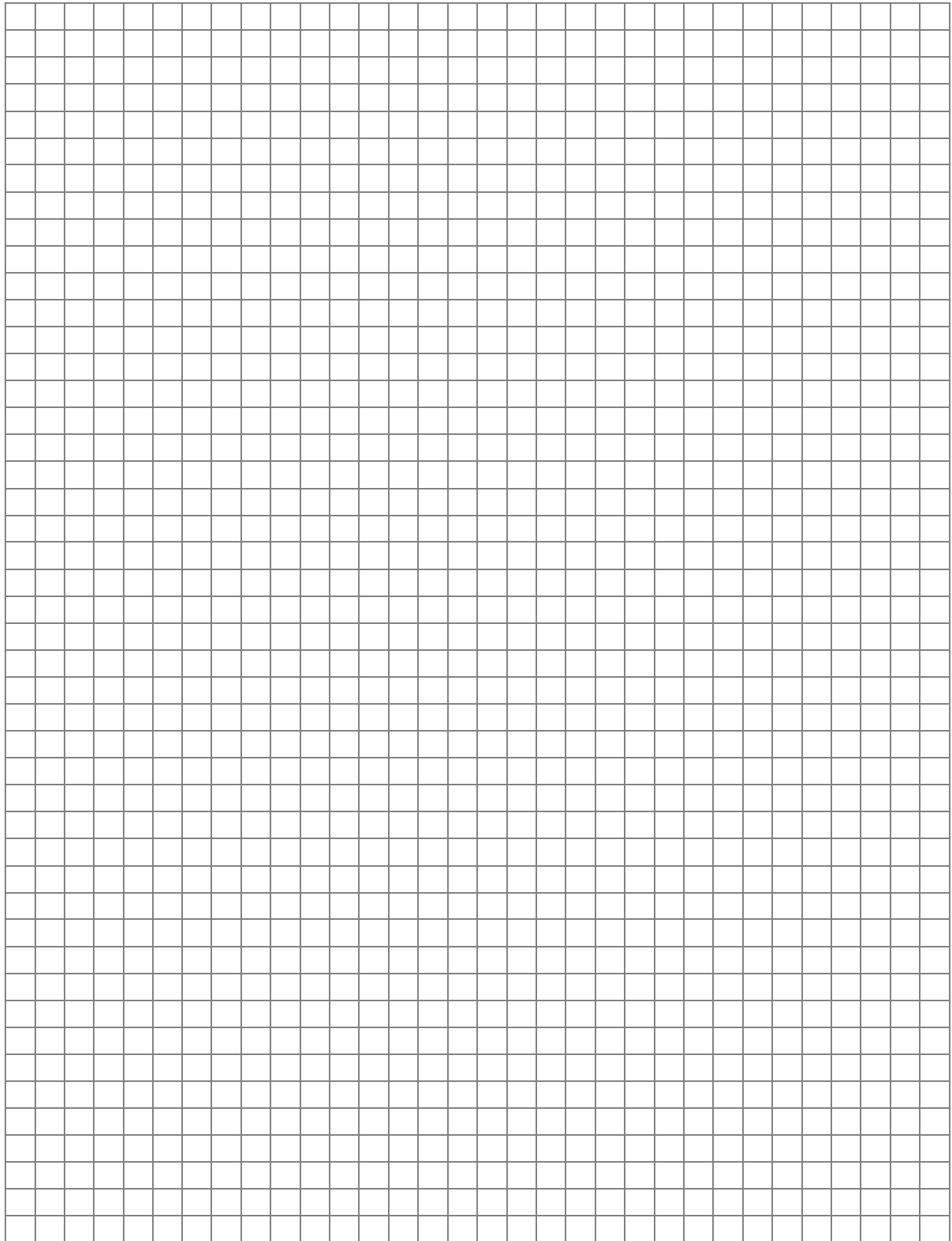
Zadanie 26. (2 pkt)

Wykaż, że jeśli $x > 0$ i $y > 0$, to $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.



