

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY
(TECHNIKUM)

25 KWIETNIA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

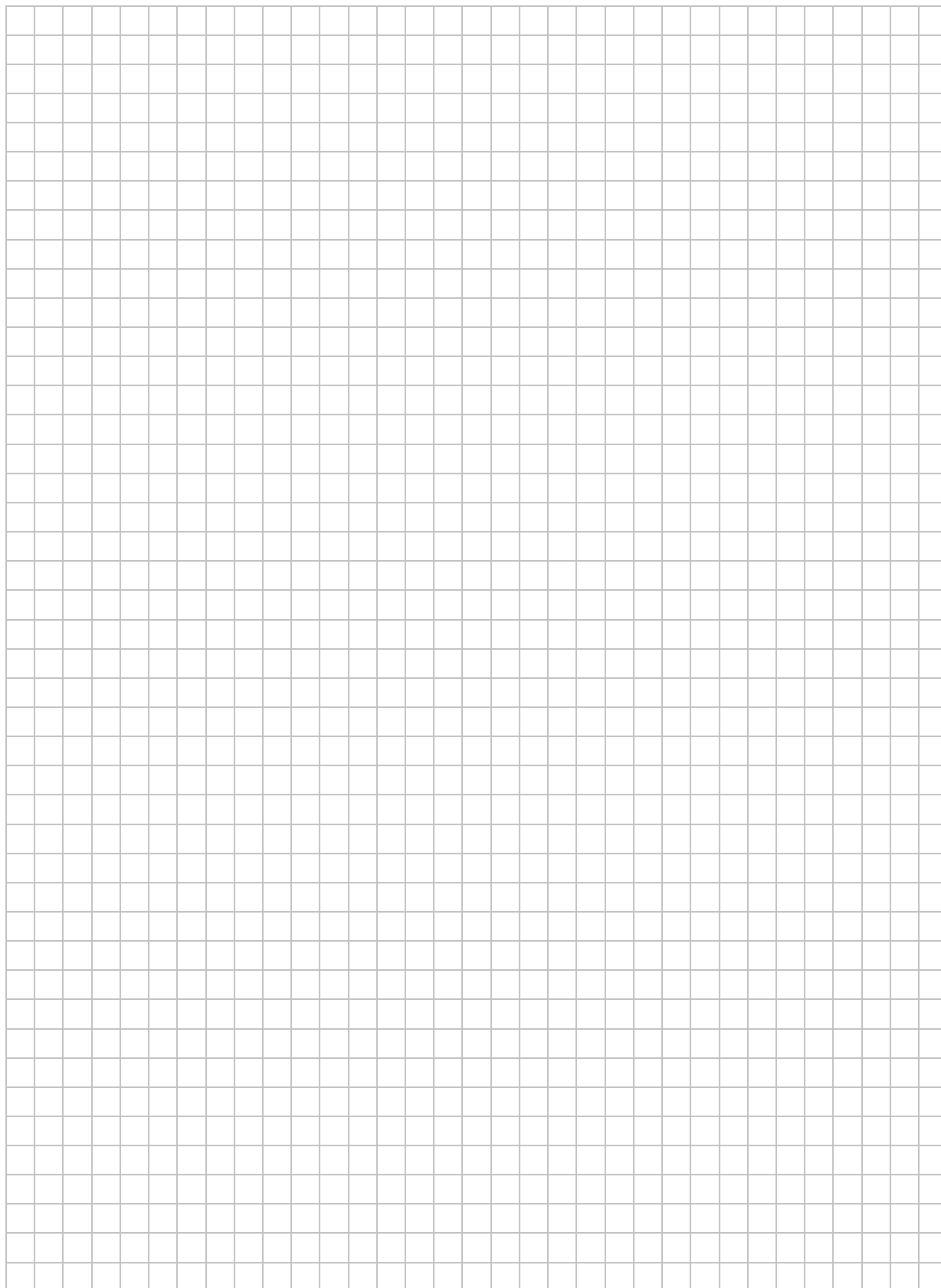
ZADANIE 1 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $\left| \frac{1}{7^x} - \sqrt{3} \right| - m = 0$ ma dwa pierwiastki, których iloczyn jest ujemny.



ZADANIE 2 (4 PKT)

Długości boków prostokąta $ABCD$ spełniają warunki: $2|AD| \leq |CD|$ i $|CD| = 3$. Na boku CD wybrano punkty E i F w ten sposób, że $|DE| = |FC| = |AD|$. Punkt G jest takim punktem odcinka AE , że $|AG| : |GE| = 2 : 1$. Oblicz długość boku AD prostokąta, dla której pole trójkąta FGB jest największe.



