

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

20 KWIETNIA 2013

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (6 PKT.)

Proste  $k$  i  $l$  są równoległe do osi  $Ox$  i przecinają wykres funkcji  $y = -\frac{4}{|x|}$  odpowiednio w punktach  $A, B$  i  $D, C$  w ten sposób, że czworokąt  $ABCD$  jest trapezem o polu 6 i wysokości 2. Oblicz obwód trapezu  $ABCD$ .





ZADANIE 2 (4 PKT.)

W skończonym ciągu geometrycznym  $(a_n)$  wyraz pierwszy jest równy 2, a wyraz ostatni 39 366. Wiedząc, że suma wszystkich wyrazów wynosi 59 048, oblicz iloraz tego ciągu.



ZADANIE 3 (4 PKT.)

Rozwiąż układ równań 
$$\begin{cases} x(3y^3 - 2y) - y(3x^3 - 2x) = 0 \\ x^4 + y^4 = x^2 + y^2. \end{cases}$$



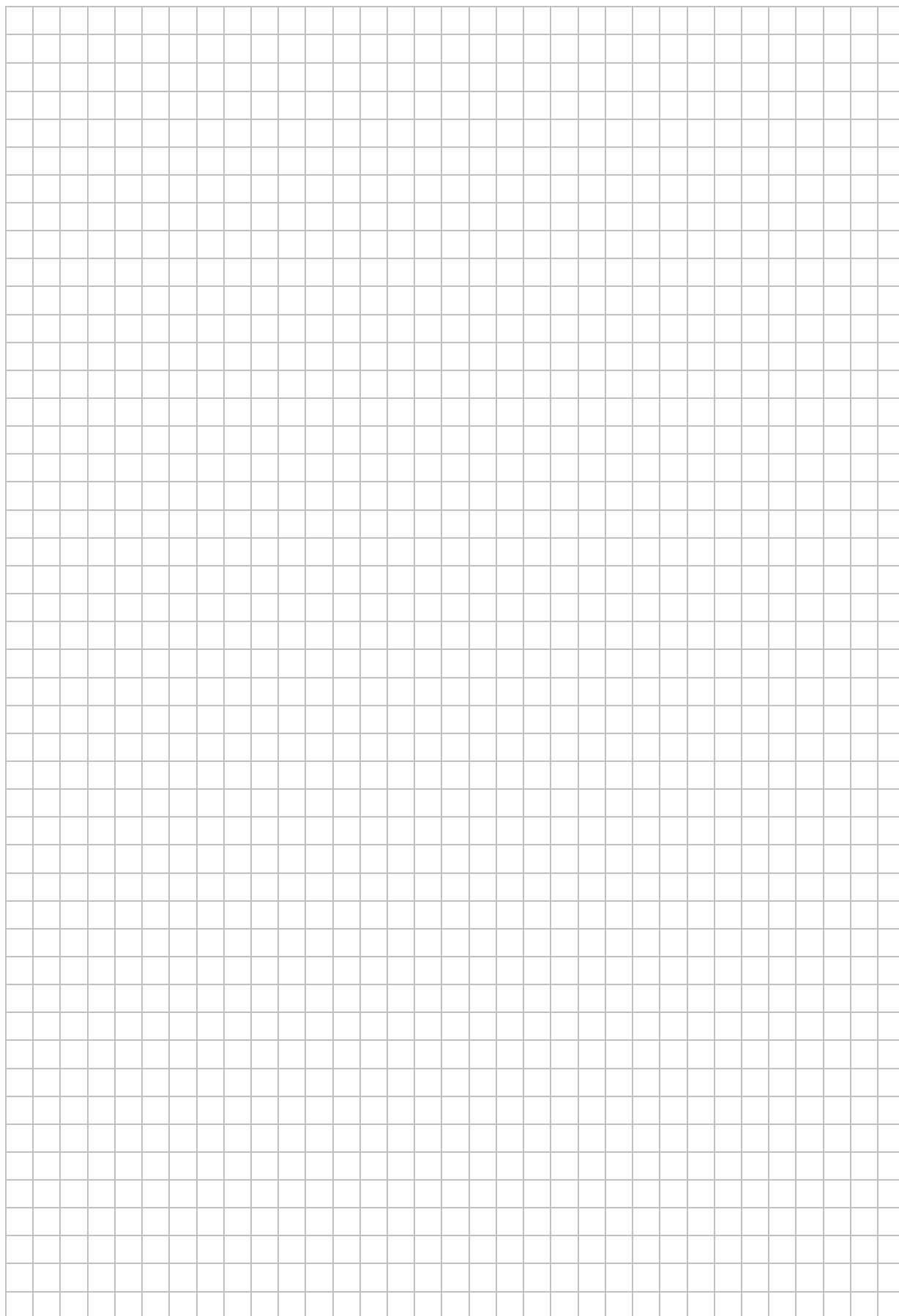
ZADANIE 4 (4 PKT.)

