

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

28 LUTEGO 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = (x + 2)^5 - (x + 1)^5$ zapisano w postaci $W(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Suma $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ jest równa

- A) 275 B) 0 C) 1 D) 211

ZADANIE 2 (1 PKT)

Pierwszy wyraz nieskończonego ciągu geometrycznego jest równy -1 , a suma wszystkich jego wyrazów jest równa ilorazowi tego ciągu. Drugi wyraz tego ciągu jest równy

- A) $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ B) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = x^4 + 4x - 1$

- A) ma więcej niż dwa minima lokalne.
 B) ma dokładnie dwa minima lokalne.
 C) ma dokładnie jedno minimum lokalne.
 D) nie ma minimum lokalnego.

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wskaż równanie okręgu opisanego na trójkącie ABC o wierzchołkach $A = (27, 22)$, $B = (25, 20)$, $C = (25, 22)$

- A) $x^2 - 52x + y^2 - 44y + 1159 = 0$
 B) $x^2 - 52x + y^2 - 42y + 1115 = 0$
 C) $x^2 - 50x + y^2 - 42y + 1065 = 0$
 D) $x^2 - 50x + y^2 - 44y + 1065 = 0$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\cos^4 15^\circ + \sin^4 15^\circ$ jest równa

- A) 1 B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$

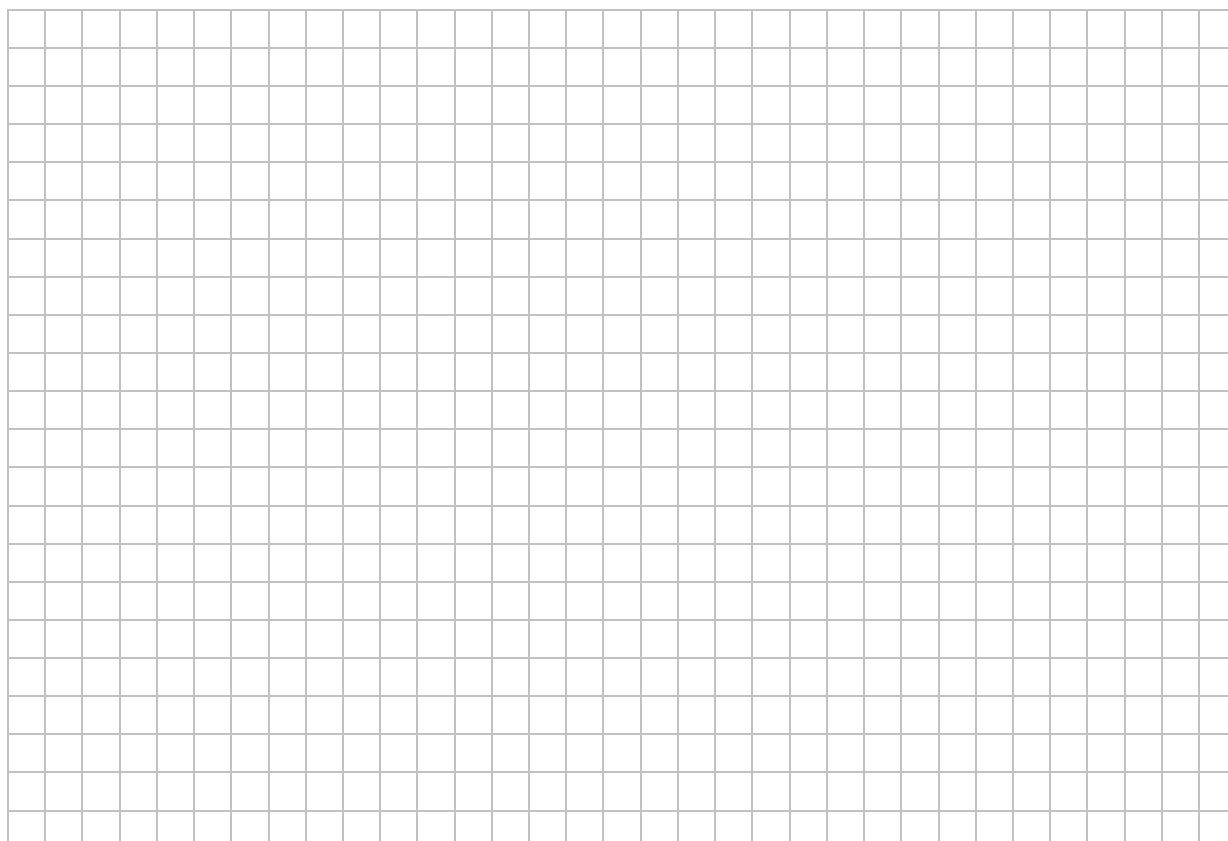
ZADANIE 6 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $3 \cdot |51 - x| - 2 \cdot |x - 81| = 0$.