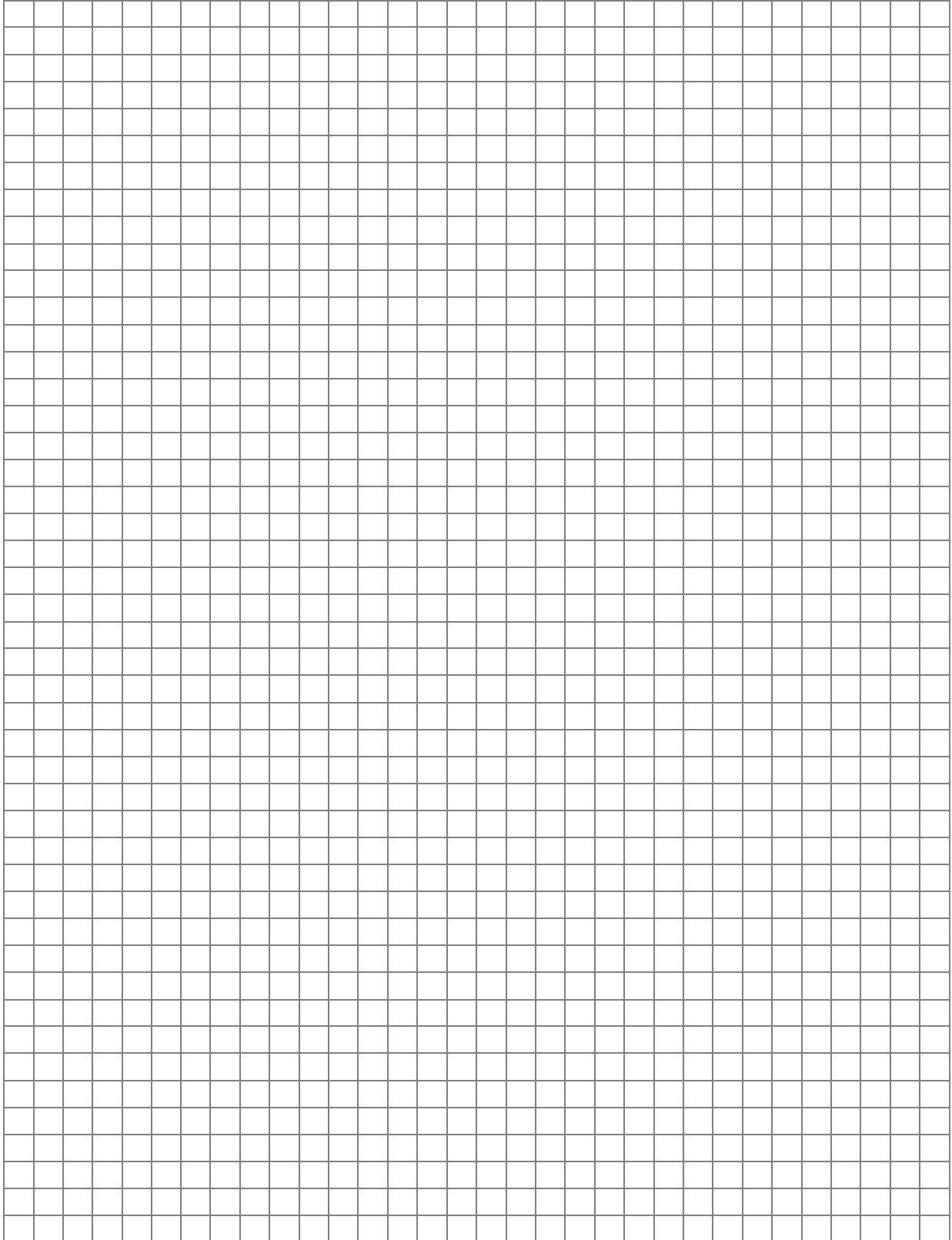
Zadanie 27. (2 pkt)

Dany jest trapez $ABCD$. Dłuższa podstawa AB ma długość m , pozostałe trzy boki trapezu są równej długości. Przedłużenia ramion trapezu AD i BC przecinają się w punkcie E pod kątem 2α . Oblicz obwód tego trapezu.



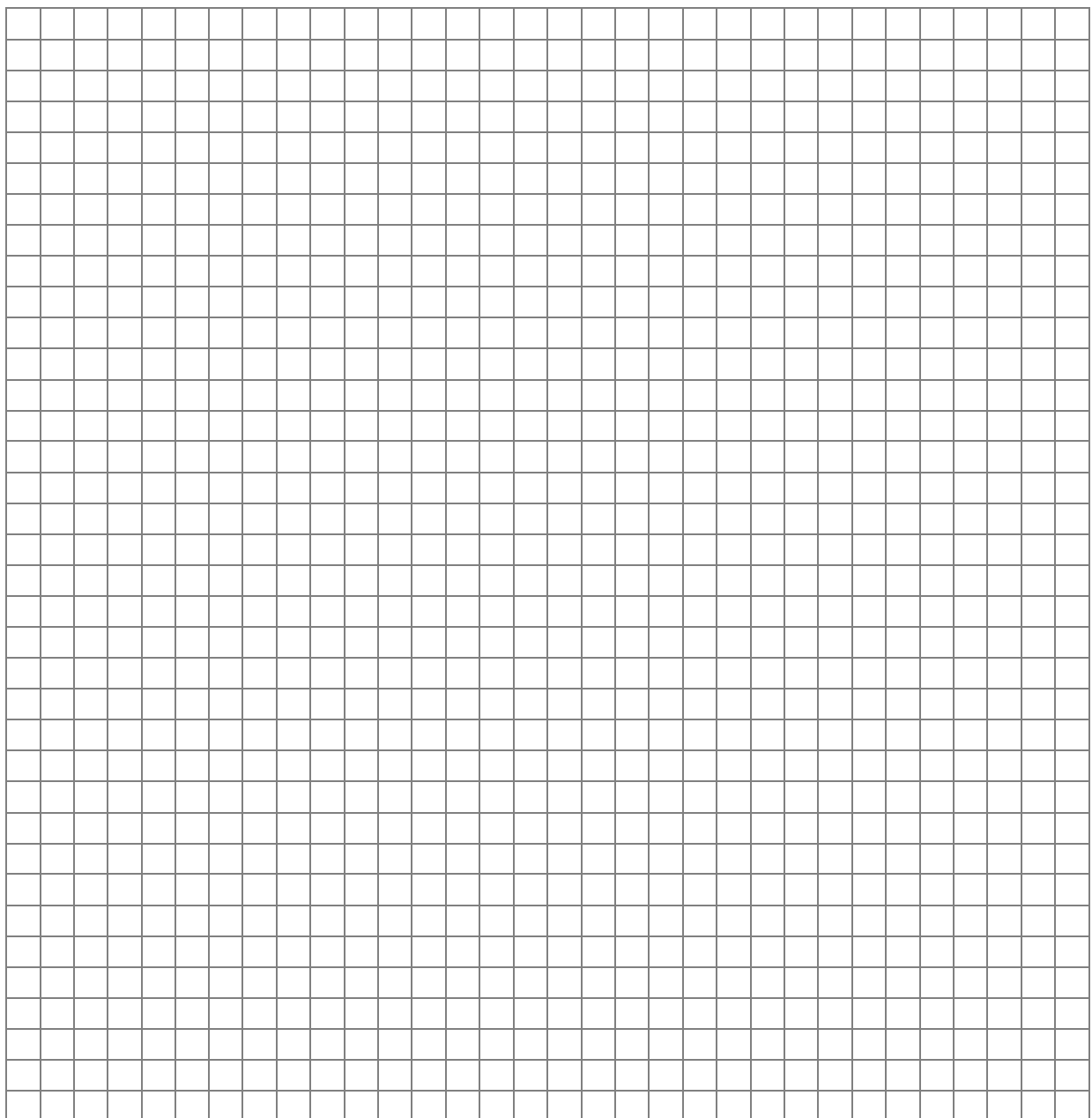
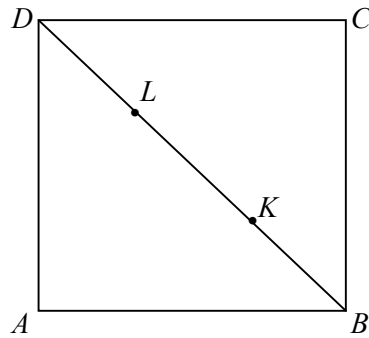
Zadanie 28. (2 pkt)