ZADANIE 3 (4 PKT)

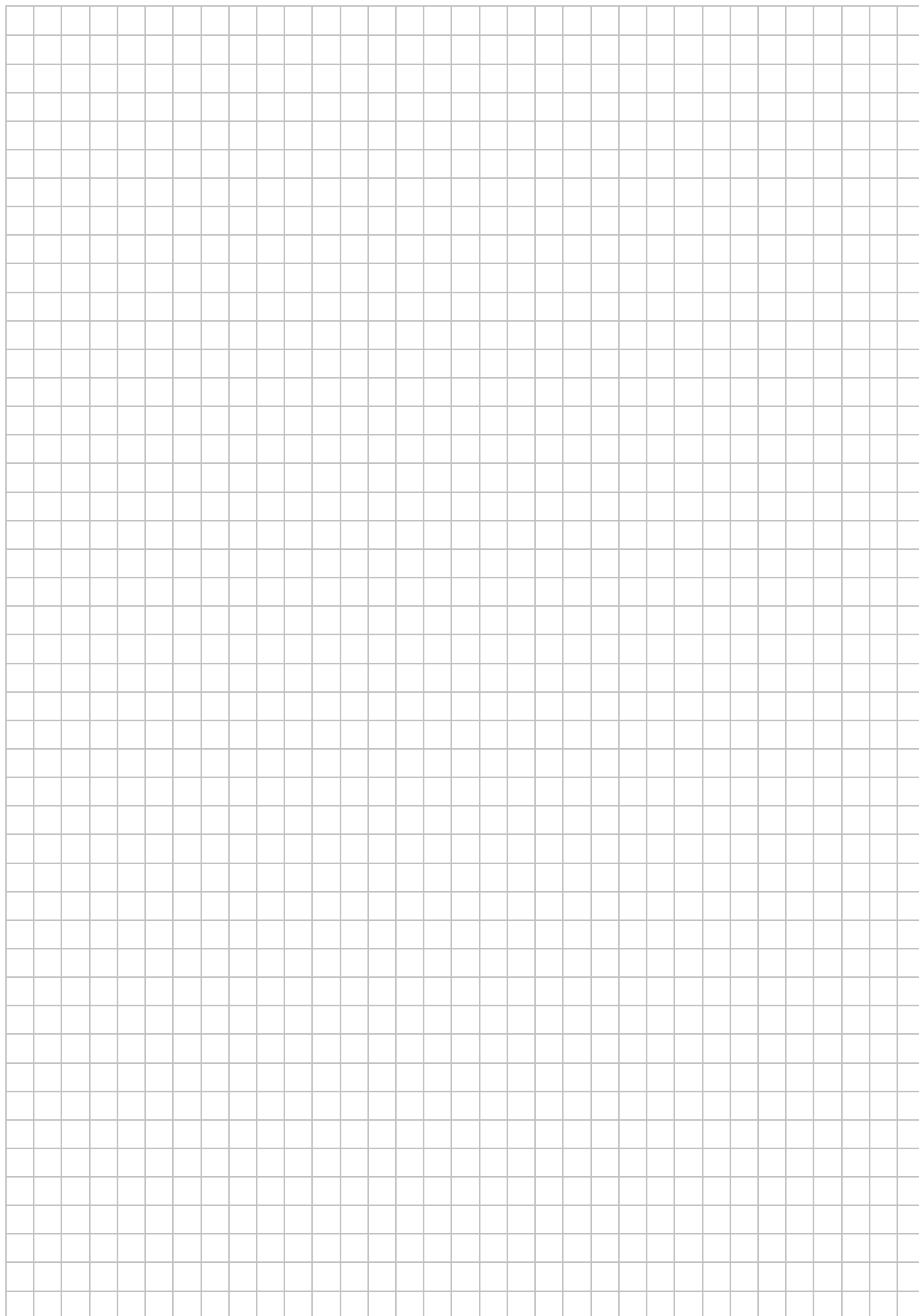
Wielomian $W(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 + px + q$ jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$, a przy dzieleniu przez $(x + 1)$ daje resztę -10 . Wyznacz p i q .