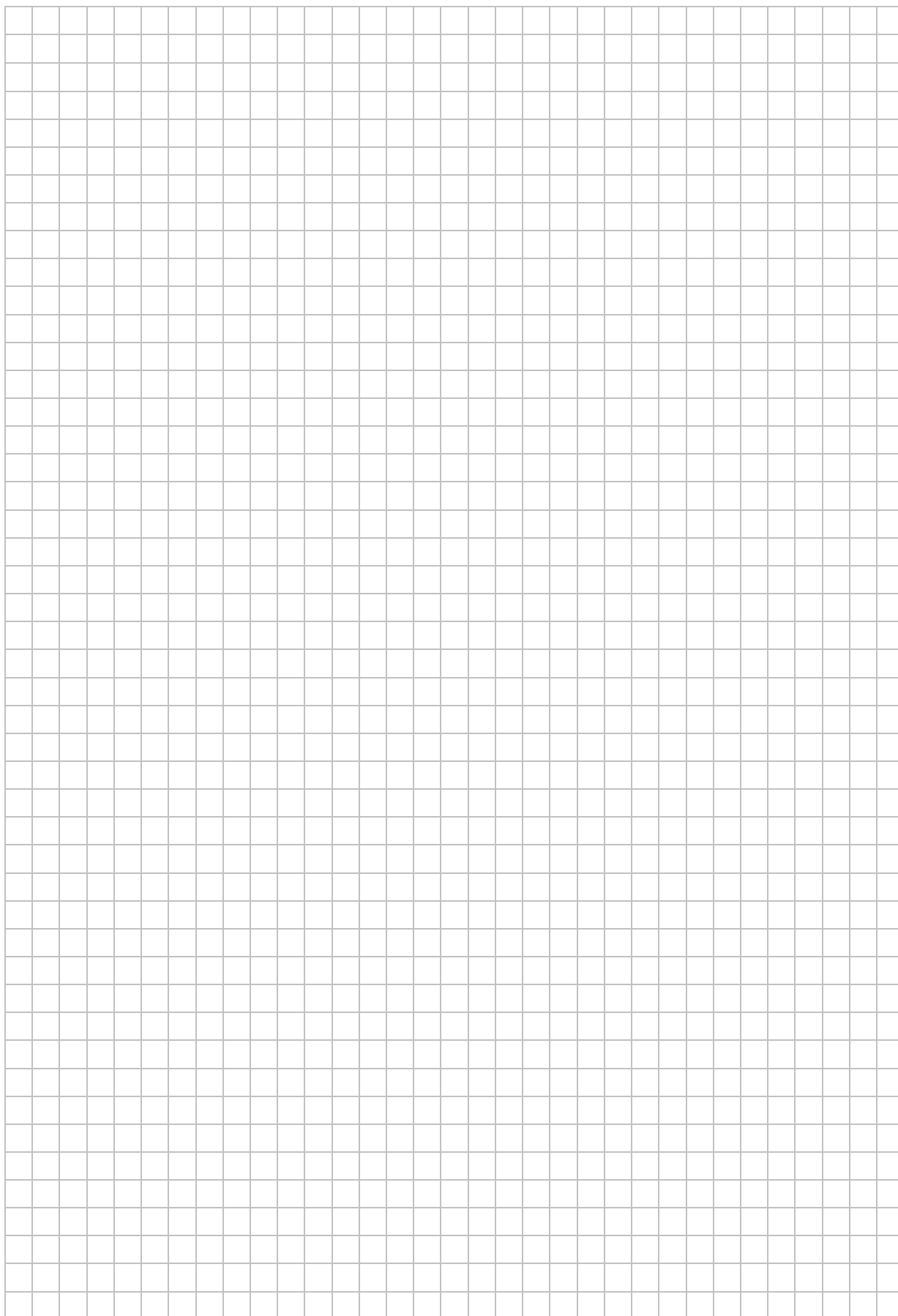
ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz $\frac{1}{\log_2 \sqrt[3]{6}} + \frac{1}{\log_3 \sqrt{6}} + \frac{1}{\log_3 6}$.



ZADANIE 8 (2 PKT)

Wyznacz punkty wspólne wykresów $y = f(x)$ i $y = f'(x)$ jeżeli $f(x) = \frac{5x+55}{x+7}$.



