

POPRAWKOWY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

25 SIERPNIA 2009

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (5 PKT.)

Dla jakich $m \in \mathbb{R}$ równanie $x^2 - mx + m + 3 = 0$ ma dwa różne rozwiązania, których suma odwrotności jest mniejsza od 1?



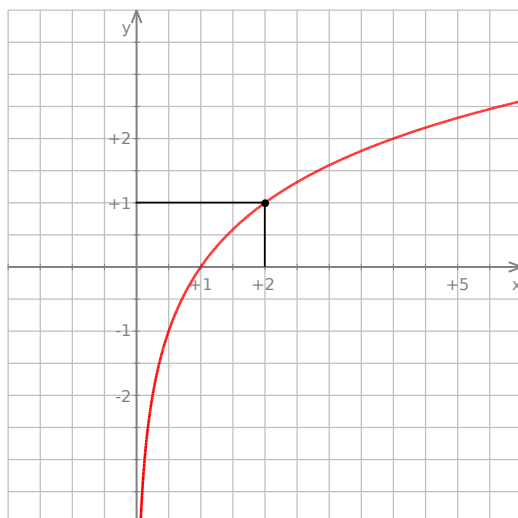
ZADANIE 2 (5 PKT.)

Wyznacz taki punkt A na prostej $2x + y - 1 = 0$, by suma kwadratów jego odległości od osi układu była najmniejsza.

