CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY	
KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY
MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- [ ] nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- [ ] dostosowania zasad oceniania
- [ ] dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-P0-**100**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 23 strony (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–28) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań od 1. do 28. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{3}$ jest równa

A. $8-6\sqrt{3}$ **B.** $8-2\sqrt{3}$ **C.** $4-2\sqrt{3}$ **D.** $8-4\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $2\log_5 4-3\log_5\frac{1}{2}$ jest równa

A. $-\log_5\frac{7}{2}$ **B.** $7\log_5 2$ **C.** $-\log_5 2$ **D.** $\log_5 2$

Zadanie 3. (0–1)

Medyczna maseczka ochronna wielokrotnego użytku z wymiennymi filtrami wskutek podwyżki zdrożała o 40% i kosztuje obecnie $106{,}40$ zł. Cena maseczki przed podwyżką była równa

A. $63{,}84$ zł **B.** $65{,}40$ zł **C.** $76{,}00$ zł **D.** $66{,}40$ zł

Zadanie 4. (0–1)

Dla każdej dodatniej liczby b wyrażenie $\left(\sqrt[2]{b}\cdot\sqrt[4]{b}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równe

A. b^2 **B.** $b^{0,25}$ **C.** $b^{\frac{8}{3}}$ **D.** $b^{\frac{4}{3}}$

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x=1,\ y=-3$ spełnia układ równań $\begin{cases} x-y=a^2 \\ (1+a)x-3y=-4a \end{cases}$

Wtedy a jest równe

A. 2 **B.** -2 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $-\sqrt{2}$

Zadanie 6. (0–1)

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2(x-4)(x^2-1)=0$ jest równy

A. -8 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 8

Zadanie 7. (0–1)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{12-5x}{2}<3\left(1-\frac{1}{2}x\right)+7x$ jest

A. $\left(-\infty,\frac{2}{7}\right)$ **B.** $\left(\frac{2}{7},+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty,\frac{3}{8}\right)$ **D.** $\left(\frac{3}{8},+\infty\right)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

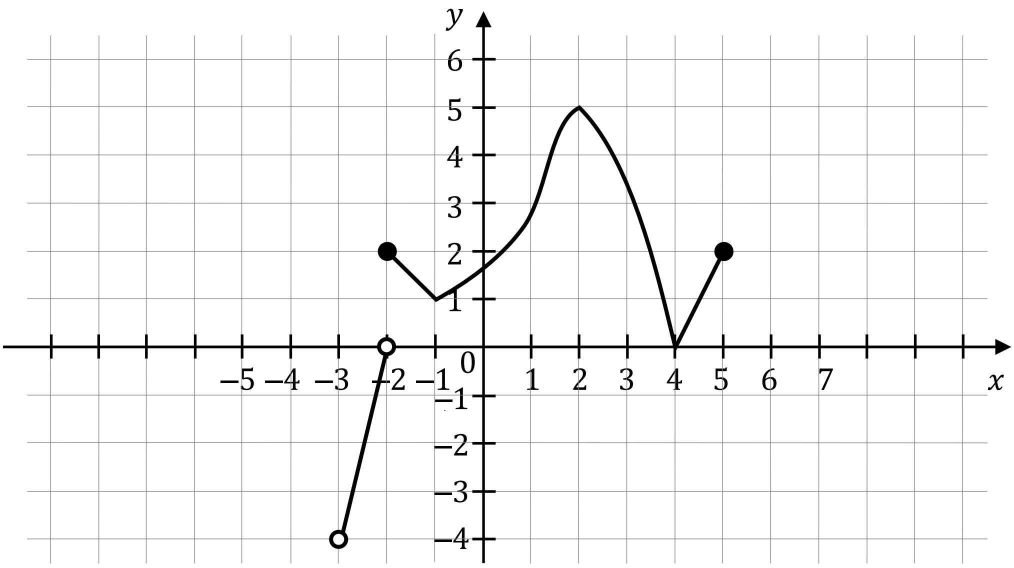
Zadanie 8. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = (a-1)x + 3$ osiąga wartość najmniejszą równą 3. Wtedy

A. $a = -1$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = 1$ **D.** $a = 3$

Zadanie 9. (0–1)

Na wykresie przedstawiono wykres funkcji f.



Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Dziedziną funkcji f jest przedział $(-4, 5)$.
B. Funkcja f ma dwa miejsca zerowe.
C. Funkcja f dla argumentu 1 przyjmuje wartość (-1).
D. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-4,\ 5\rangle$.

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{8x-7}{2x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wartość funkcji f dla argumentu 1 jest równa

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 1 **D.** 2

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy 64. Stąd wynika, że y jest równe

A. $3 \cdot 64$ **B.** $\frac{64}{3}$ **C.** 4 **D.** 3

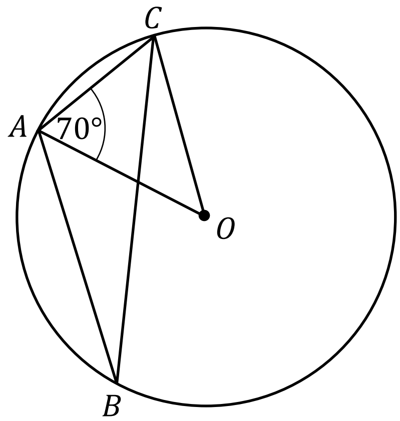
Zadanie 12. (0–1)

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 5, a pierwszy wyraz tego ciągu jest równy (-3). Wtedy iloraz $\frac{a_4}{a_2}$ jest równy

A. $\frac{5}{3}$ **B.** 2 **C.** 6 **D.** 25

Zadanie 13. (0–1)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku O. Miara kąta CAO jest równa $70°$ (zobacz rysunek). Wtedy miara kąta ABC jest równa



A. $20°$

B. $25°$

C. $30°$

D. $35°$

Zadanie 14. (0–1)

Ciągi (a_n), (b_n) oraz (c_n) są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ następująco:

- $a_n = 6n^2 - n^3$
- $b_n = 2n + 13$
- $c_n = 2^n$

Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

B. Ciąg (b_n) jest arytmetyczny.

C. Ciąg (c_n) jest arytmetyczny.

D. Wśród ciągów (a_n), (b_n), (c_n) nie ma ciągu arytmetycznego.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot n + 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wtedy trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. -24 **B.** -17 **C.** -32 **D.** -23

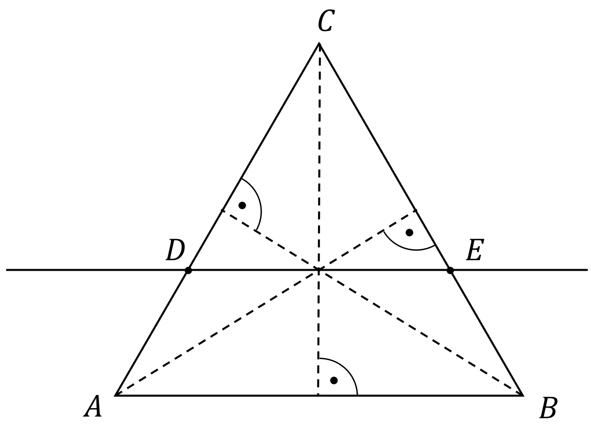
Zadanie 16. (0–1)

W romb o boku $2\sqrt{3}$ i kącie $60°$ wpisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

A. 3 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego ABC poprowadzono prostą DE równoległą do podstawy AB (zobacz rysunek).



Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta CDE jest równy

A. $9 : 4$ **B.** $4 : 1$ **C.** $4 : 9$ **D.** $3 : 2$

Zadanie 18. (0–1)

Końcami odcinka PR są punkty $P = (4, 7)$ i $R = (-2, -3)$. Odległość punktu $T = (3, -1)$ od środka odcinka PR jest równa

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $\sqrt{17}$ **D.** $6\sqrt{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 19. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

A. $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ **B.** $\cos\alpha = -\frac{1}{5}$ **C.** $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

Zadanie 20. (0–1)

Dane są punkty $M = (6,0)$, $N = (6,8)$ oraz $O = (0,0)$. Tangens kąta ostrego MON jest równy