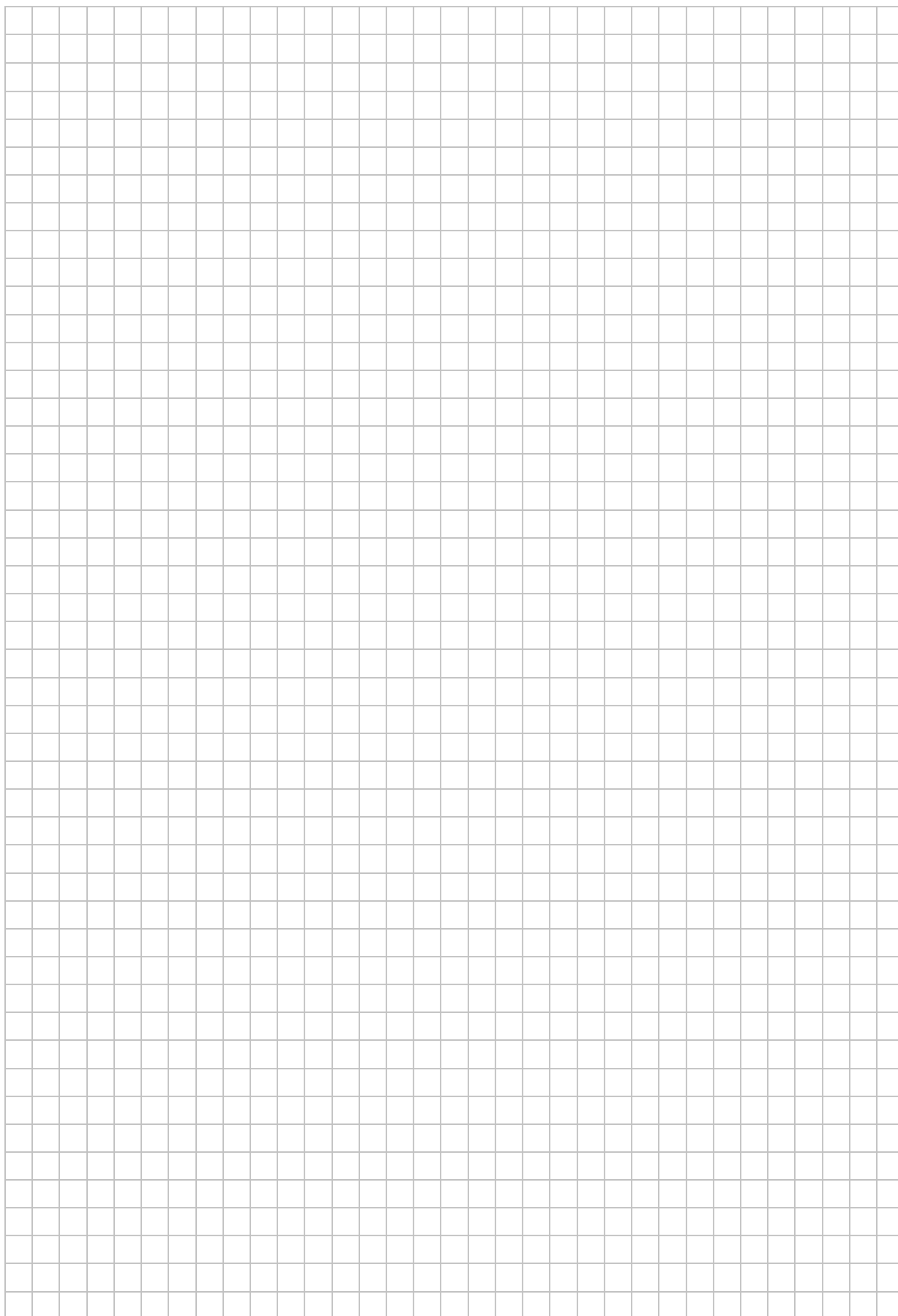
ZADANIE 9 (2 PKT)

Prosta k przechodząca przez punkt przecięcia przekątnych trapezu $ABCD$ przecina jego podstawy AB i CD odpowiednio w punktach E i F . Wykaż, że $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|CF|}{|FD|}$.