ZADANIE 4 (5 PKT)

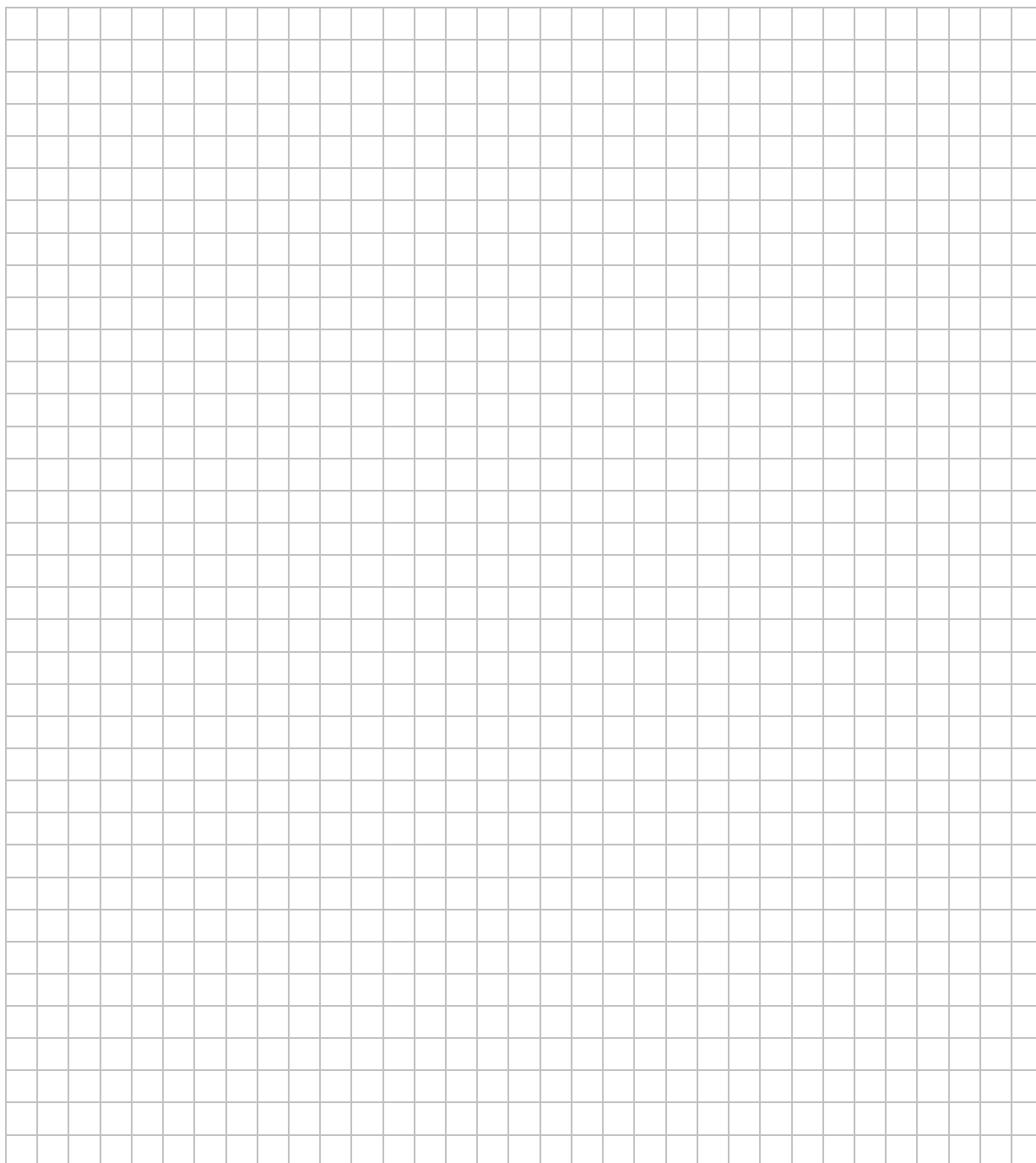
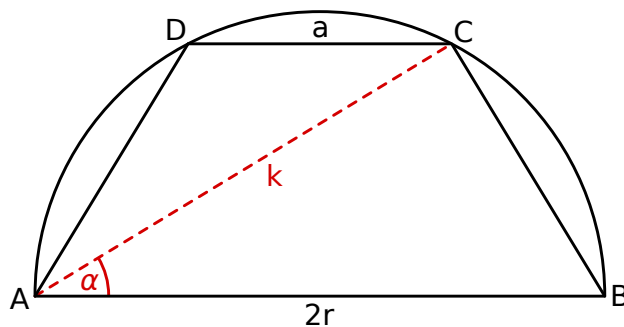
Rozwiąż nierówność