Na bokach  $AB$ ,  $AD$  i  $BC$  rombu  $ABCD$  wybrano odpowiednio punkty  $K$ ,  $L$  i  $M$  w ten sposób, że odcinki  $KL$  i  $KM$  są równoległe do przekątnych rombu. Wykaż, że odcinek  $LM$  przechodzi przez punkt przecięcia przekątnych rombu.



ZADANIE 5 (5 PKT.)

Rozwiąż równanie  $2 \cos x \cos 2x + 3 \sin 2x = 4 \cos x$ .



ZADANIE 6 (4 PKT.)

Dane są liczby wymierne  $a \neq 0$ ,  $b$  i  $k > 0$  takie, że liczby  $x_1 = 1 - \sqrt{k}$  i  $x_2 = 1 + \sqrt{k}$  są pierwiastkami równania  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ . Wykaż, że  $c$  i  $d$  są liczbami wymiernymi.





ZADANIE 7 (4 PKT.)

W trójkącie  $ABC$  środkowa  $AD$  jest prostopadła do boku  $AC$  oraz  $|AB| = 2|AC|$ . Oblicz miarę kąta  $BAC$ .



ZADANIE 8 (5 PKT.)

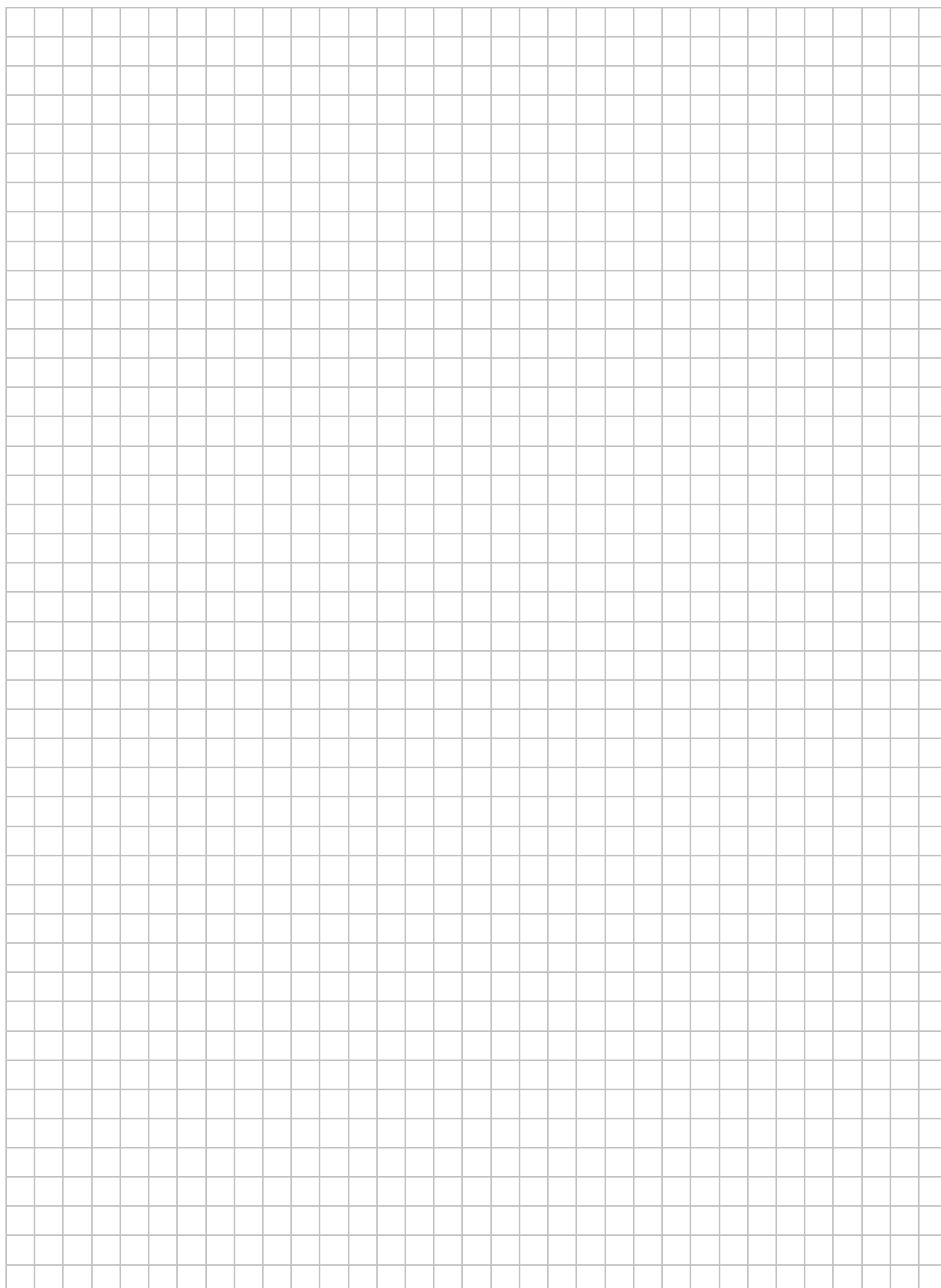
W układzie współrzędnych dany jest punkt  $A = (9, 4)$ . Na okręgu o równaniu  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 17$  wyznacz współrzędne punktu  $B$ , dla którego odległość  $|AB|$  jest największa.



