

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

15 MARCA 2014

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{|x|}{x} + \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x-2|}{x-2} < 3$.



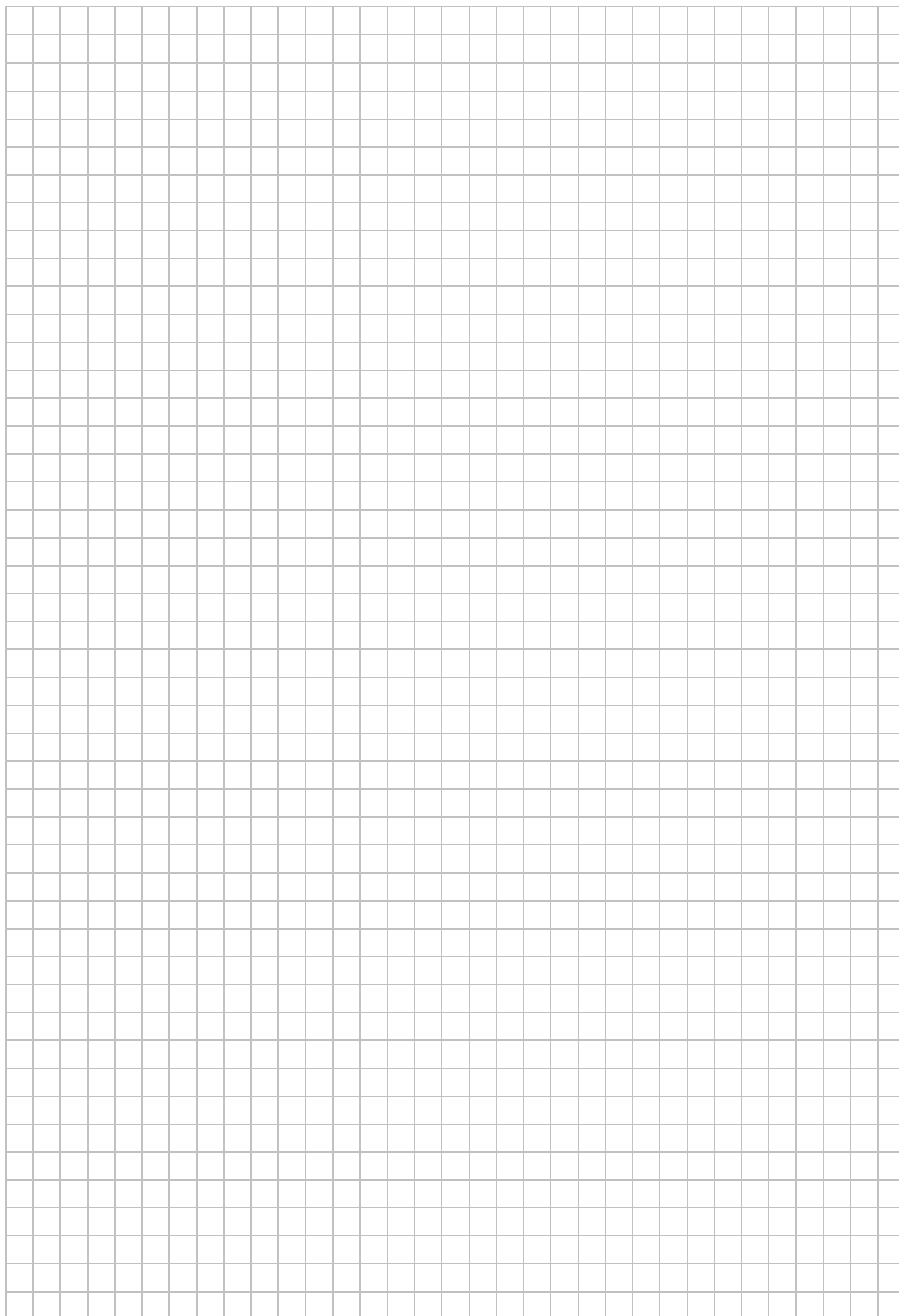
ZADANIE 2 (3 PKT)

Dany jest prostokąt o polu 12, w którym długość przekątnej jest liczbą z przedziału $\langle 5, 6 \rangle$.
Wykaż, że obwód tego prostokąta jest liczbą z przedziału $\langle 14, 4\sqrt{15} \rangle$.



ZADANIE 3 (4 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{2+x}{3-x}} \frac{2-x-x^2}{(x+2)^3}$.



