

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

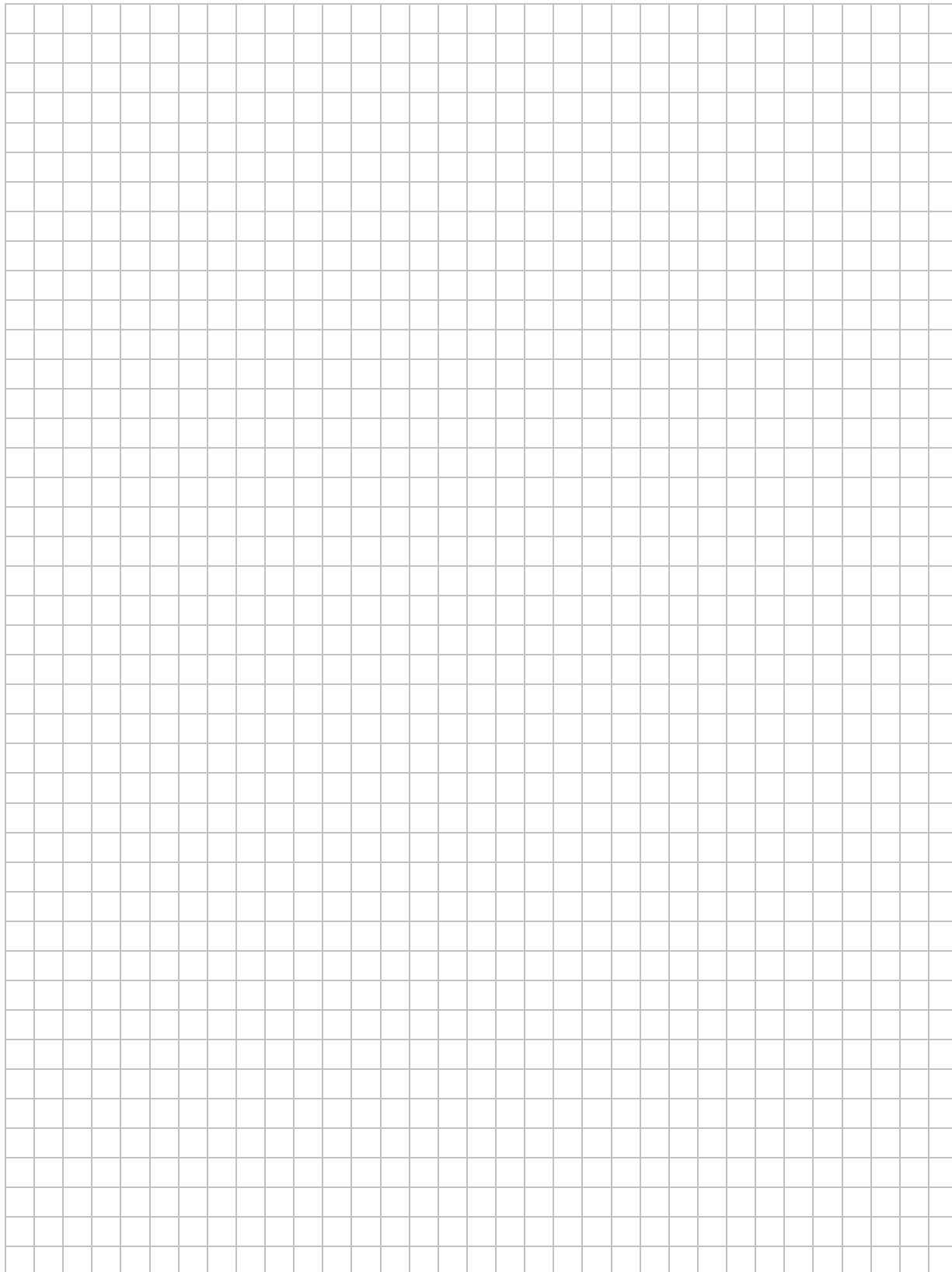
18 KWIETNIA 2009

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (5 PKT.)

W trójkącie  $ABC$  proste zawierające dwusieczne kątów poprowadzonych z wierzchołków  $A$  i  $B$  przecinają się pod kątem  $45^\circ$ . Wiedząc, że  $AC = 2$  i  $BC = 6$ , oblicz