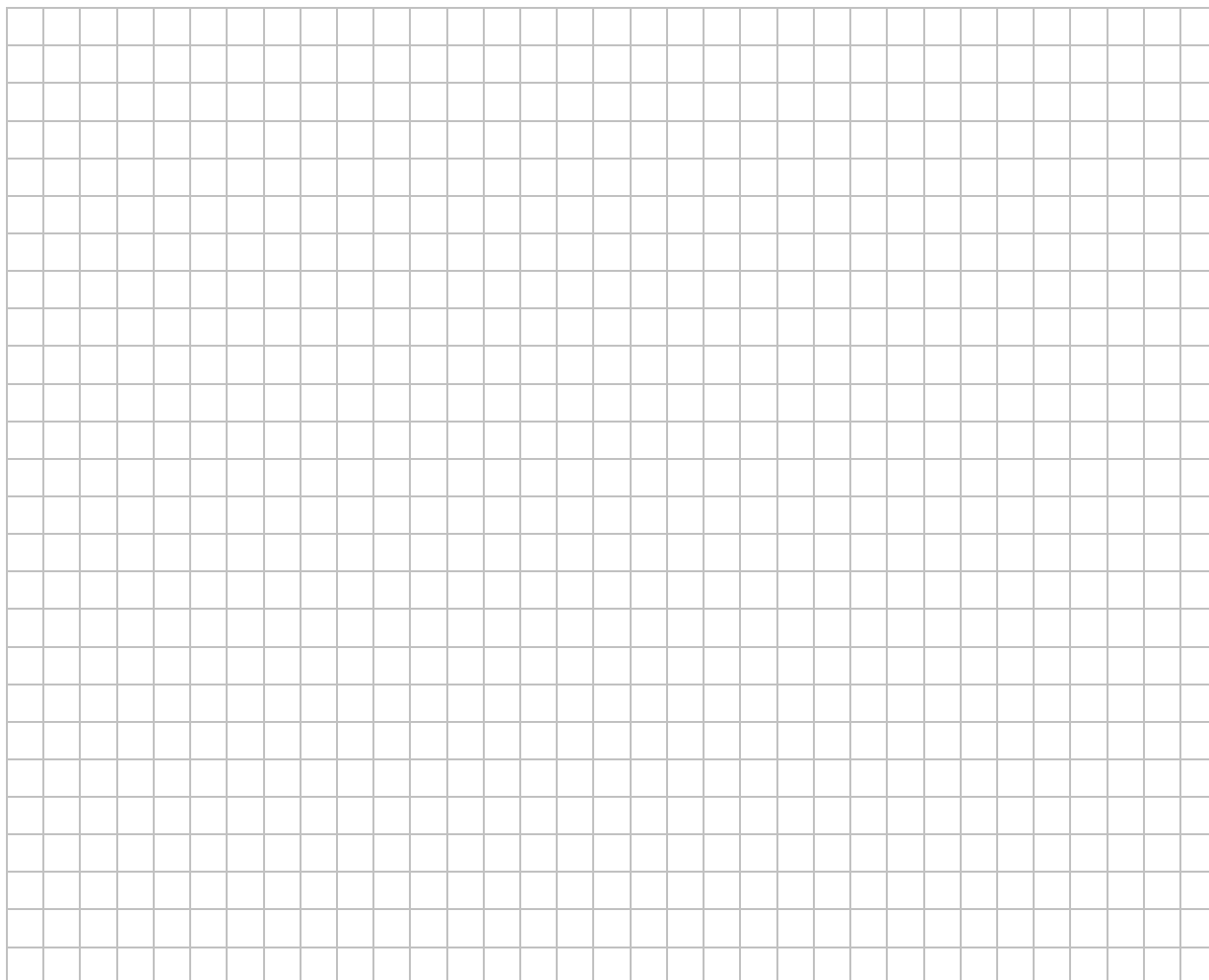


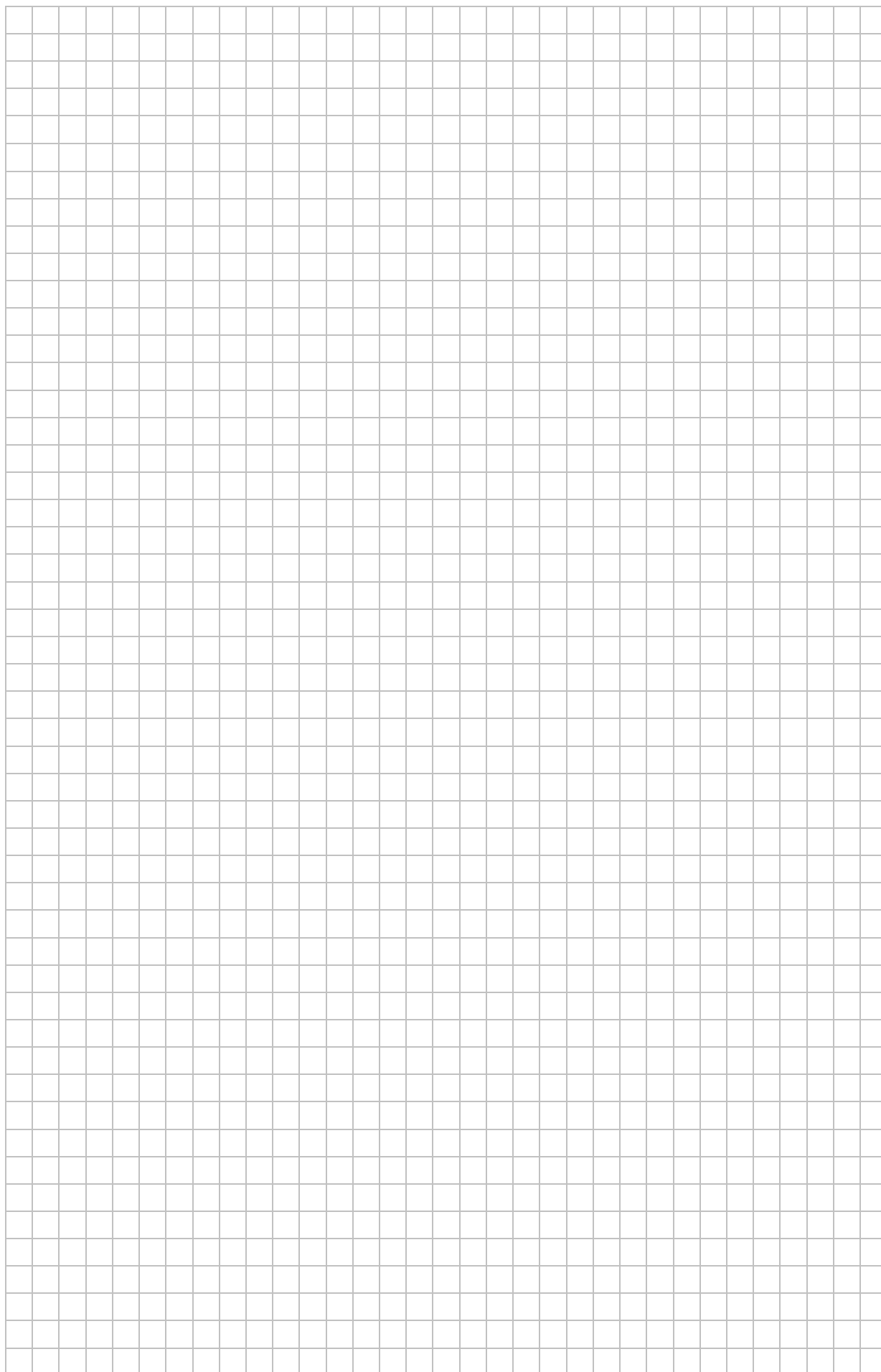
ZADANIE 3 (4 PKT.)