Przemek w czasie ferii zimowych podjął pracę w firmie „Ulotek-express”. Pierwszego dnia rozniósł 900 ulotek, każdego następnego dnia o 40 mniej niż poprzedniego. Za dostarczenie jednej ulotki firma płaci 5 groszy. Jaką kwotę zarobił Przemek w czasie 14 dni pracy?



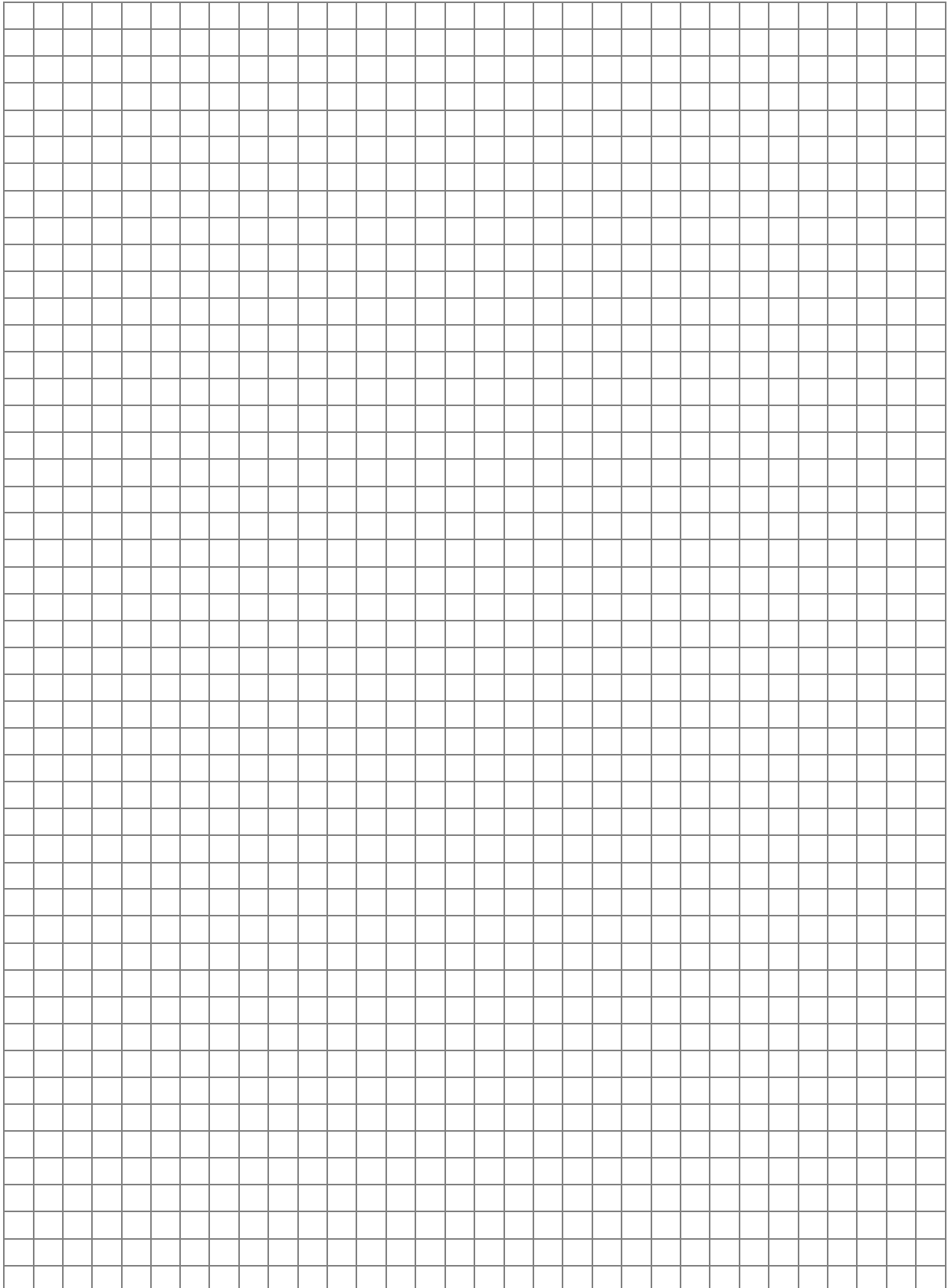
Zadanie 29. (2 pkt)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Na przekątnej BD obrano dwa różne punkty K i L , takie że $|BK| = |DL|$ (zobacz rysunek). Uzasadnij, że czworokąt $AKCL$ jest rombem.