ZADANIE 4 (4 PKT)

W trójkącie ABC środkowa AD jest prostopadła do boku AC . Kąt BAC ma miarę 120° oraz $|AB| = 2|AC| = 2a$. Oblicz długość odcinka AD .



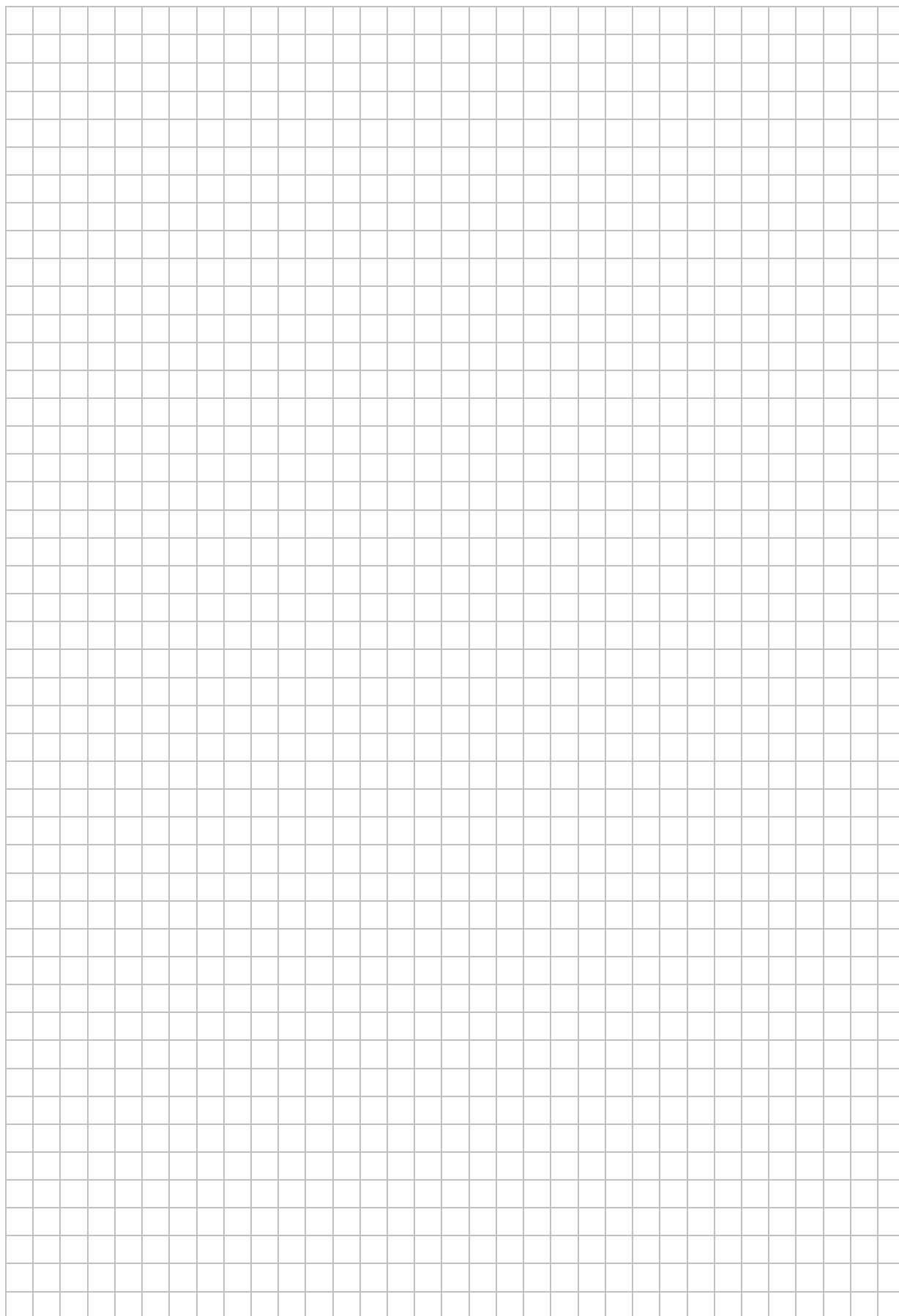
ZADANIE 5 (4 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ przez dwumian $(x - 3)$ jest równa 1. Wykaż, że jeżeli liczby a, b, c, d są liczbami całkowitymi to wielomian $P(x)$ nie ma pierwiastków wymiernych.