Dany jest wykres funkcji logarymicznej f .



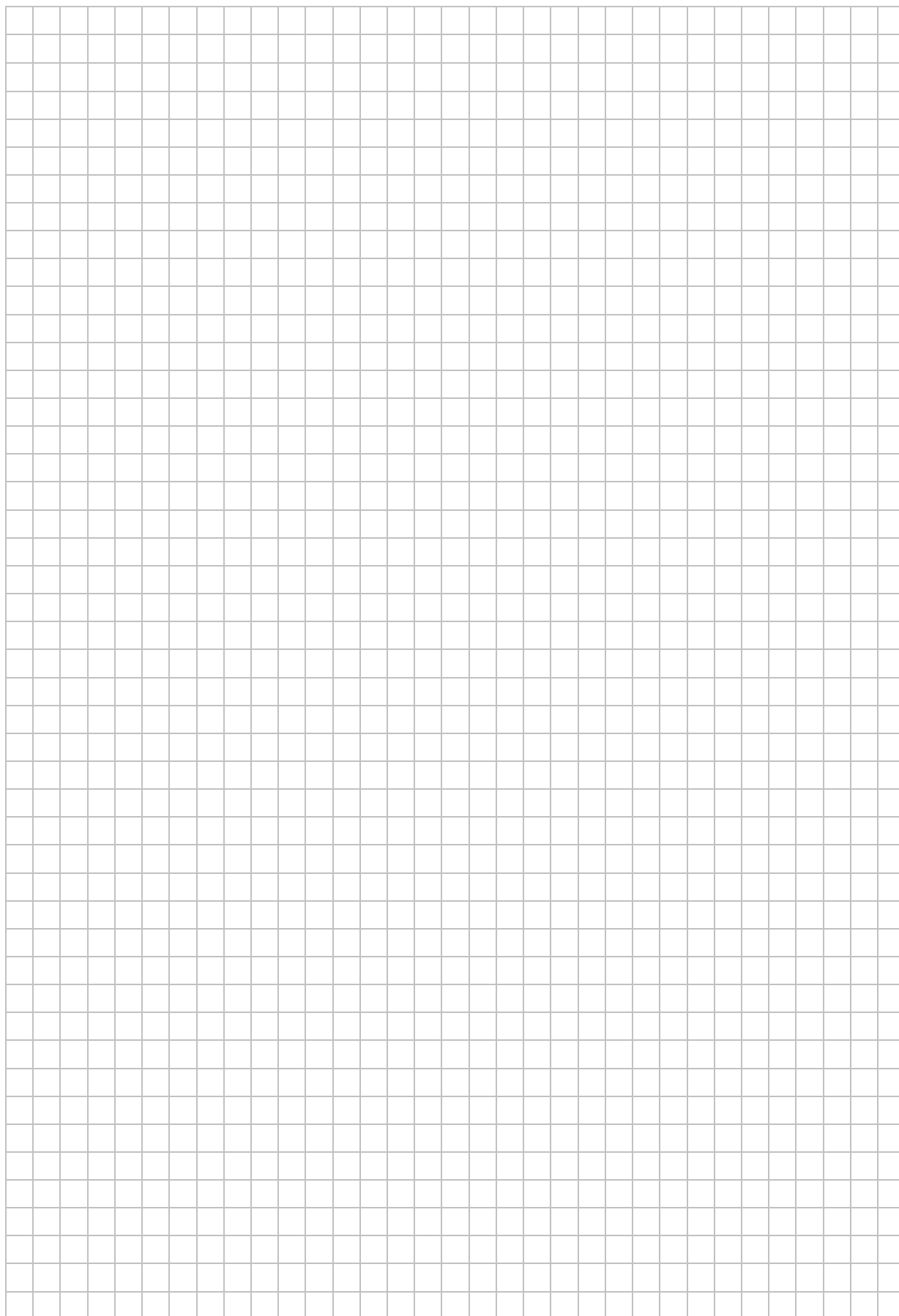
- Wyznacz wzór funkcji f .
- Narysuj wykres funkcji $g(x) = |f(x) - 2|$.
- Odczytaj z rysunku zbiór argumentów, dla których wartości funkcji g są nie mniejsze od wartości funkcji f .