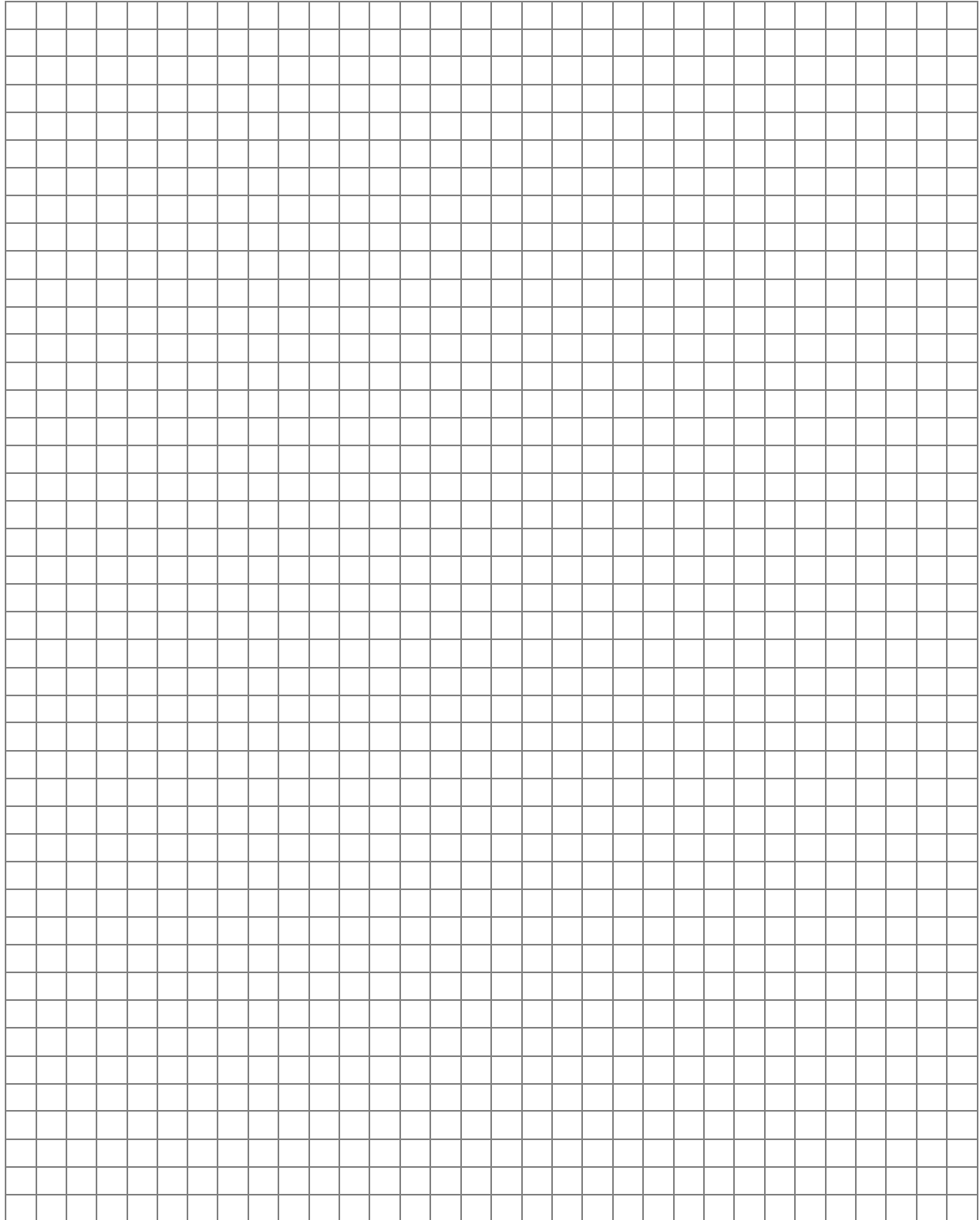
Zadanie 30. (2 pkt)