$$x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24 \leq 0.$$



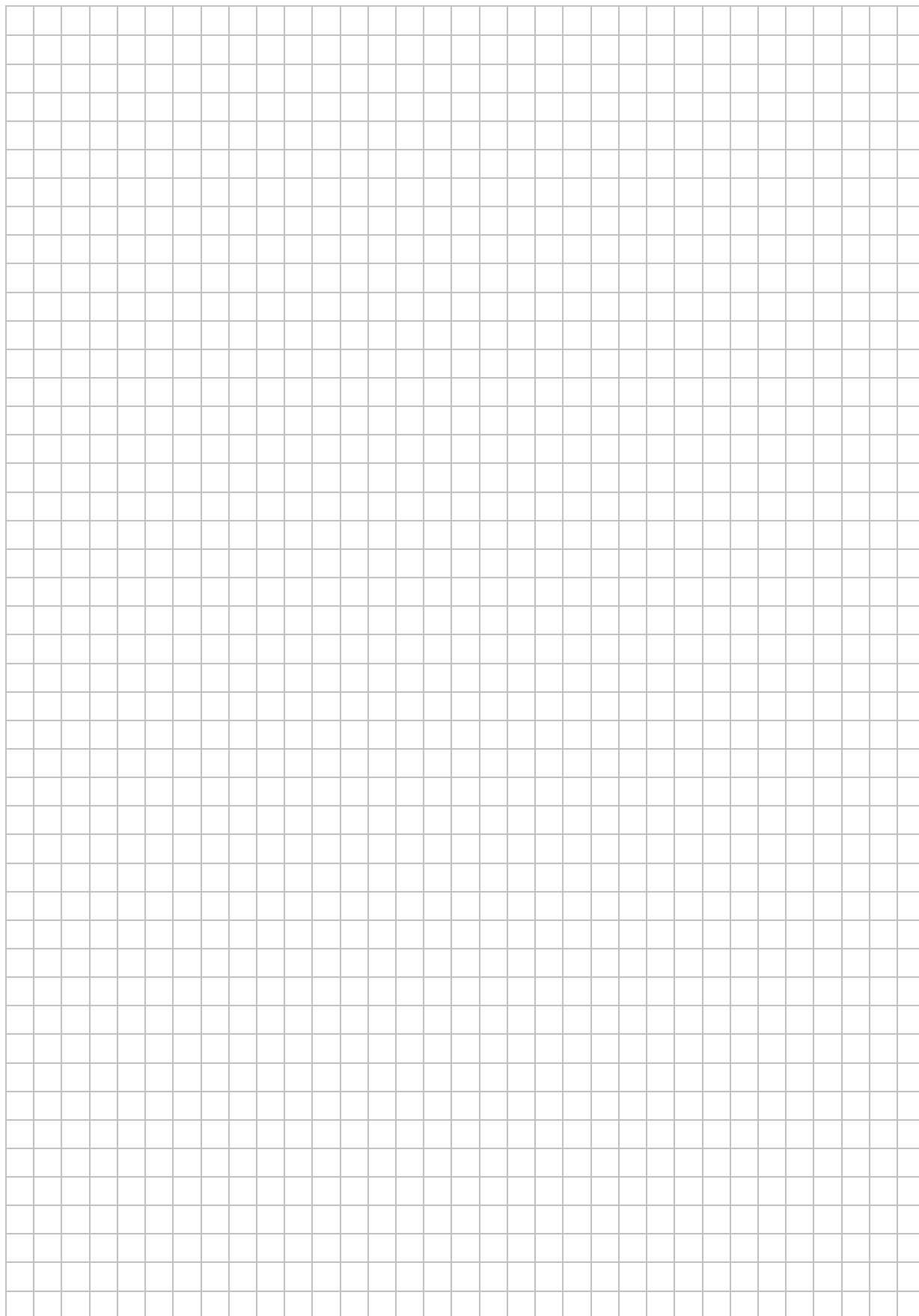
ZADANIE 5 (4 PKT)

W półkole o promieniu r wpisano trapez równoramienny. Przekątna trapezu o długości k tworzy z dłuższą podstawą kąt o mierze α , a krótsza podstawa trapezu ma długość a . Uzasadnij, że $\cos \alpha = \frac{a+2r}{2k}$.