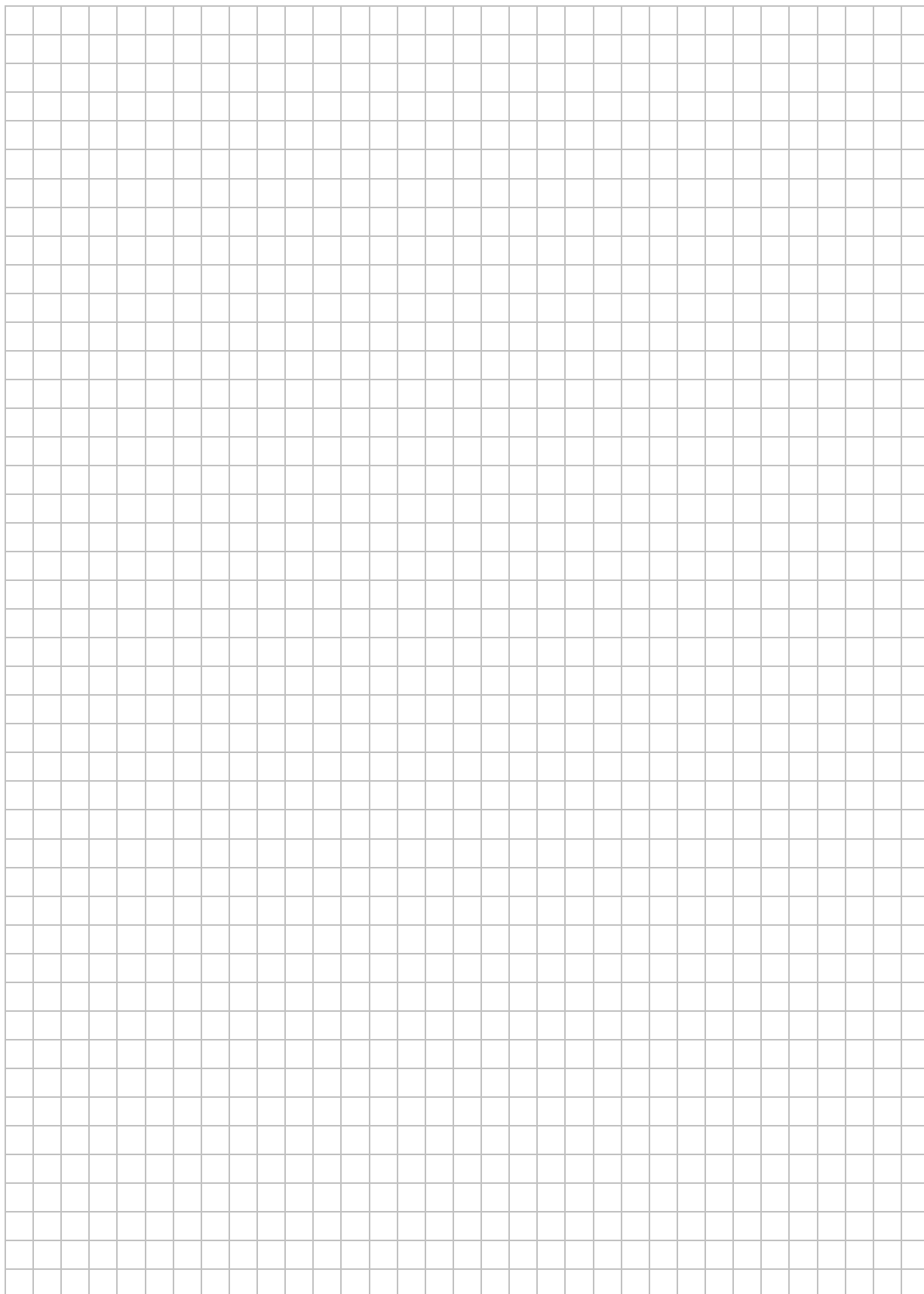
- a) długość boku  $AB$  trójkąta  $ABC$ ;
- b) długość środkowej trójkąta  $ABC$  poprowadzonej z wierzchołka  $C$ .



ZADANIE 2 (4 PKT.)

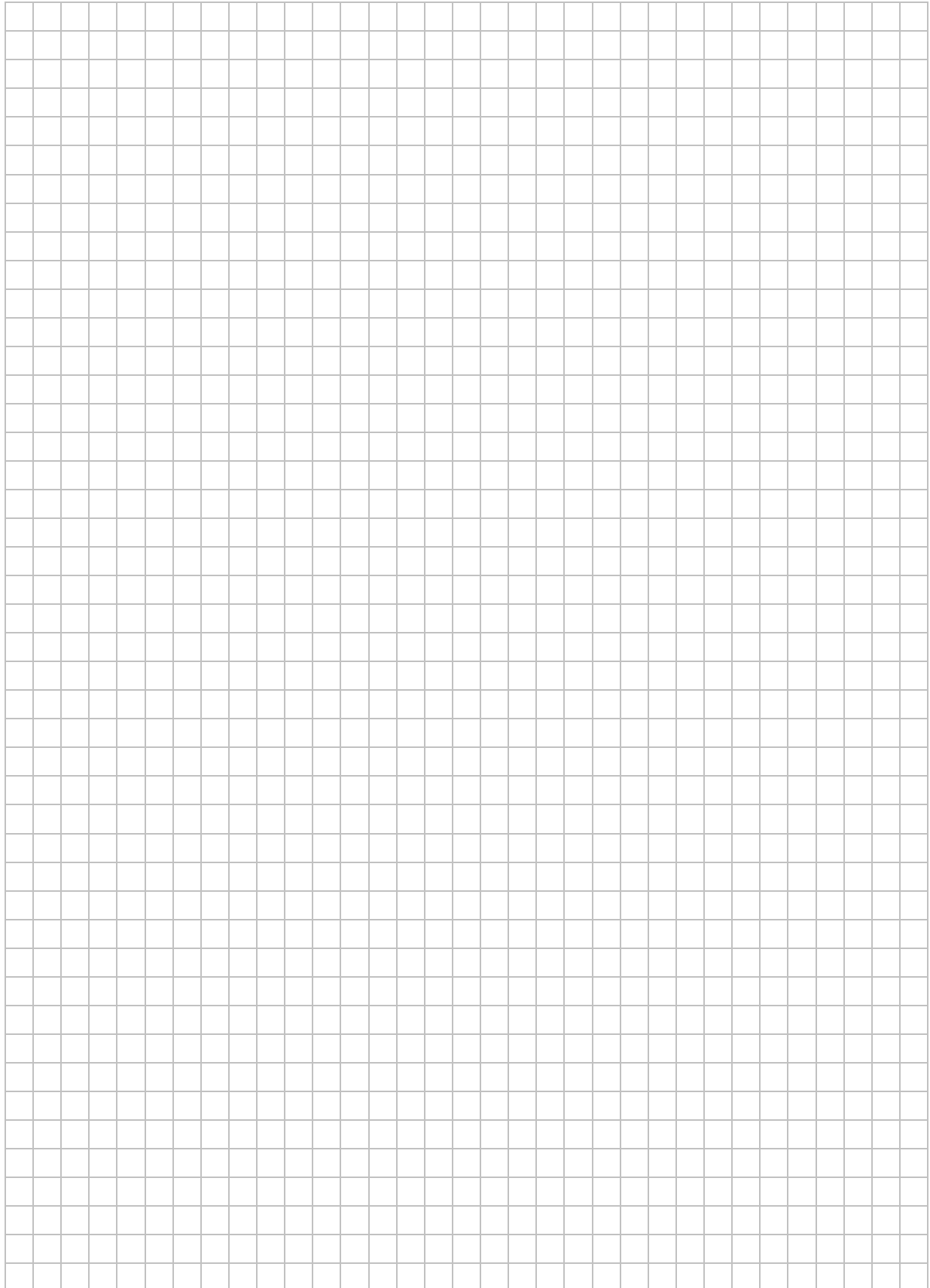
Wykaż, że jeżeli  $a > 1$  to prawdziwa jest nierówność