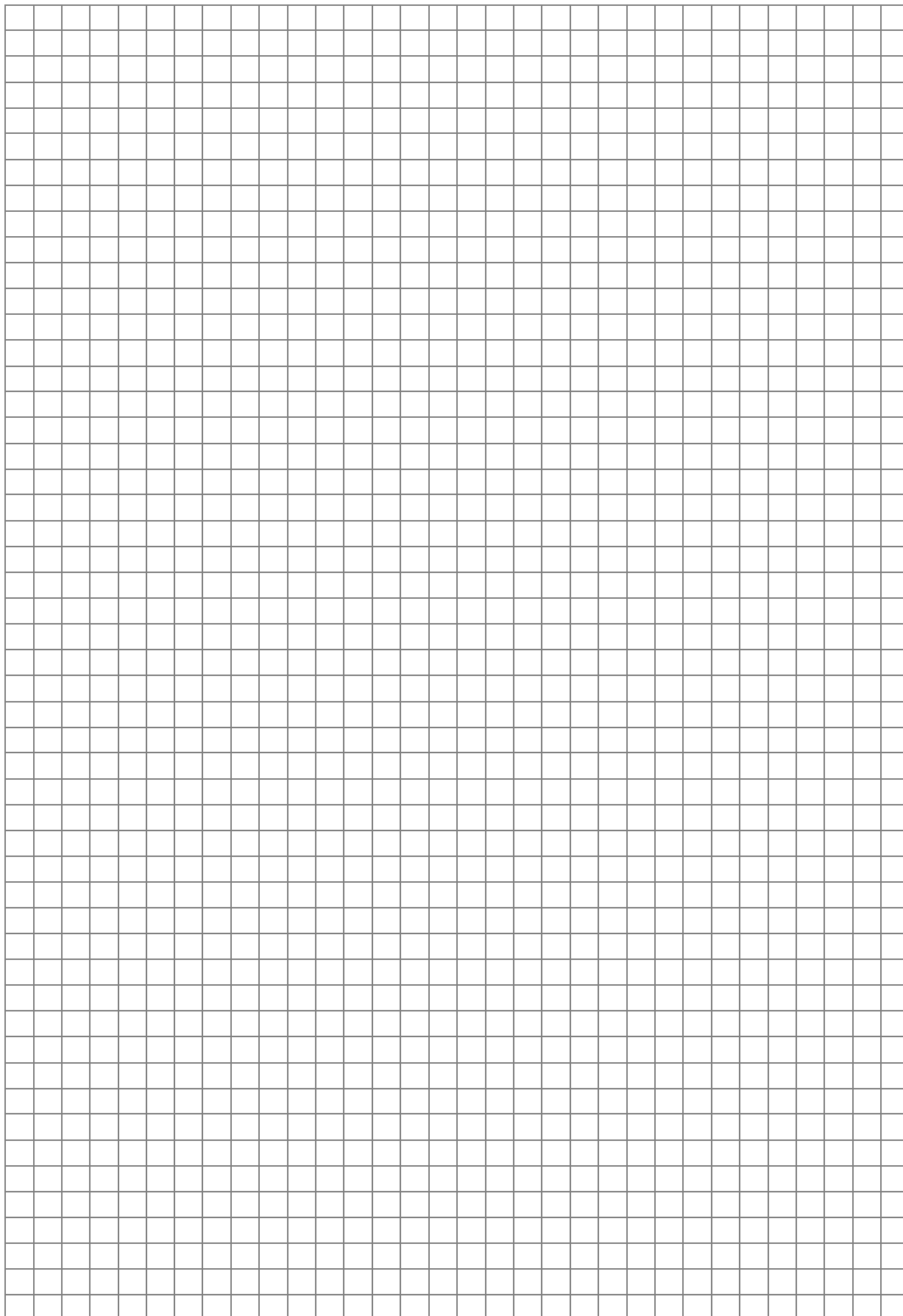
Dany jest romb $ABCD$ o boku długości 16 i polu powierzchni równym $128\sqrt{3}$. Oblicz długość dłuższej przekątnej tego rombu.



Zadanie 31. (4 pkt)