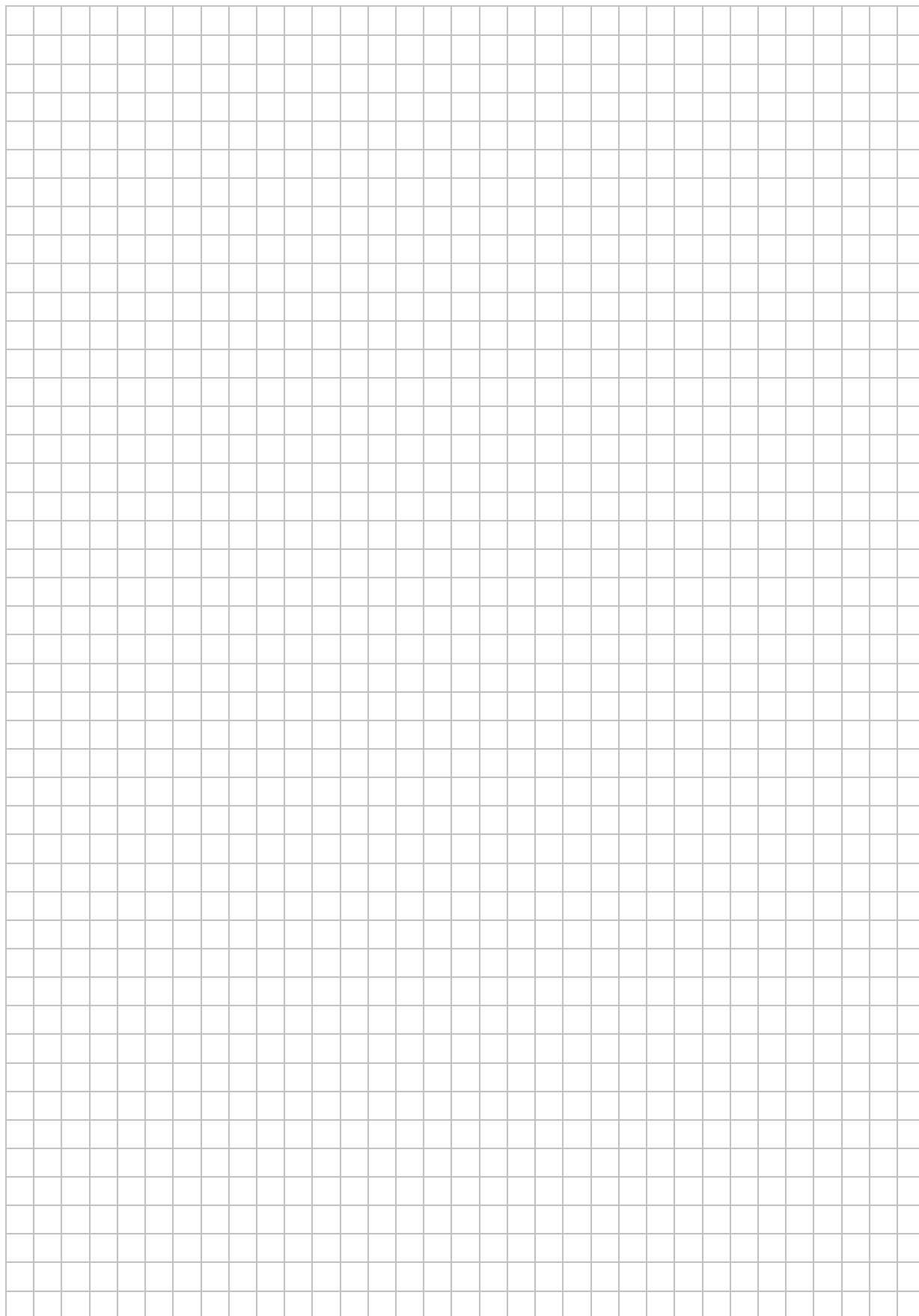
ZADANIE 10 (3 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 8x - 20}{x^6 - 64}$.



ZADANIE 11 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których okrąg o równaniu $(x - m)^2 + (y - m)^2 = m^2$ jest styczny do prostej $y = -x + 3$.



ZADANIE 12 (3 PKT)

Sinus kąta jaki tworzą przekątne prostokąta o polu 60 jest równy $\frac{15}{17}$. Oblicz obwód tego prostokąta.