ZADANIE 6 (4 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $n^3 + 5n$ jest podzielna przez 6.



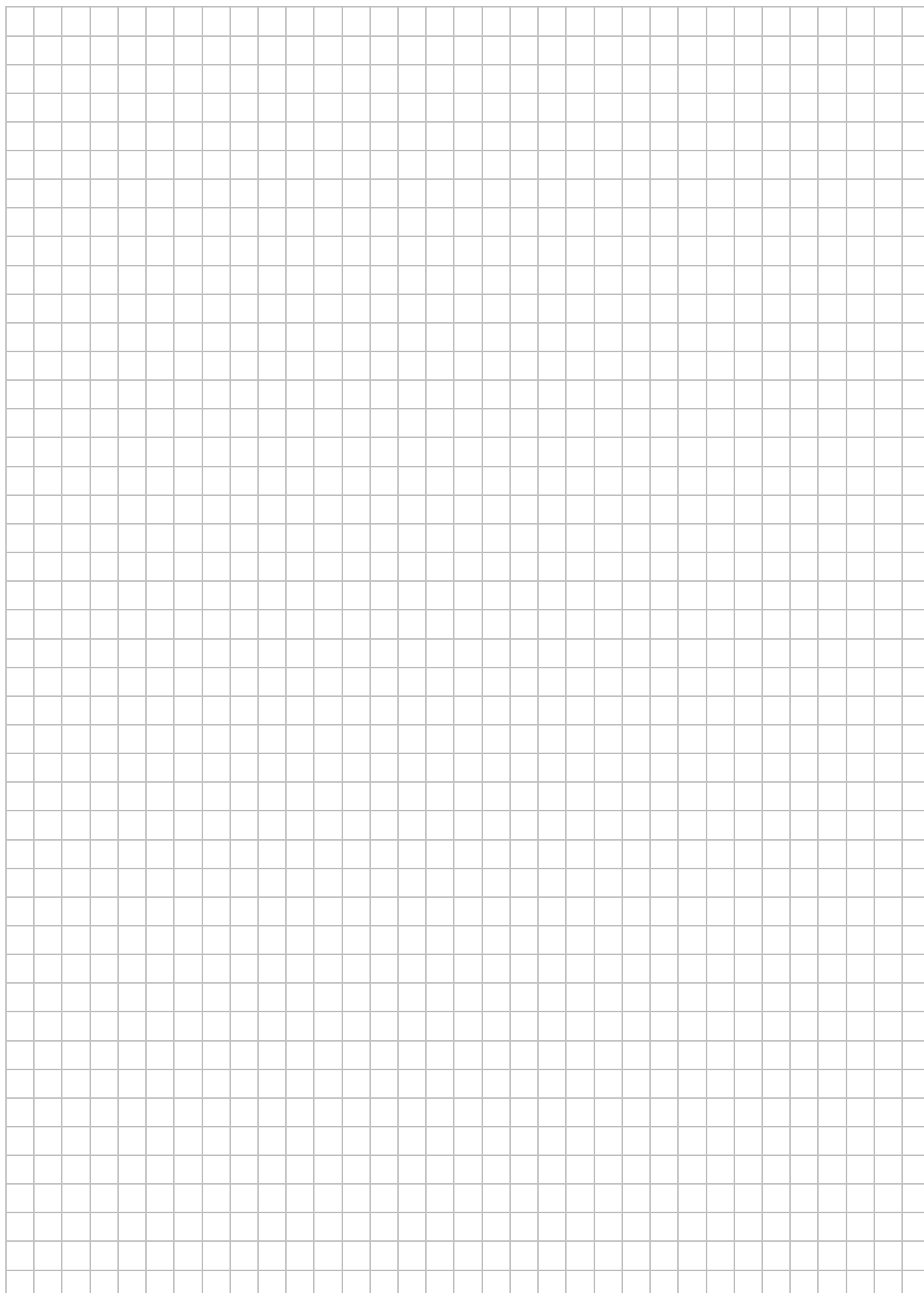
ZADANIE 7 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 równania $x^2 + 2x + m = 0$ spełniają nierówność $x_1^3 + x_2^3 > m^2 - 24$.



ZADANIE 8 (4 PKT)

Ciągi (a_n) i (b_n) , gdzie $n \geq 1$ są ciągami arytmetycznymi. Wykaż, że jeżeli ciąg (c_n) zdefiniowany wzorem $c_n = a_n \cdot b_n$ ($n \geq 1$) jest ciągiem arytmetycznym, to różnica jednego z ciągów (a_n) lub (b_n) jest równa zero.