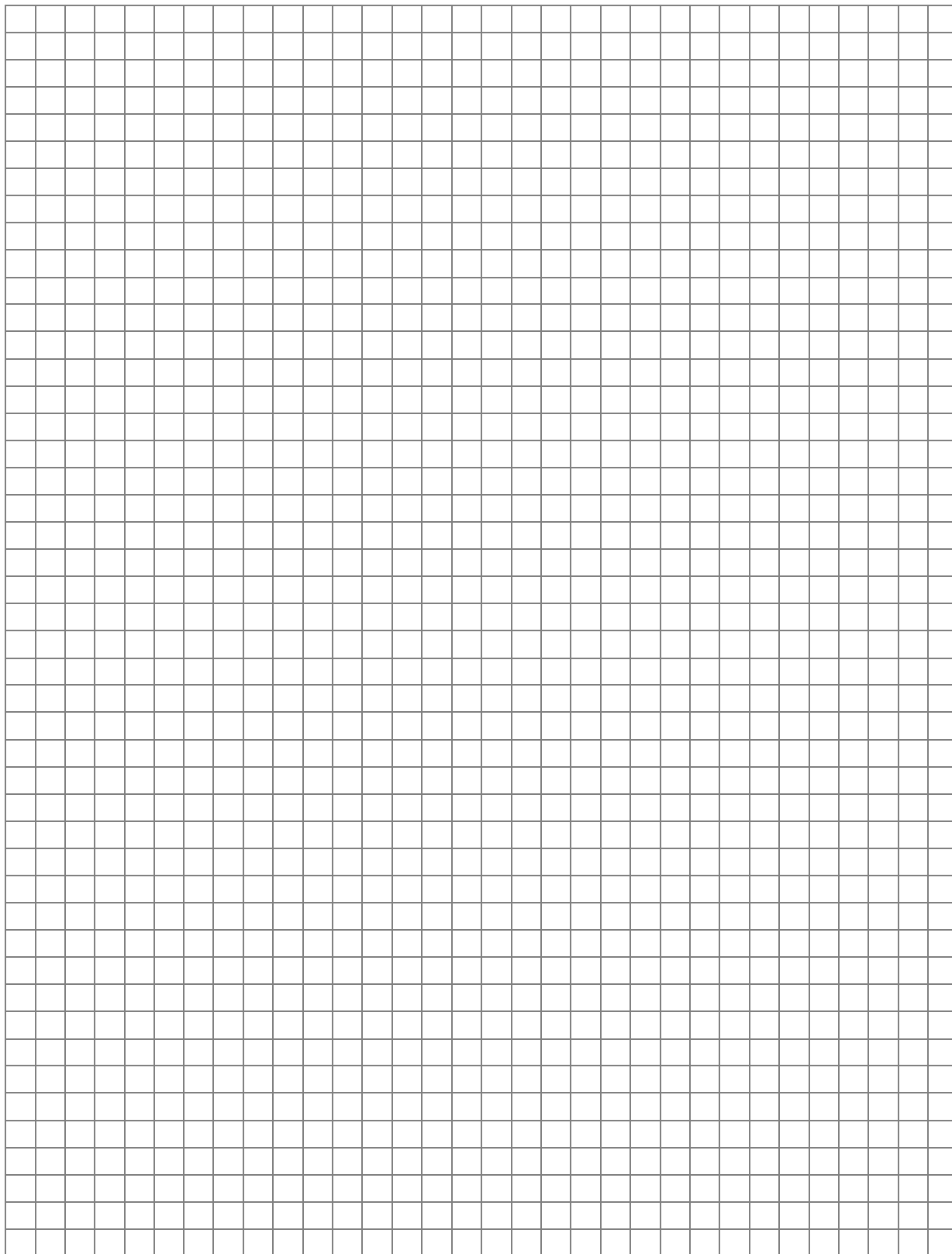
Julia i Dominika mają skarbonki. W skarbonce Julii znajduje się 1 banknot 50 zł, dwa banknoty 20 zł i 3 banknoty 10 zł, natomiast w skarbonce Dominiki znajdują się 2 banknoty 50 zł, 1 banknot 20 zł i 5 banknotów 10 zł. Każda z dziewcząt losuje ze swojej skarbonki jeden banknot. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość wylosowanych banknotów przekroczy 38 zł? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