ZADANIE 9 (4 PKT.)

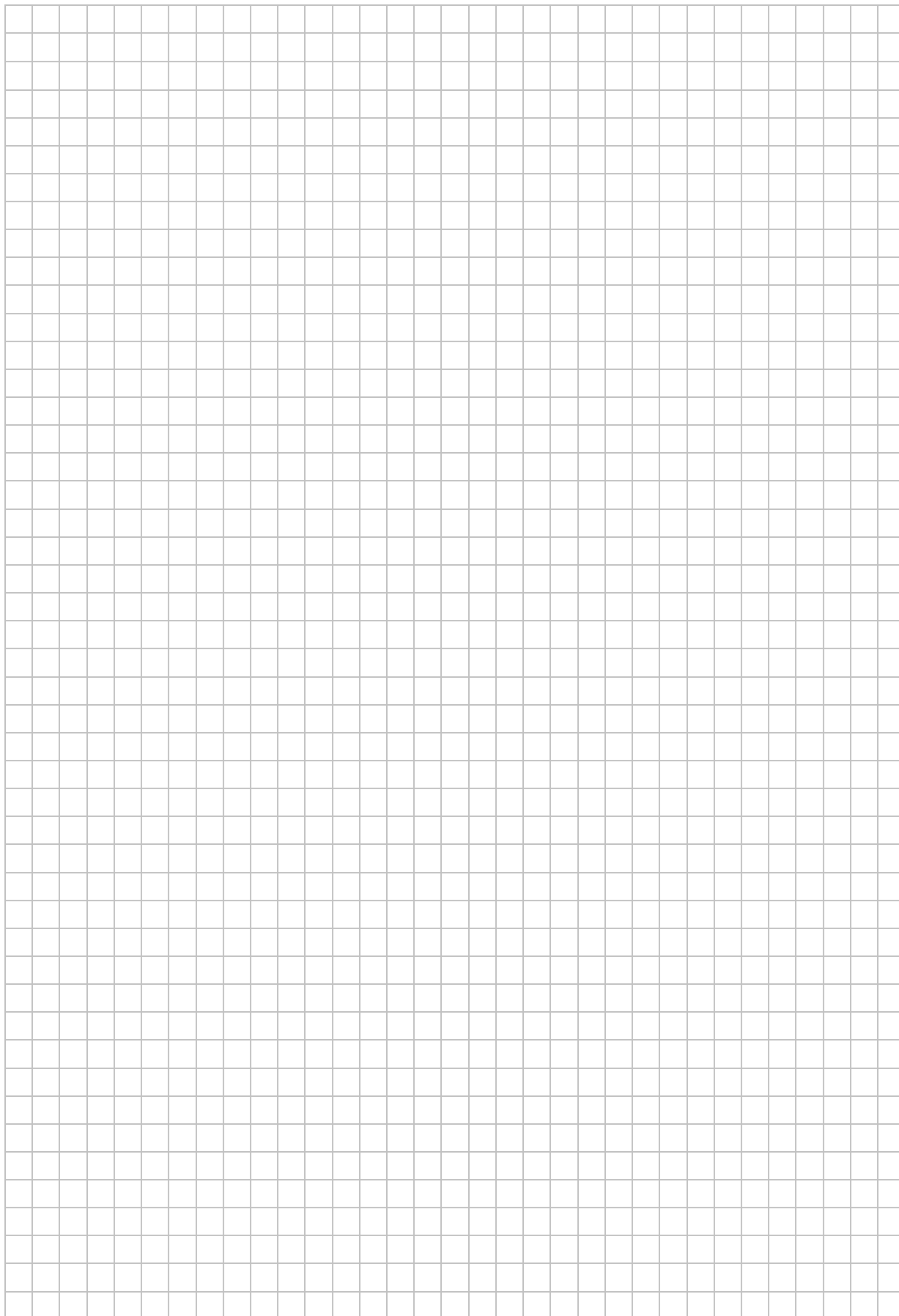
Wykaż, że jeżeli  $\alpha \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$ , gdzie  $k \in \mathbf{C}$ , to

$$\frac{1 + \cos \alpha}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$$



ZADANIE 10 (4 PKT.)

Ile jest liczb pięciocyfrowych, które mają trzy cyfry parzyste i dwie nieparzyste?



ZADANIE 11 (6 PKT.)

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny o boku długości 4, krawędzie boczne mają długości 2, 4,  $2\sqrt{7}$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