ZADANIE 6 (4 PKT)

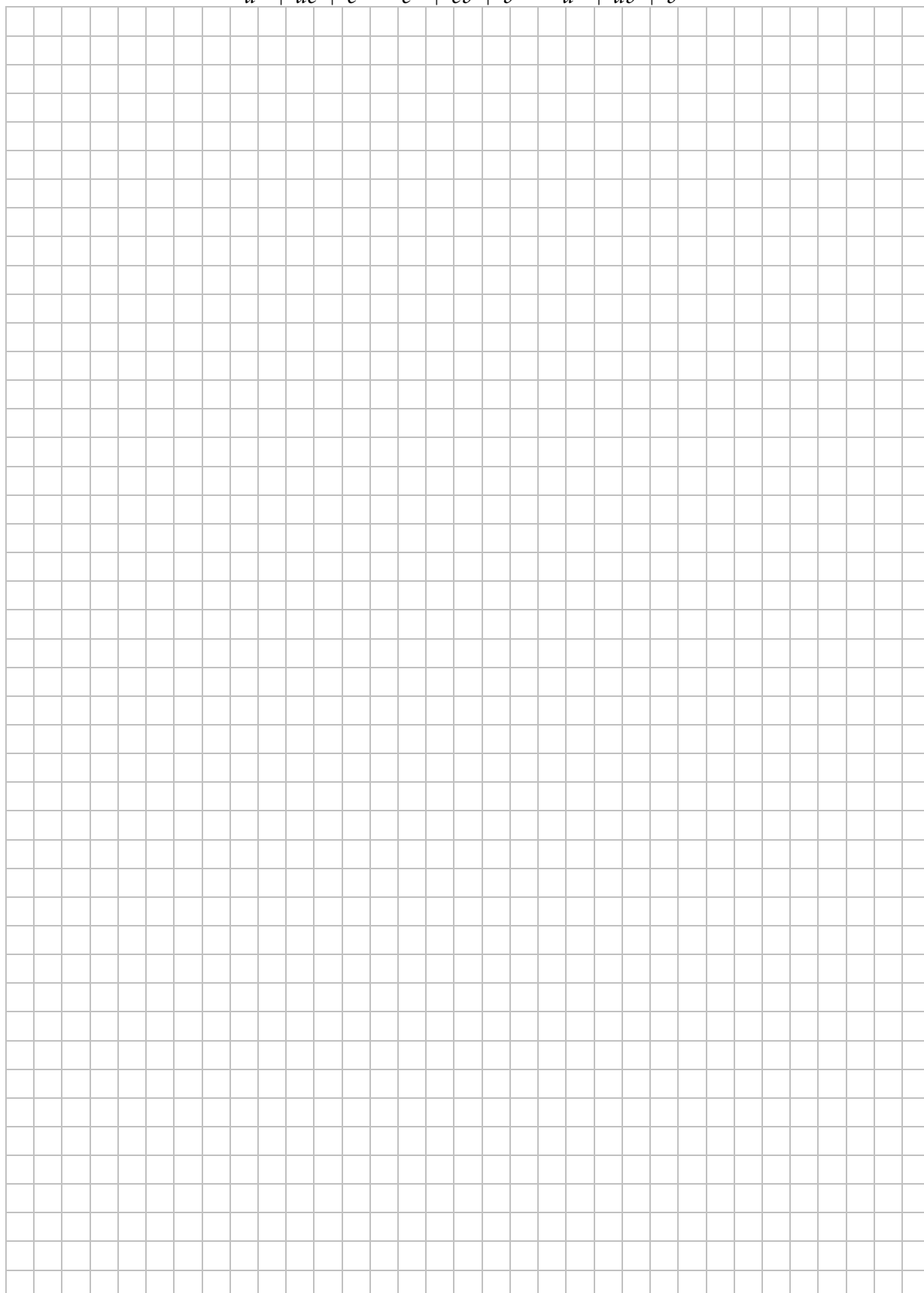
Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których równanie $5x^2 - kx + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, których różnica jest liczbą z przedziału $(0, 1)$.