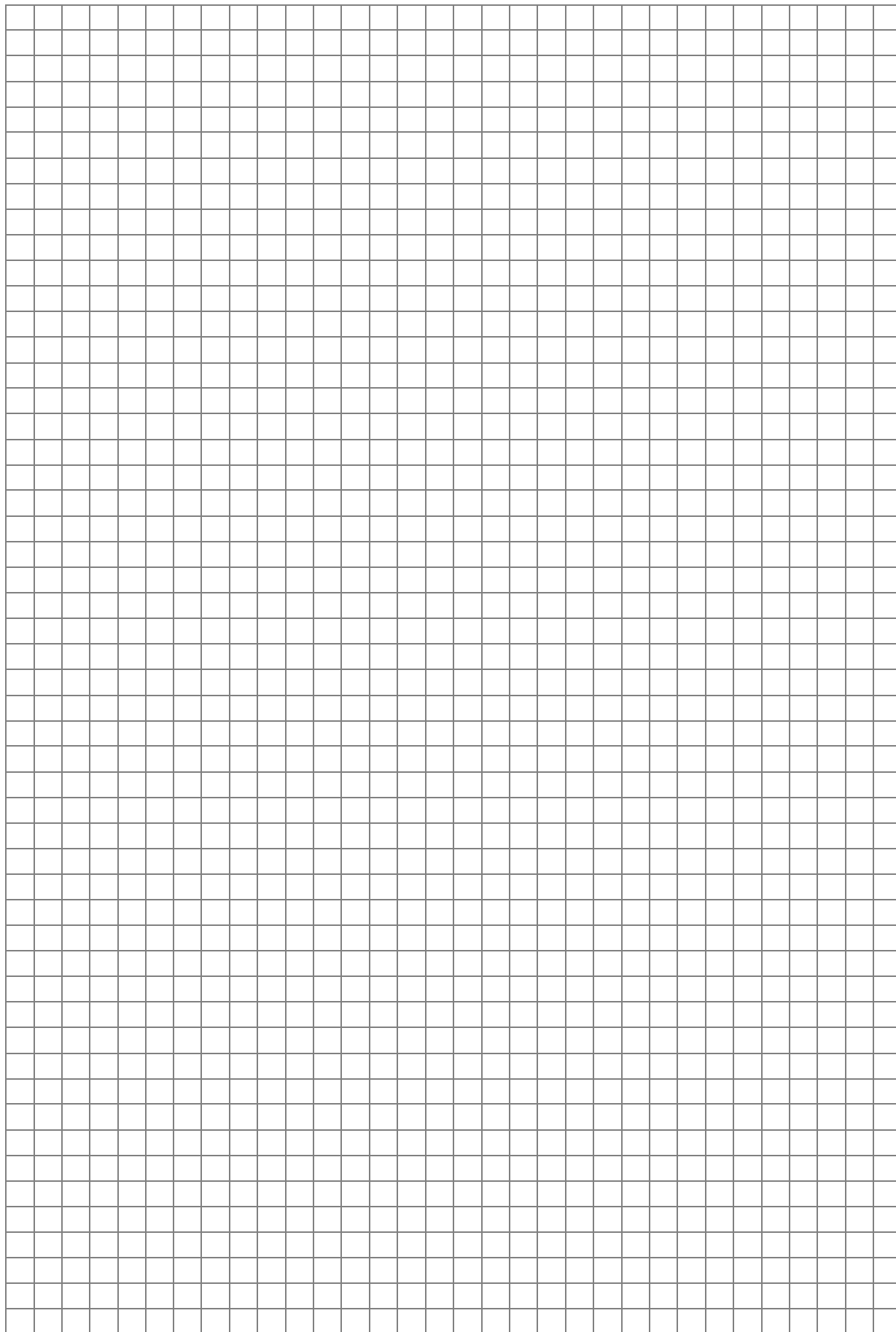




Zadanie 32. (5 pkt)

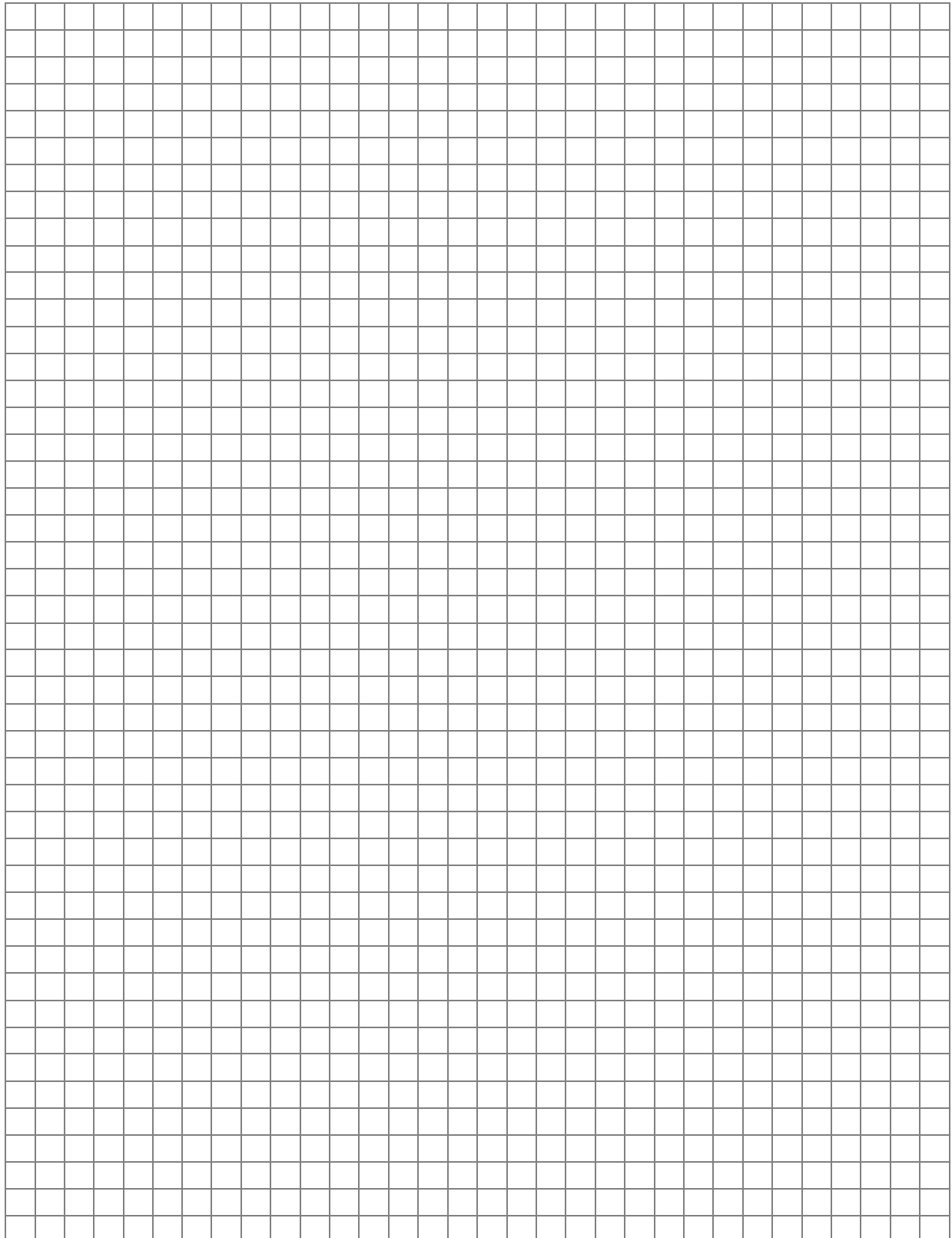
Punkty o współrzędnych $A = (-2, -8)$, $B = (2, 4)$, $C = (-2, 2)$ są wierzchołkami trapezu. Ramię trapezu AD jest prostopadłe do podstaw AB i CD . Oblicz współrzędne punktu D oraz pole powierzchni tego trapezu.