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{6}{10}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{8}{10}$

Zadanie 21. (0–1)

Proste o równaniach $y = 3ax - 2$ i $y = 2x + 3a$ są prostopadłe. Wtedy a jest równe

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** -5

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym boki AB i CD są równoległe oraz $C = (3,5)$. Wierzchołki A i B tego trapezu leżą na prostej o równaniu $y = 5x + 3$. Wtedy bok CD tego trapezu zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = 3x + 5$ **B.** $y = -\frac{1}{5}x + 3$ **C.** $y = 5x - 10$ **D.** $y = -\frac{1}{5}x + \frac{28}{5}$

Zadanie 23. (0–1)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawy AB i CD mają długości równe odpowiednio a i b (przy czym $a > b$). Miara kąta ostrego trapezu jest równa $30°$. Wtedy wysokość tego trapezu jest równa

A. $\frac{a-b}{2} \cdot \sqrt{3}$ **B.** $\frac{a-b}{6} \cdot \sqrt{3}$ **C.** $\frac{a+b}{2}$ **D.** $\frac{a+b}{4}$

Zadanie 24. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość $5\sqrt{3}$. Wtedy objętość tego sześcianu jest równa

A. 125 **B.** 75 **C.** $375\sqrt{3}$ **D.** $125\sqrt{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 25. (0–1)

Ostrosłupy prawidłowe trójkątne O_1 i O_2 mają takie same wysokości. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa O_1 jest trzy razy dłuższa od długości krawędzi podstawy ostrosłupa O_2. Stosunek objętości ostrosłupa O_1 do objętości ostrosłupa O_2 jest równy

A. $3 : 1$ **B.** $1 : 3$ **C.** $9 : 1$ **D.** $1 : 9$

Zadanie 26. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych parzystych, w których cyfra 7 występuje dokładnie jeden raz, jest

A. 85 **B.** 90 **C.** 100 **D.** 150

Zadanie 27. (0–1)

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 5, jest równe

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{5}{100}$ **C.** $\frac{5}{90}$ **D.** $\frac{18}{90}$

Zadanie 28. (0–1)

Liczba x jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb: $1 + x$, $1 + 2x$, $4 + 3x$, 1, jest równa 10. Wtedy

A. $x = 6$ **B.** $x = 5{,}5$ **C.** $x = 2{,}5$ **D.** $x = 1$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$3x(x+1) > x^2 + x + 24$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż równanie:

$$\frac{6x-1}{3x-2}=3x+2$$

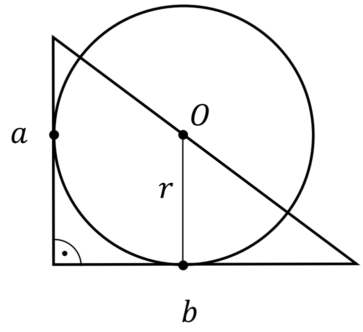
Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	29.	30.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości a i b. Punkt O leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).

Wykaż, że promień r tego okręgu jest równy $\frac{ab}{a+b}$.



Zadanie 32. (0–2)

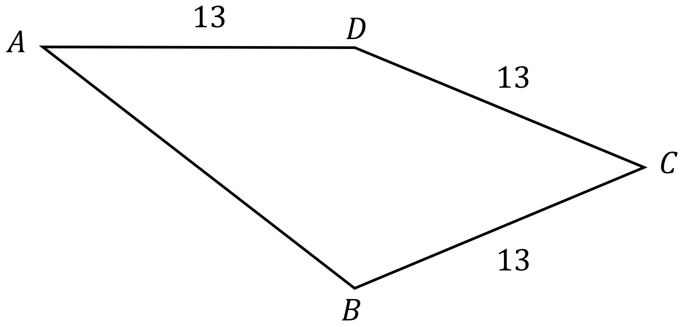
Kąt α jest ostry i $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{5}$. Oblicz wartość wyrażenia $2\sin\alpha\cos\alpha$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	31.	32.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.



Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–2)

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ nie ma miejsc zerowych. Wykaż, że $1 + c > b$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.	34
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 35. (0–5)

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3, a_5, a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n).

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	35.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)