$$\sqrt{a^{50} - 1} + \sqrt{a^{50} + 1} < 2a^{25}.$$



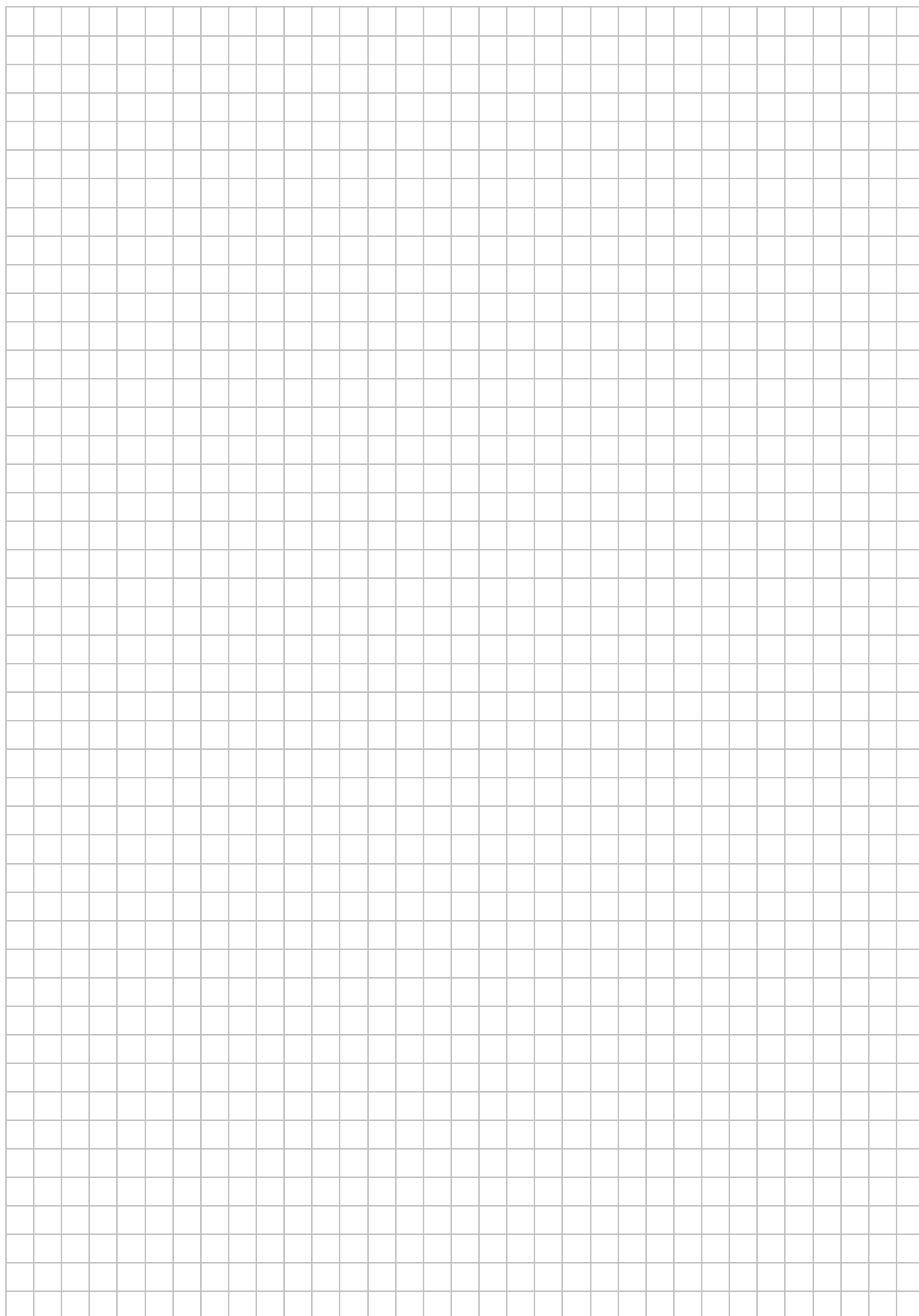
ZADANIE 3 (5 PKT.)

Ania przeczytała książkę science-fiction, która miała 572 strony. Ania każdego dnia czytała o taką samą liczbę stron więcej, niż w dniu poprzednim. Ile dni Ania czytała tę książkę, jeżeli wiadomo, że w trzecim dniu Ania przeczytała 28 stron, a w ostatnim 68?