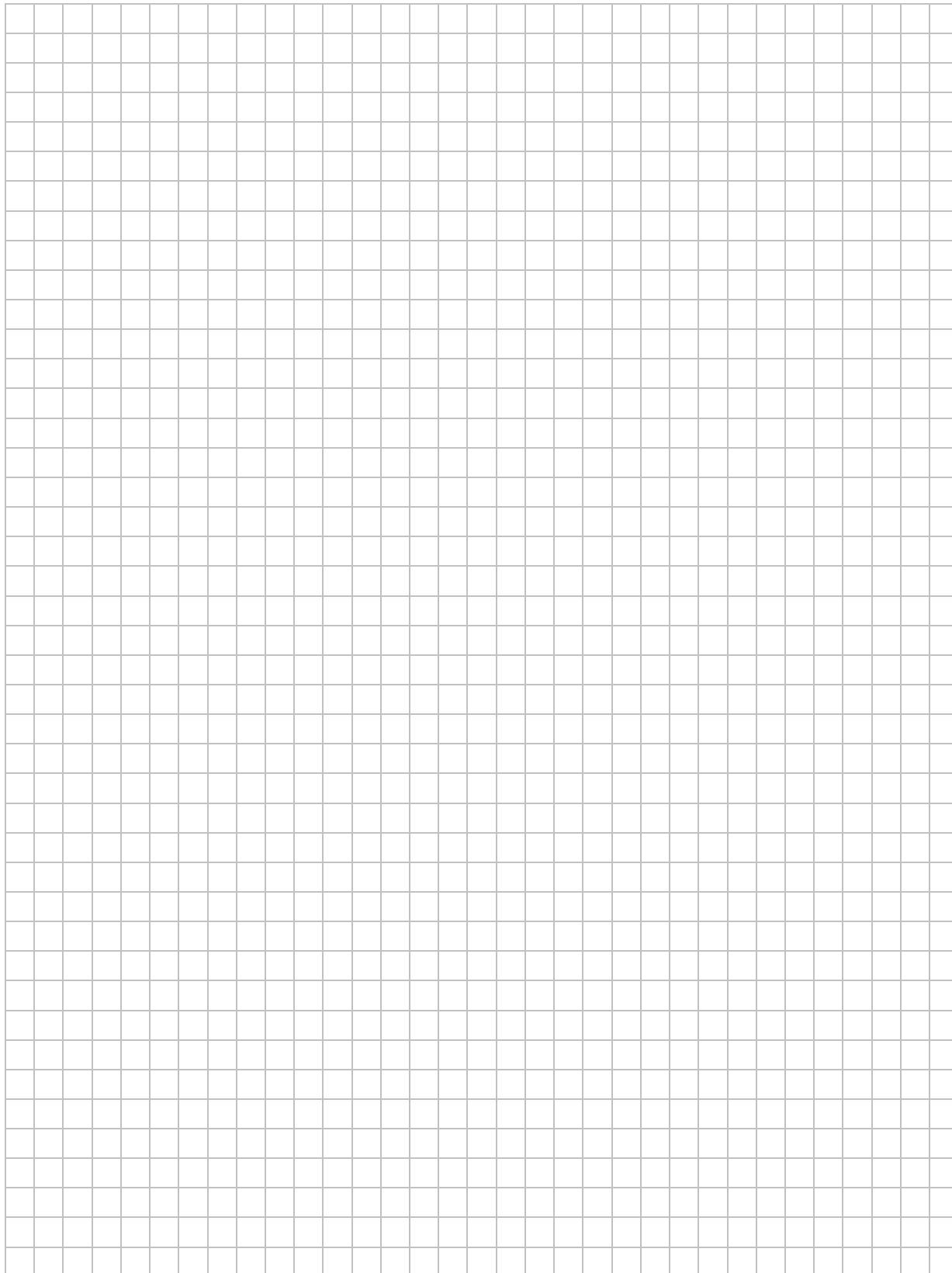


ZADANIE 13 (3 PKT)

Oblicz miarę kąta ostrego pod jakim przecinają się styczne do wykresu funkcji

$$y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

poprowadzone w punktach o pierwszych współrzędnych równych $x = -1$ i $x = 2$.



ZADANIE 14 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\frac{1}{\sin 3x} = \frac{1}{\sin 5x}$ w przedziale $\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$.