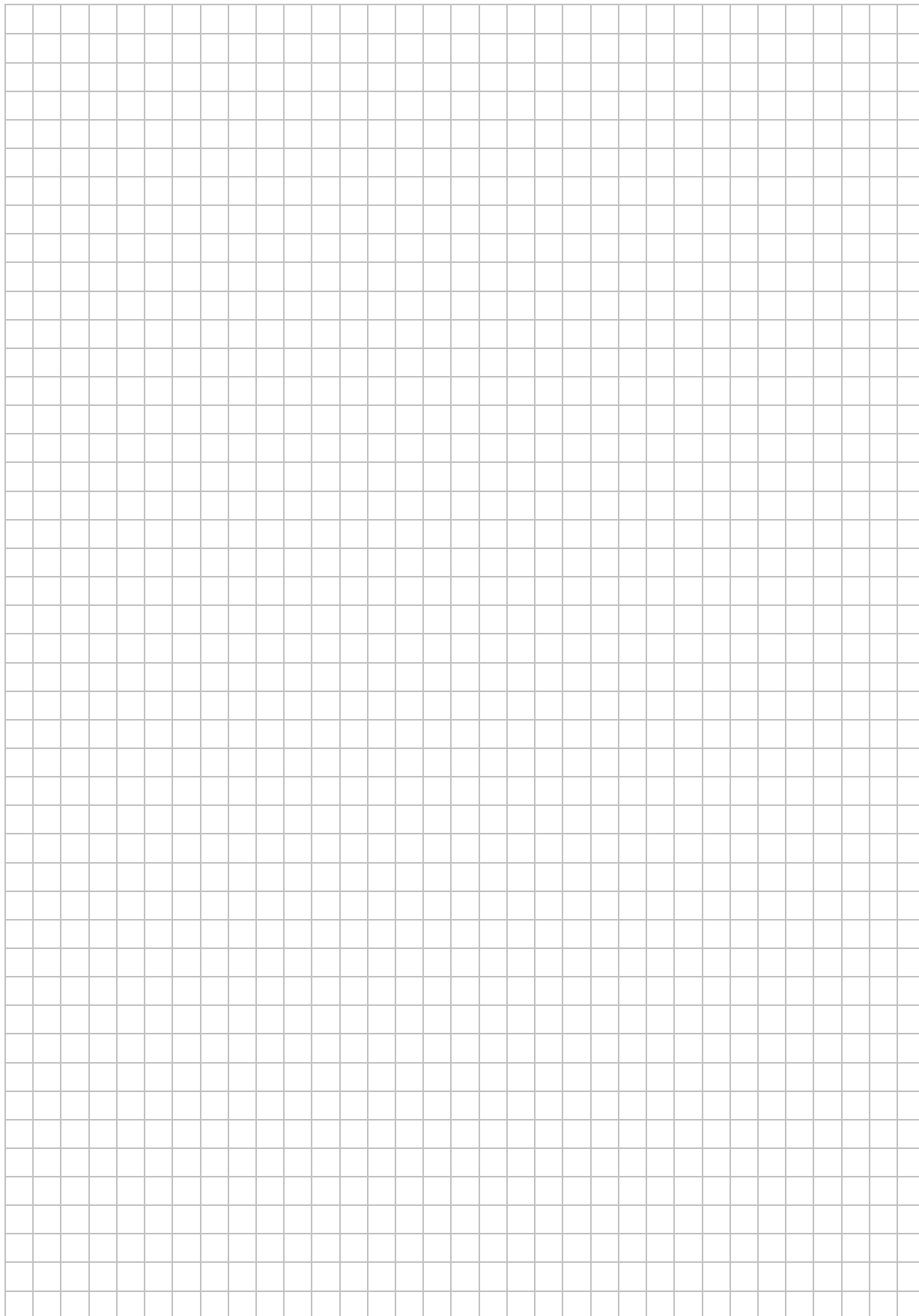
ZADANIE 9 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $(\cos 2x + \cos x)^2 + (\cos x + 1)^2 = \cos^2 x - 2 \cos 2x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



ZADANIE 10 (5 PKT)