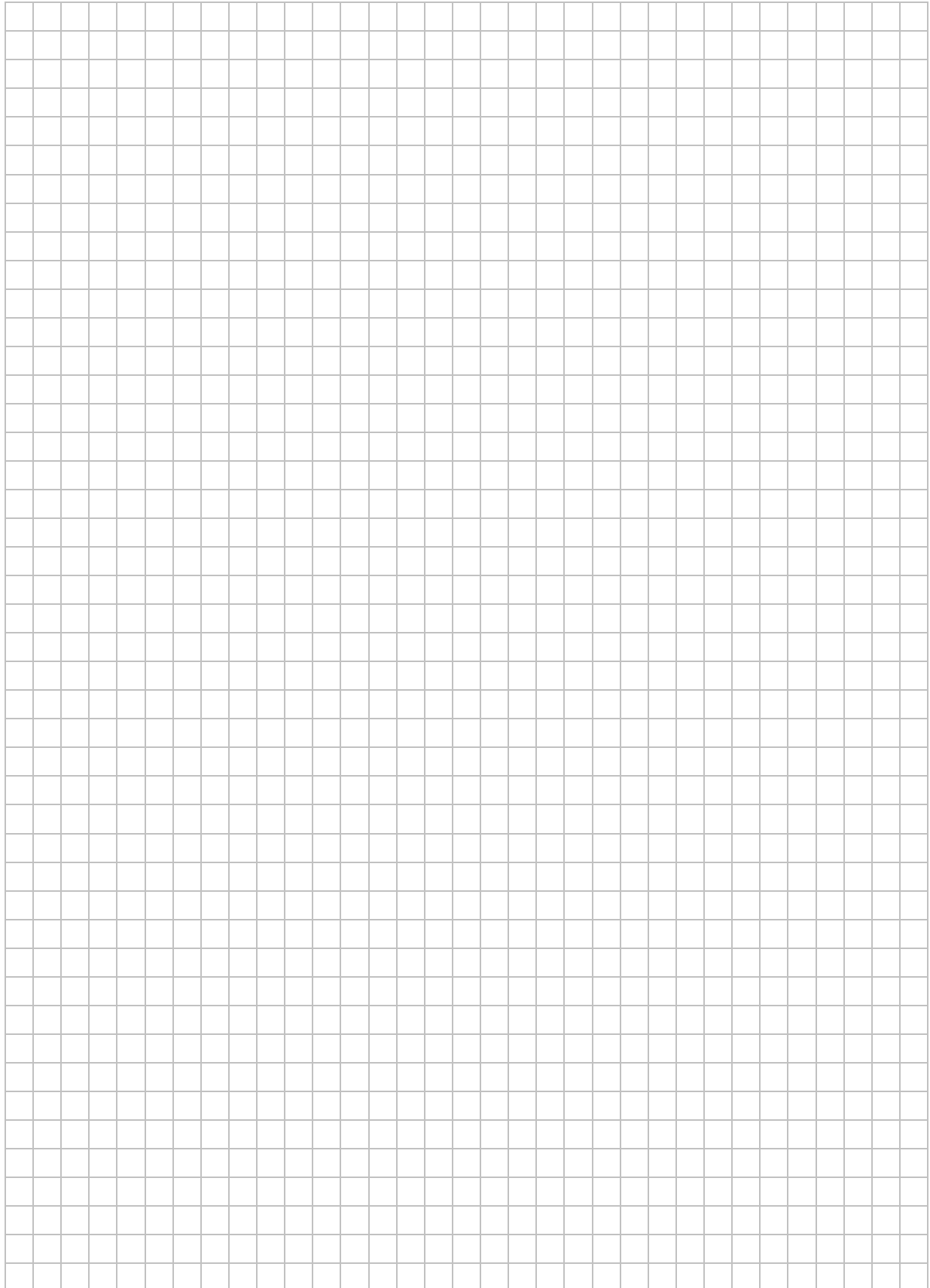
ZADANIE 4 (4 PKT.)

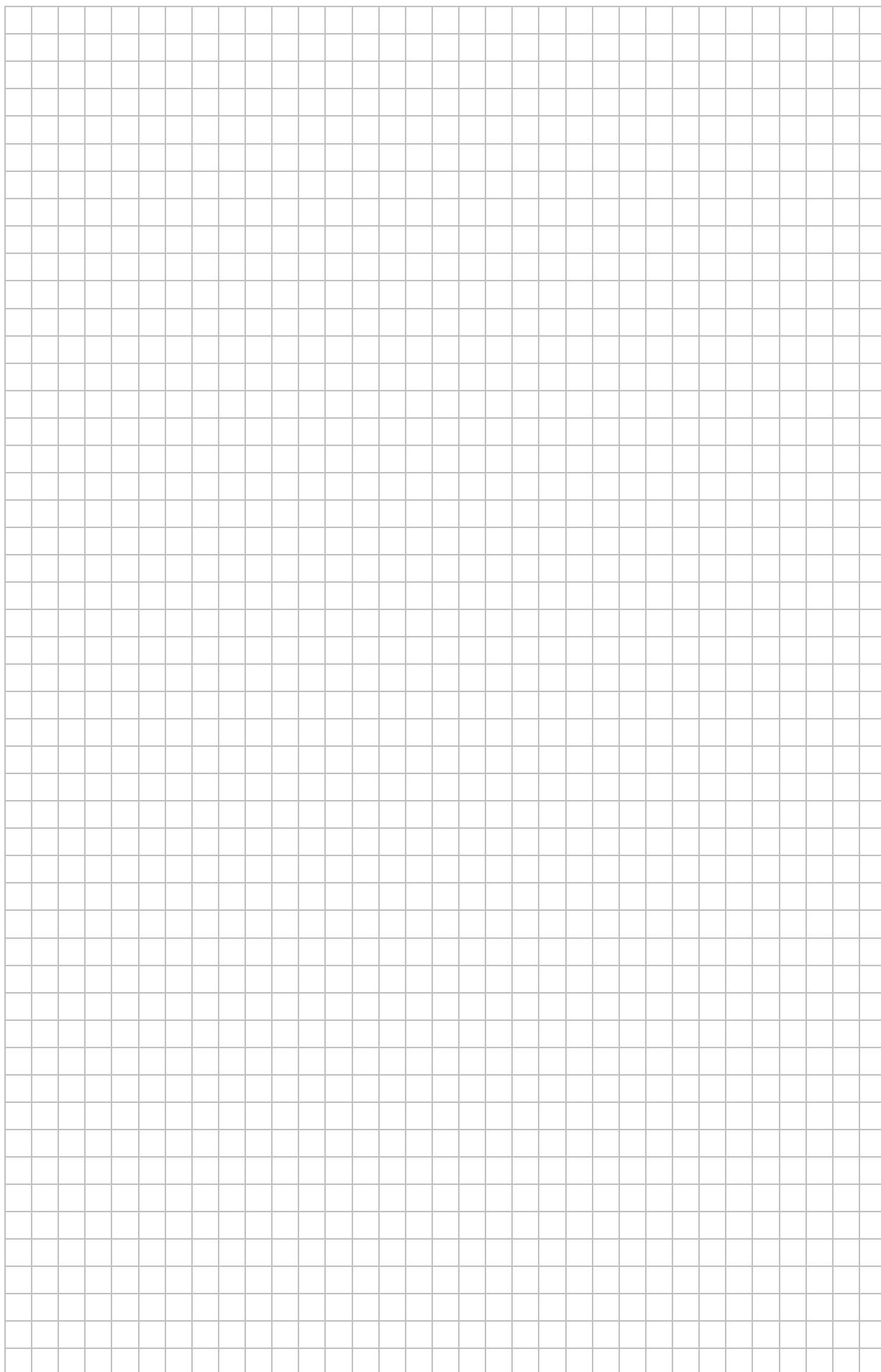
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $p$ , dla których nierówność  $|x + 3| + |x - 2| \leq p$  nie ma rozwiązań.