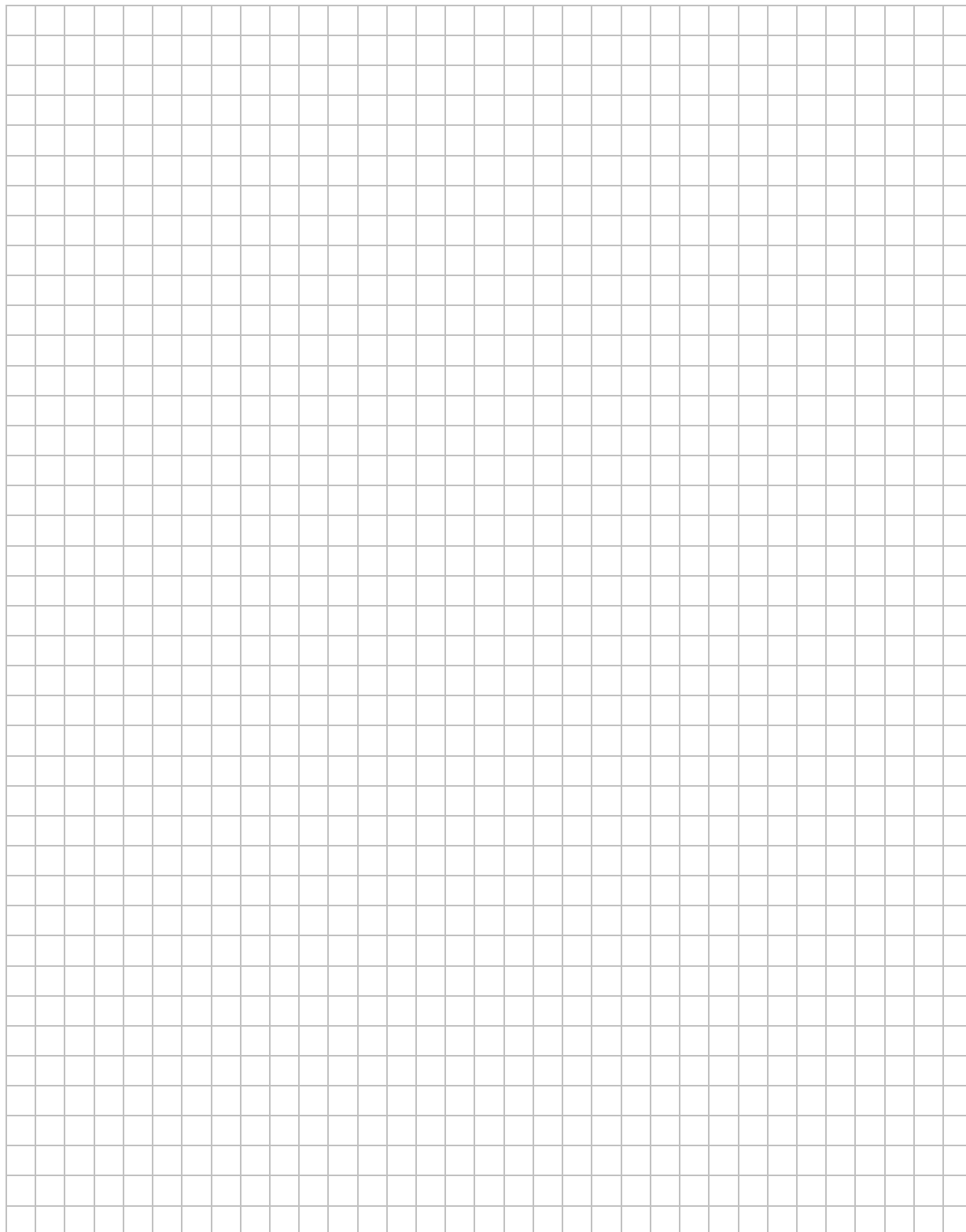


ZADANIE 15 (3 PKT)

Ciąg (a_n) , gdzie $n \in \mathbb{N}_+$, określony jest następująco:

$$\begin{cases} a_1 = 64 \\ 4a_{n+1} = a_n \quad \text{dla } n \geq 1. \end{cases}$$

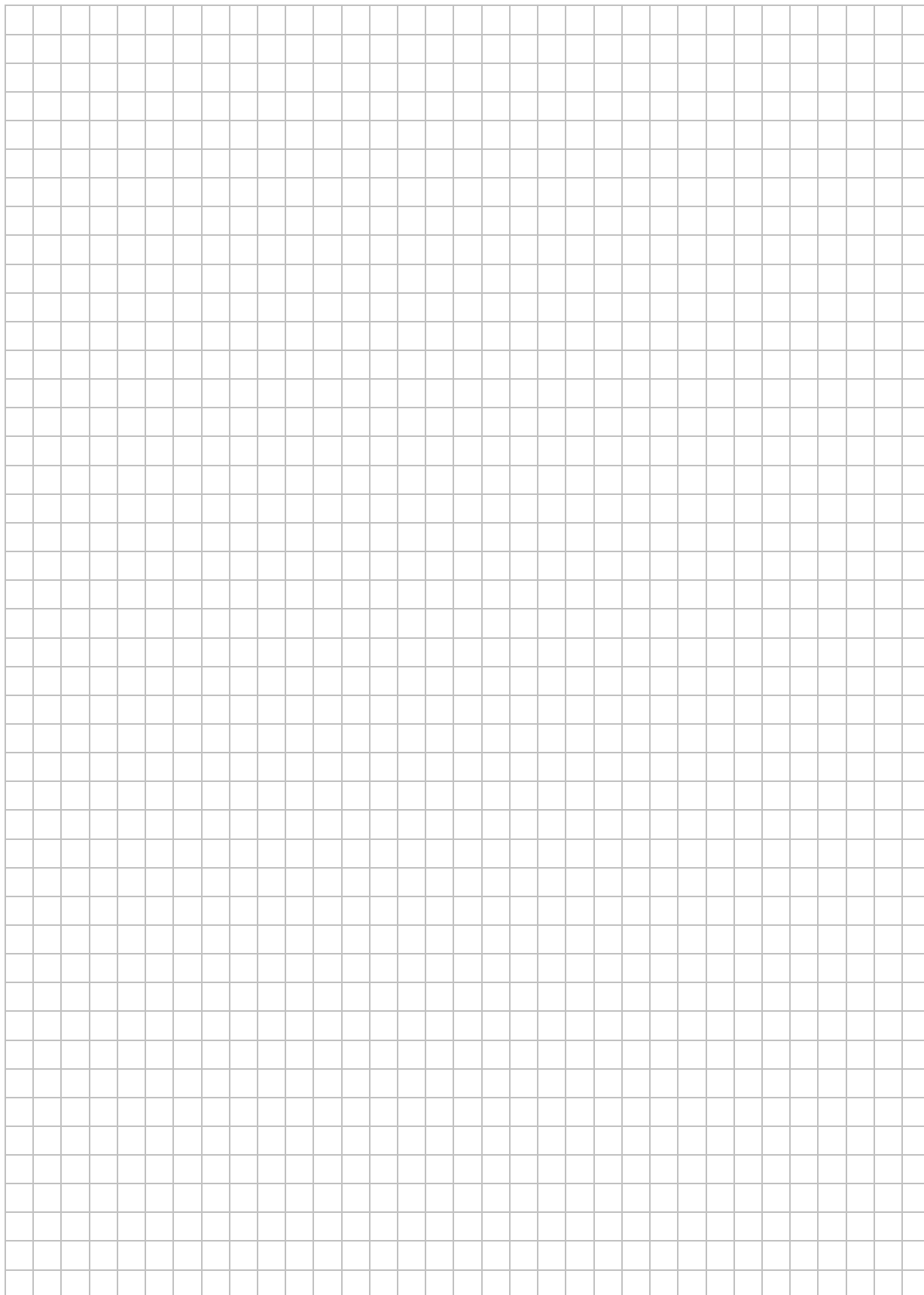
Wyznacz wszystkie wartości k , dla których suma k początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa $\frac{1365}{16}$.