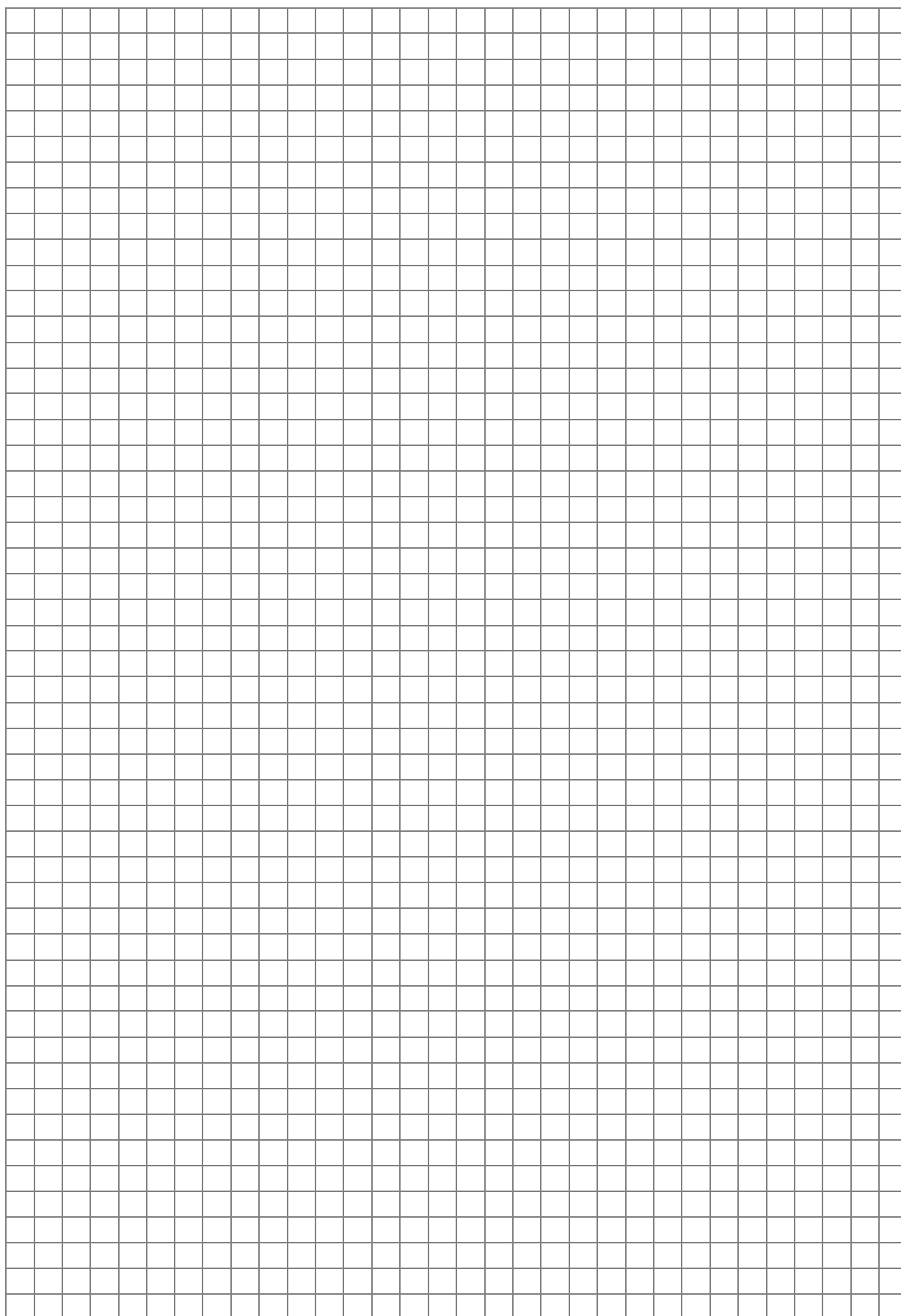




Zadanie 33. (5 pkt)

Szkoła zakupiła na raty serwer za kwotę 5400 zł. Będzie go spłacała w równych miesięcznych ratach. Gdyby okres spłaty skrócić o pół roku, wówczas kwota raty wzrosłaby o 75 zł. Jaka była miesięczna wysokość raty i przez jaki okres szkoła spłacała swoje zobowiązania finansowe?





Brudnopis