ZADANIE 5 (4 PKT.)

Podstawa trójkąta równoramiennego zawiera się w prostej  $y = -x - 5$ , a jedno z jego ramion w prostej  $y = 3x - 5$ . Wyznacz równanie drugiego ramienia tego trójkąta, jeżeli jednym z jego wierzchołków jest punkt o współrzędnych  $(2, 1)$ .

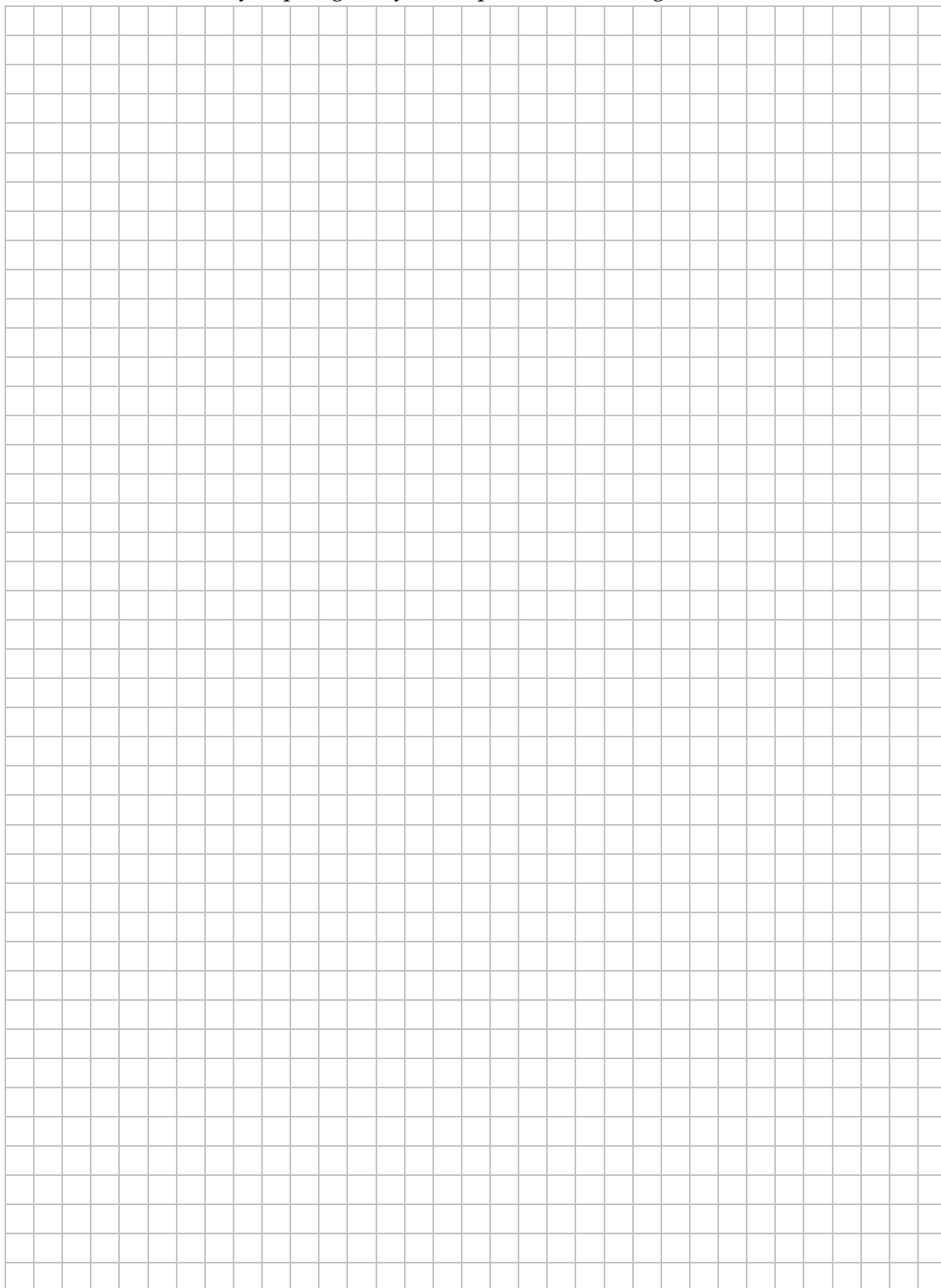




ZADANIE 6 (6 PKT.)