ZADANIE 16 (4 PKT)

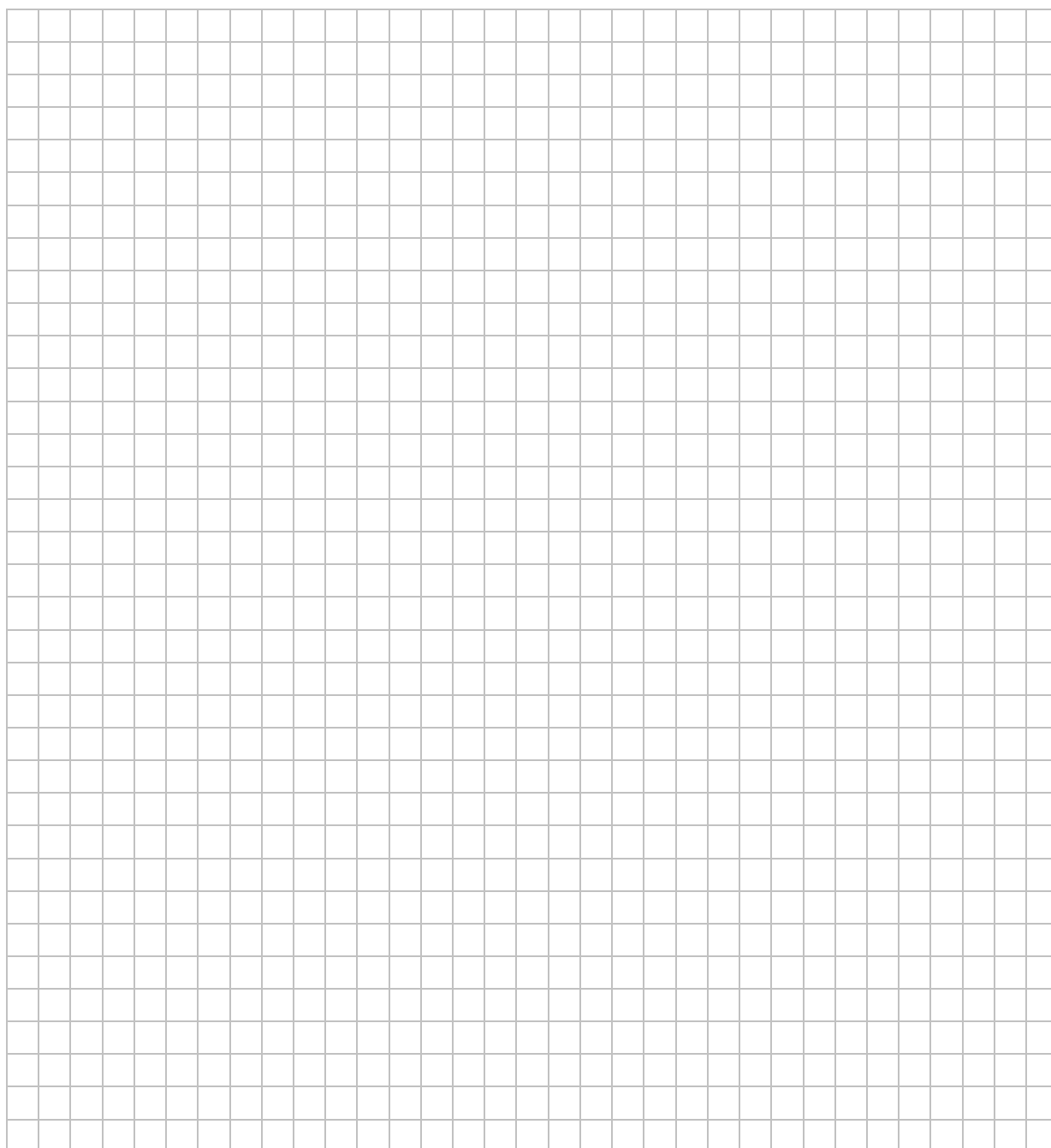
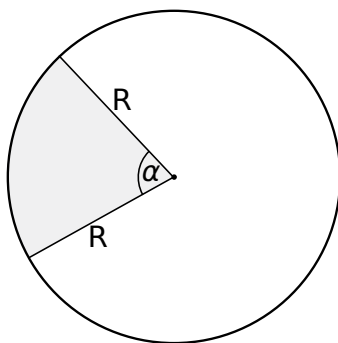
Wykaż, że jeżeli $\alpha \leq \beta \leq \gamma$ są kątami wewnętrznymi trójkąta rozwartokątnego, to