ZADANIE 7 (4 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli liczby niezerowe a, b, c spełniają warunek $a^3 + b^3 = 2c^3$ to

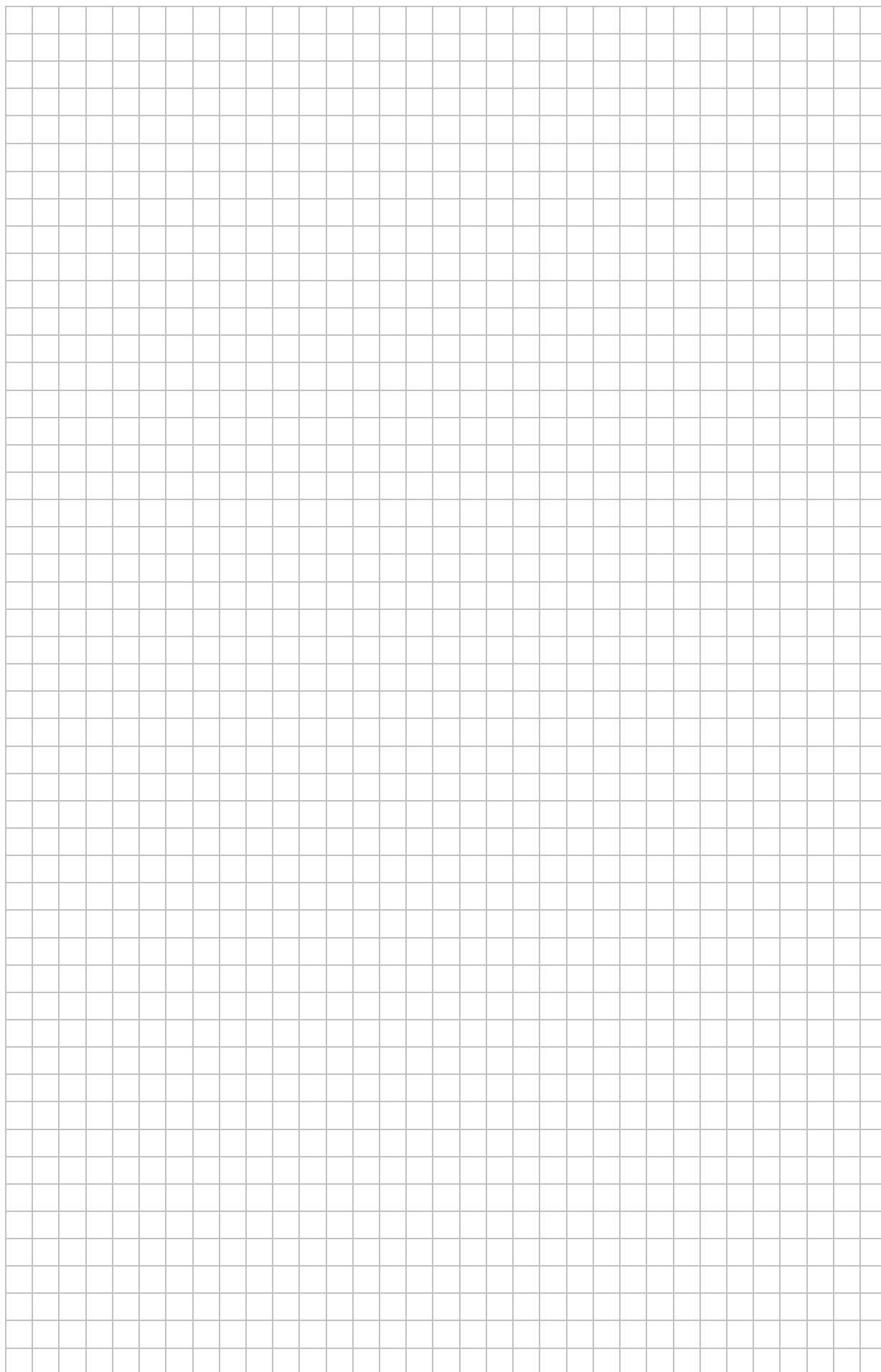
$$\frac{1}{a^2 + ac + c^2} + \frac{1}{c^2 + cb + b^2} = \frac{2}{a^2 + ab + b^2}.$$



ZADANIE 8 (5 PKT)

Okrag wpisany w trójkąt ABC ma równanie $x^2 - 8x + y^2 + 2y = 3$. Oblicz $\text{tg} \angle BAC$ jeżeli $A = (-4, -7)$.





ZADANIE 9 (5 PKT)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ losujemy bez zwracania 4 liczby. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 4 otrzymanych liczb jest dokładnie jedna para liczb o sumie równej 14.





ZADANIE 10 (6 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna ma długość $3\sqrt{6}$, a krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz miarę kąta utworzonego przez dwie sąsiednie ściany boczne.



ZADANIE 11 (5 PKT)

Liczbę 255 przedstaw jako sumę czterech całkowitych składników będących kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego tak, aby trzeci wyraz był o 45 większy od wyrazu pierwszego.