Rozważmy równanie  $9x^4 + \sqrt{2} - 5x^2 - 1 = 0$ .

- a) Uzasadnij, że równanie to ma 4 pierwiastki.
- b) Oblicz sumę szóstych potęg wszystkich pierwiastków tego równania.

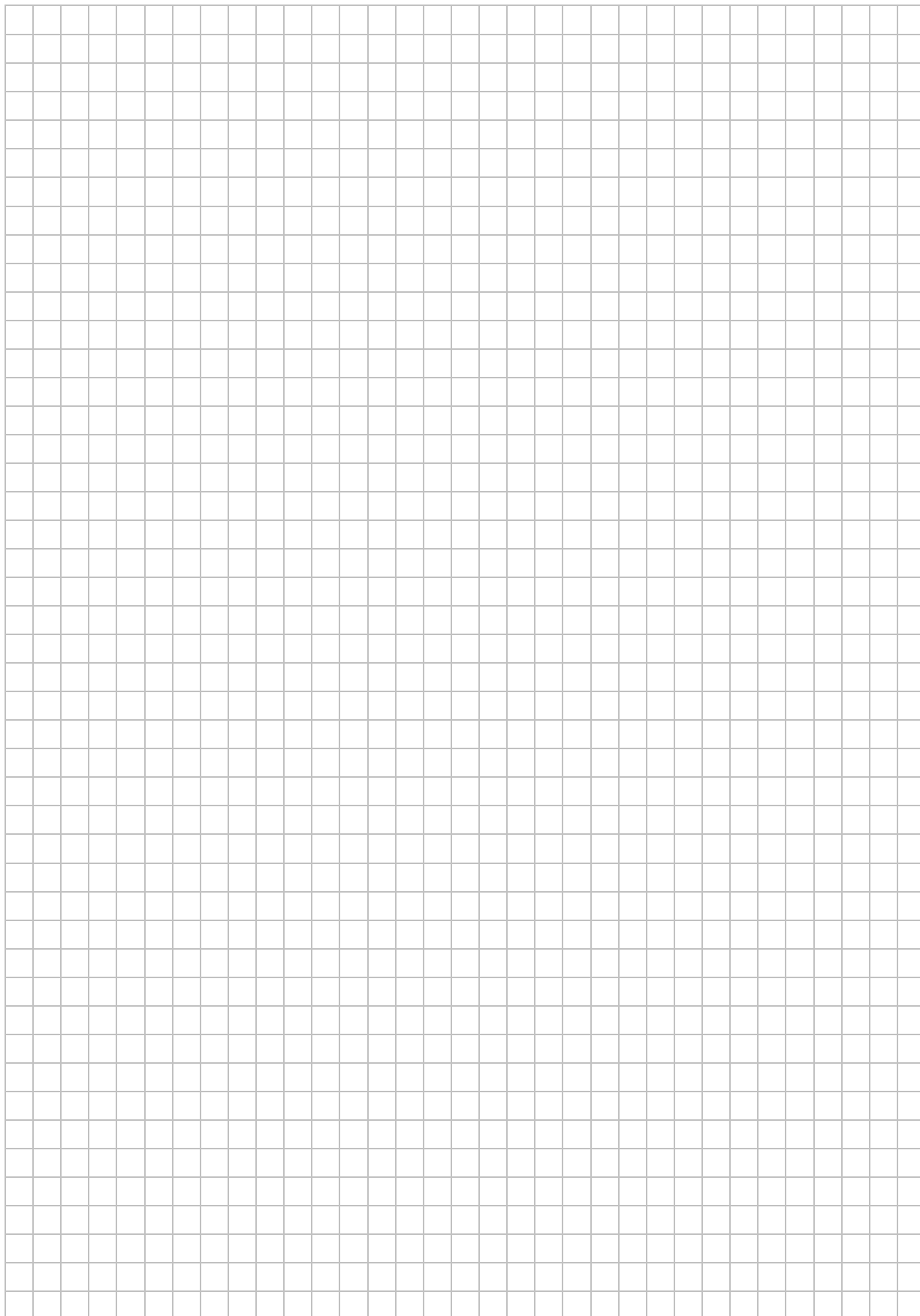






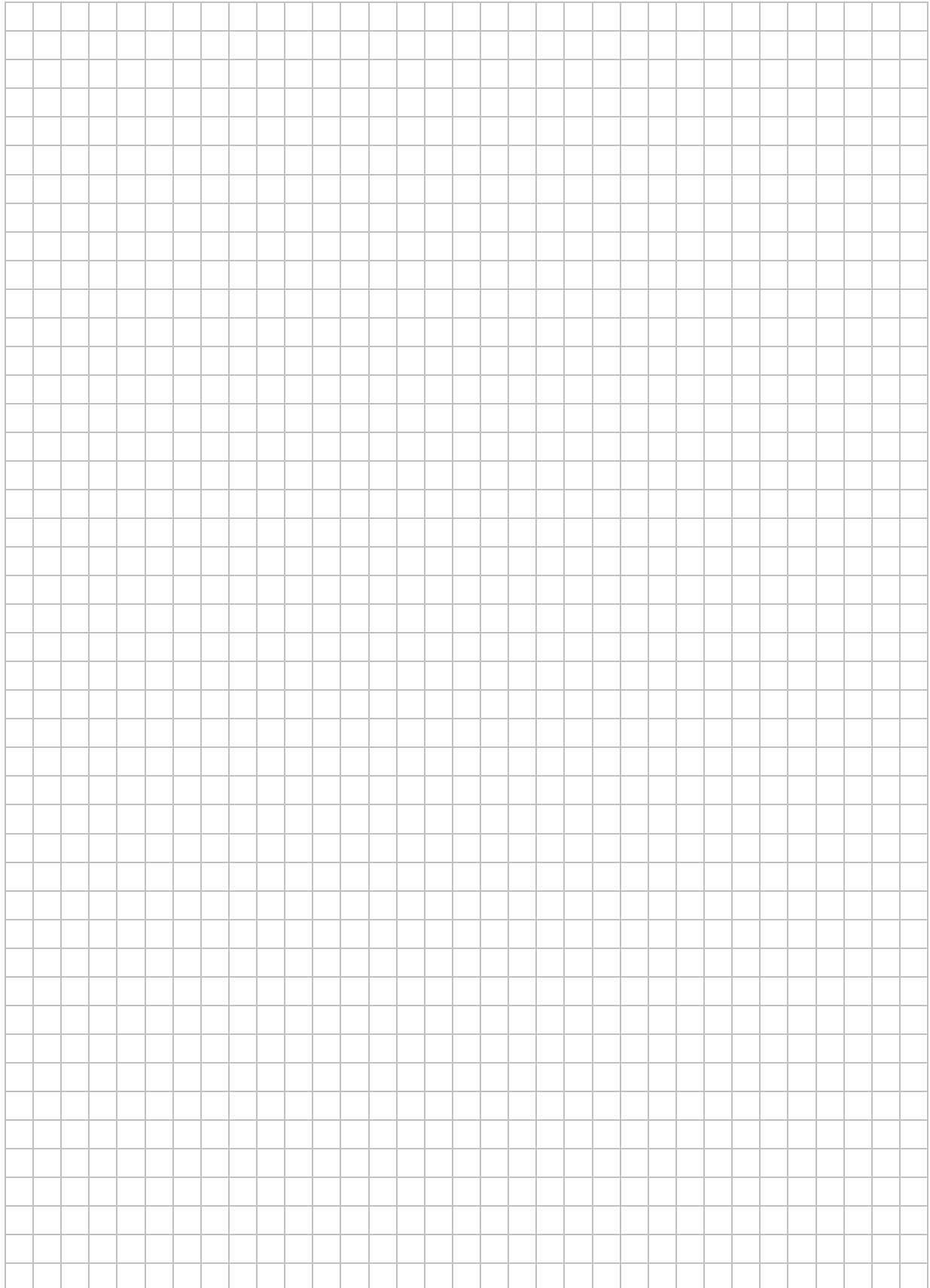