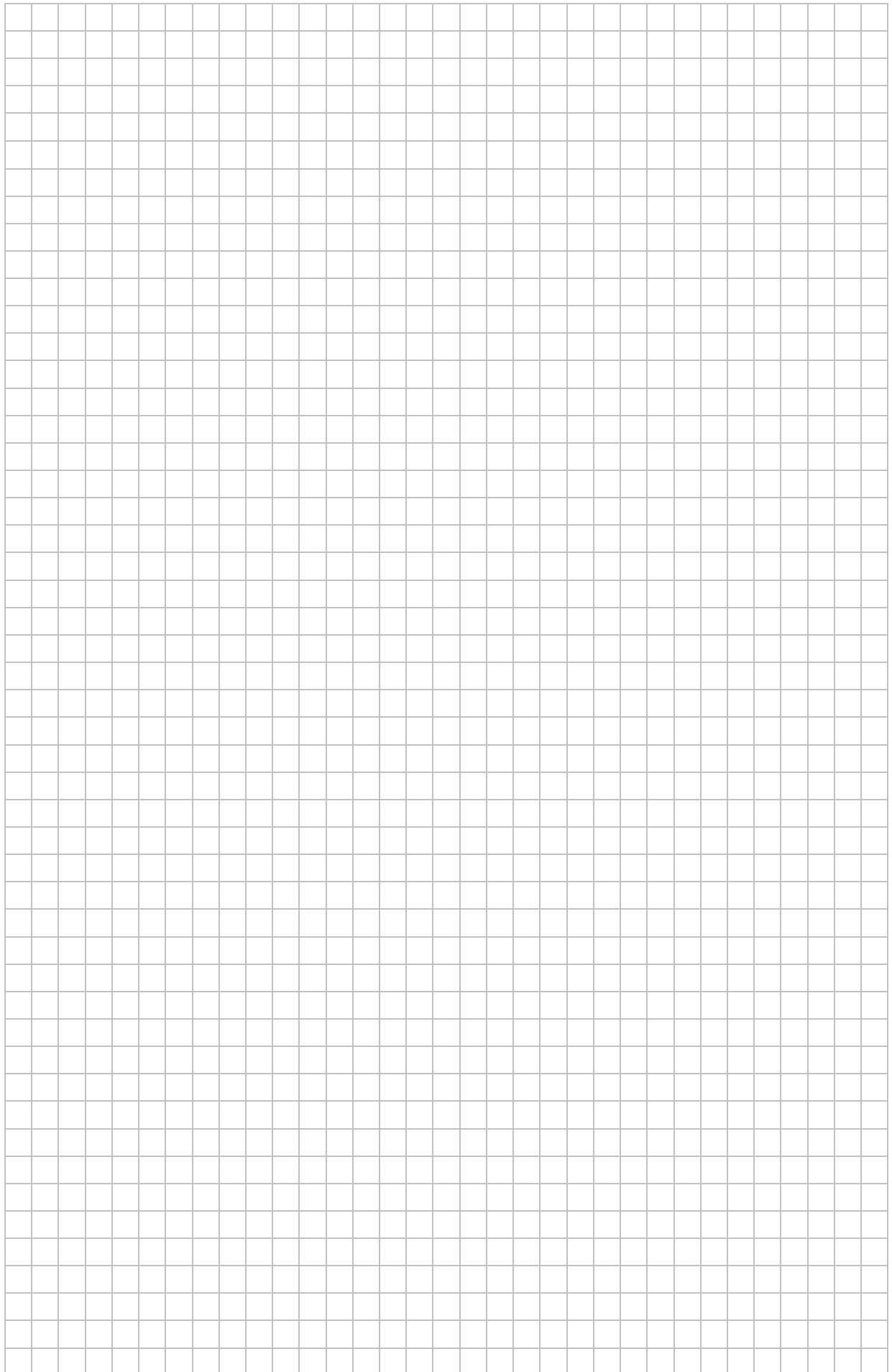
$$\sin^2 \alpha < \sin^2 \gamma - \sin^2 \beta.$$



ZADANIE 17 (7 PKT)

Z papierowego koła o promieniu R wycięto wycinek kołowy, który jest powierzchnią boczną stożka o maksymalnej objętości. Jaka była miara kąta środkowego α wyciętego wycinka? Wynik podaj w radianach.





ZADANIE 18 (7 PKT)

Do windy na parterze budynku wsiadło 8 osób, po czym każda z nich w sposób losowy wysiadła na jednym z pięciu pięter budynku. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na jednym z pięter wysiadło co najmniej 6 osób?