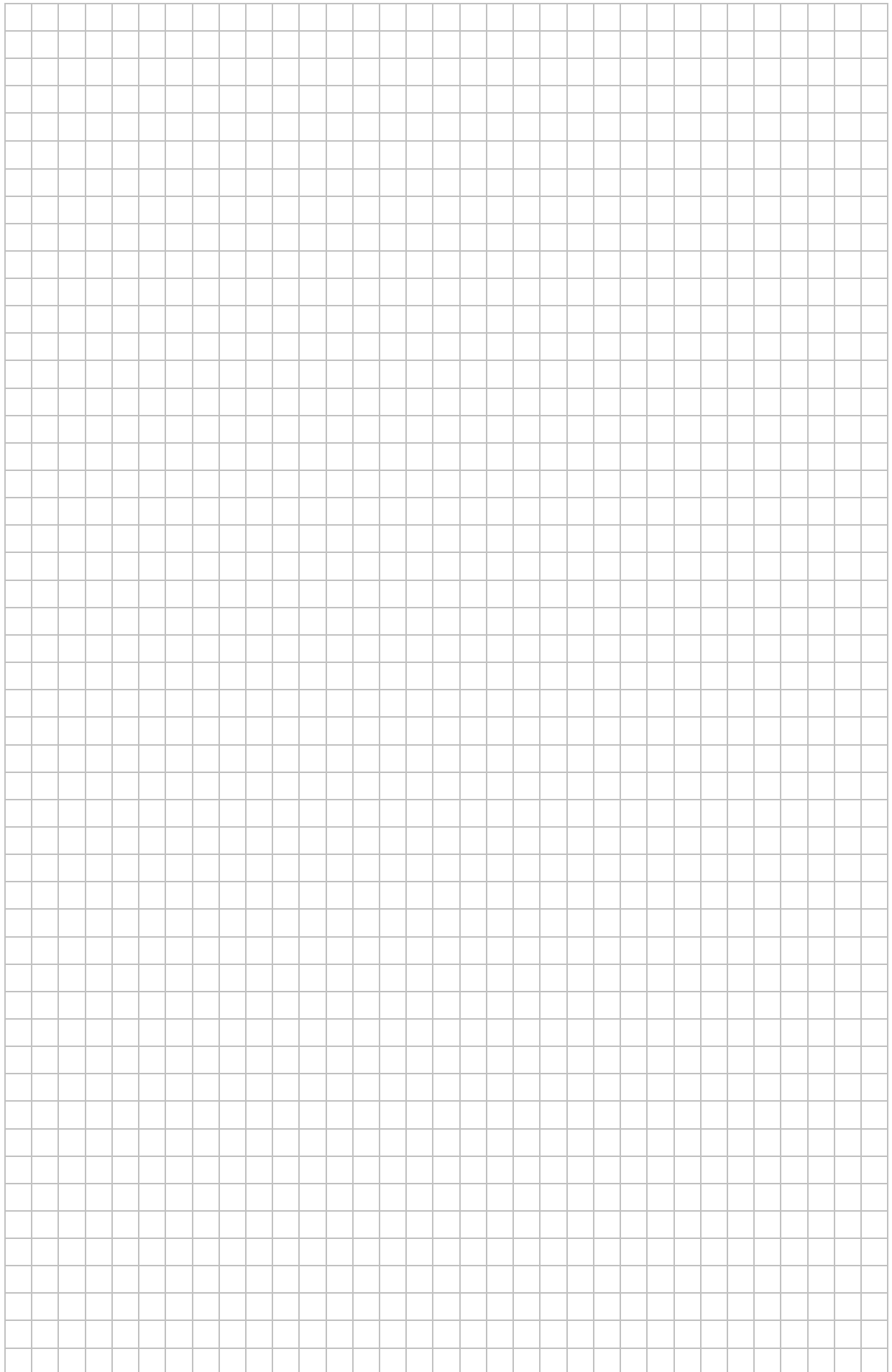
Ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, których zapis dziesiętny składa się z trzech różnych cyfr?



ZADANIE 11 (4 PKT)

Trójkąt o wierzchołkach $A = (2, -1)$, $B = (7, 6)$, $C = (7, 0)$ przekształcono w jednokładności o skali -2 i otrzymano trójkąt o wierzchołkach $A'B'C'$. Wyznacz współrzędne punktów B' i C' jeżeli $A' = (11, 11)$.





ZADANIE 12 (5 PKT)

Trzy parami styczne kule o promieniach równych r znajdują się w walcu w ten sposób, że każda z kul jest styczna do obu podstaw walca, oraz do jego powierzchni bocznej. Oblicz objętość walca.