ZADANIE 7 (4 PKT.)

Ciąg  $(a_n)$ , gdzie  $n \geq 1$ , jest rosnącym ciągiem geometrycznym. Wyznacz wartość największą funkcji  $f(x) = 2xa_6a_2 - a_4a_3x^2 - a_3a_6$ .



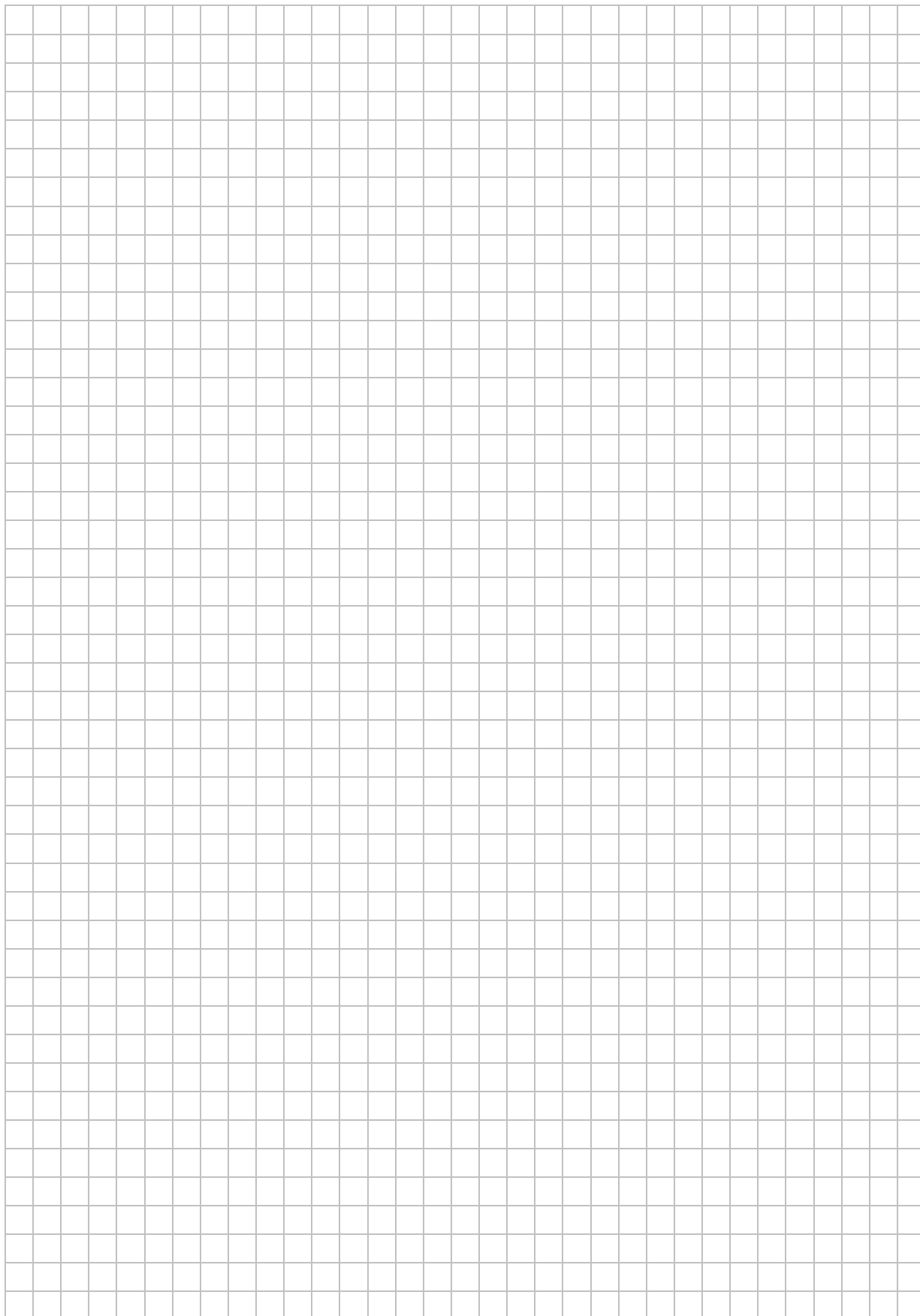
ZADANIE 8 (4 PKT.)

Podstawą ostrosłupa  $ABCD$  jest kwadrat  $ABCD$  o boku długości 4. Odcinek  $DS$  jest wysokością ostrosłupa i ma długość 6. Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $DS$ . Oblicz pole przekroju ostrosłupa płaszczyzną  $BCM$ .



ZADANIE 9 (4 PKT.)

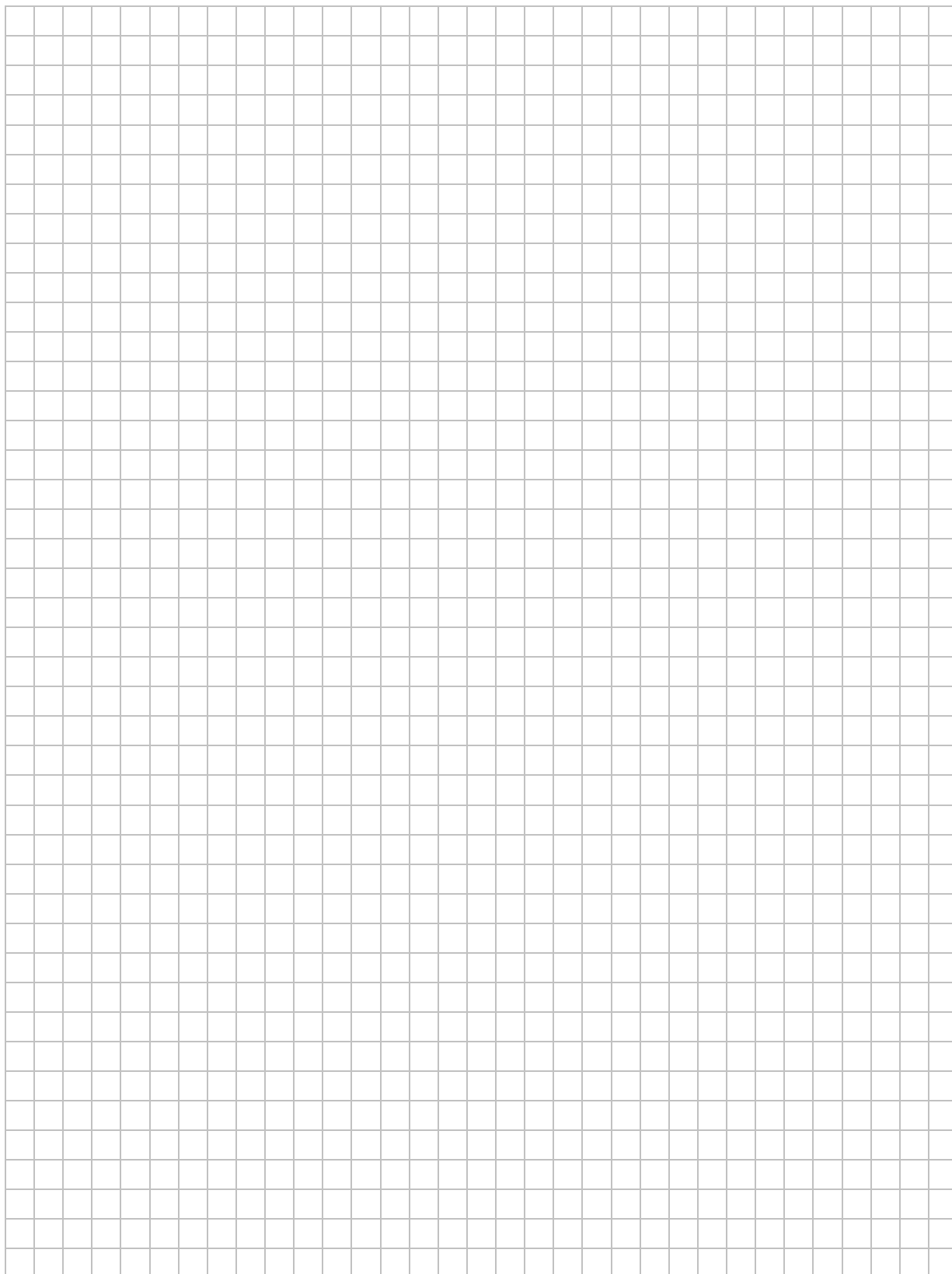
Losujemy dwie różne liczby całkowite  $a$  i  $b$  z przedziału  $(-11, 11)$ . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  – równanie  $x^2 + 2ax + b = 0$  nie ma rozwiązań.



ZADANIE 10 (6 PKT.)

Dana jest funkcja  $f(x) = \frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$  dla  $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$ .

- a) Rozwiąż równanie  $f(x) = 2$ .
- b) Wyznacz najmniejszą wartość funkcji  $f(x)$ .



ZADANIE 11 (4 PKT.)

Długości boków równoległoboku  $ABCD$  wynoszą  $1$  i  $\sqrt{3}$ , a kąt przy wierzchołku  $B$  ma miarę  $150^\circ$ . Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie  $ABD$ .