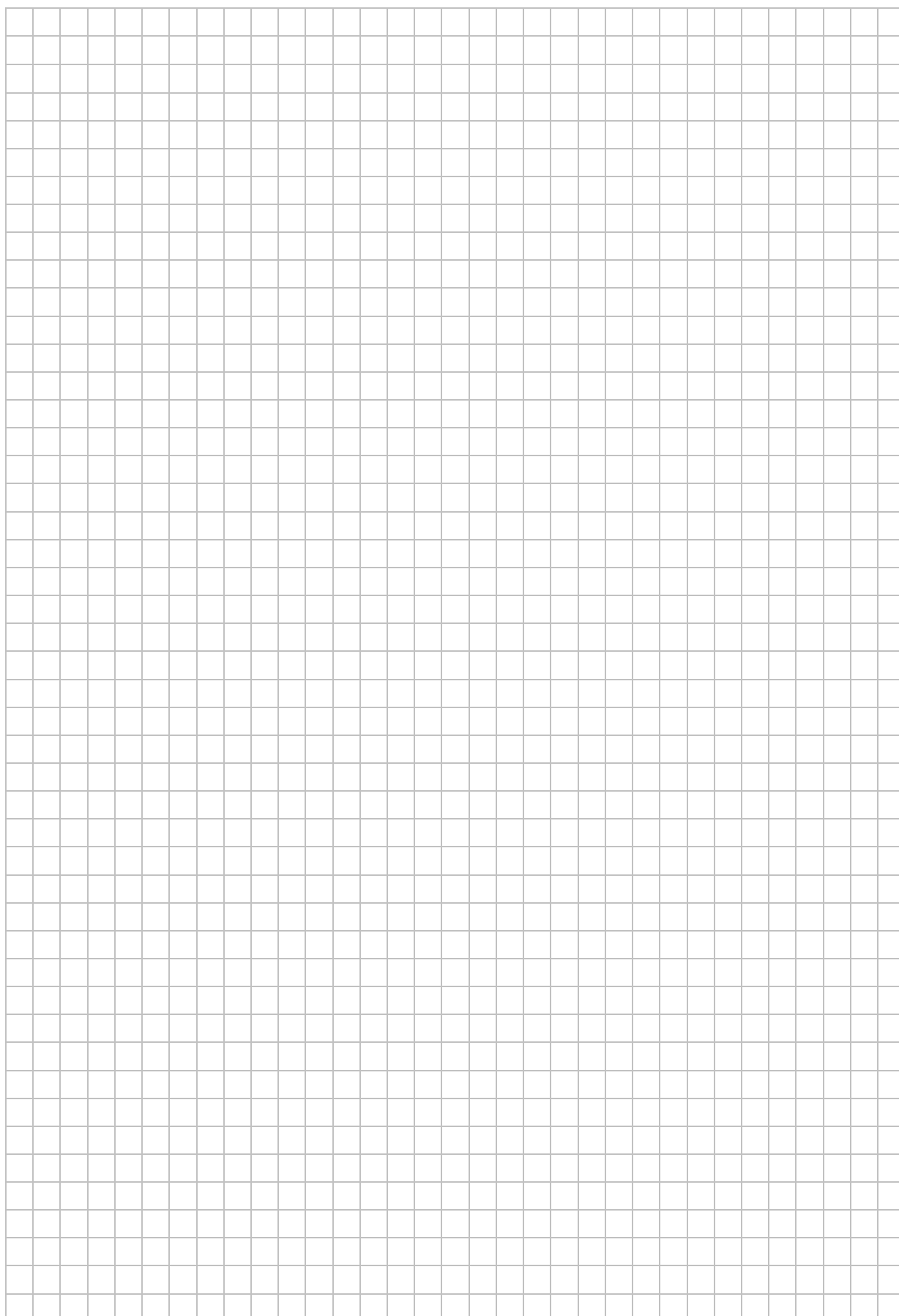
ZADANIE 4 (3 PKT.)

Wykaż, że jeśli α, β są kątami ostrymi trójkąta prostokątnego, to $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta \geq 2$.



ZADANIE 5 (4 PKT.)

Rozwiąż w zbiorze $(-2\pi, \pi)$ równanie $(\sin x - \cos x)^2 = 1$.



ZADANIE 6 (5 PKT.)

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny oraz $a_1 = x$ i $a_2 = 4x - 1$. Wiedząc, że $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 25$ oblicz x oraz sumę $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{25}$.



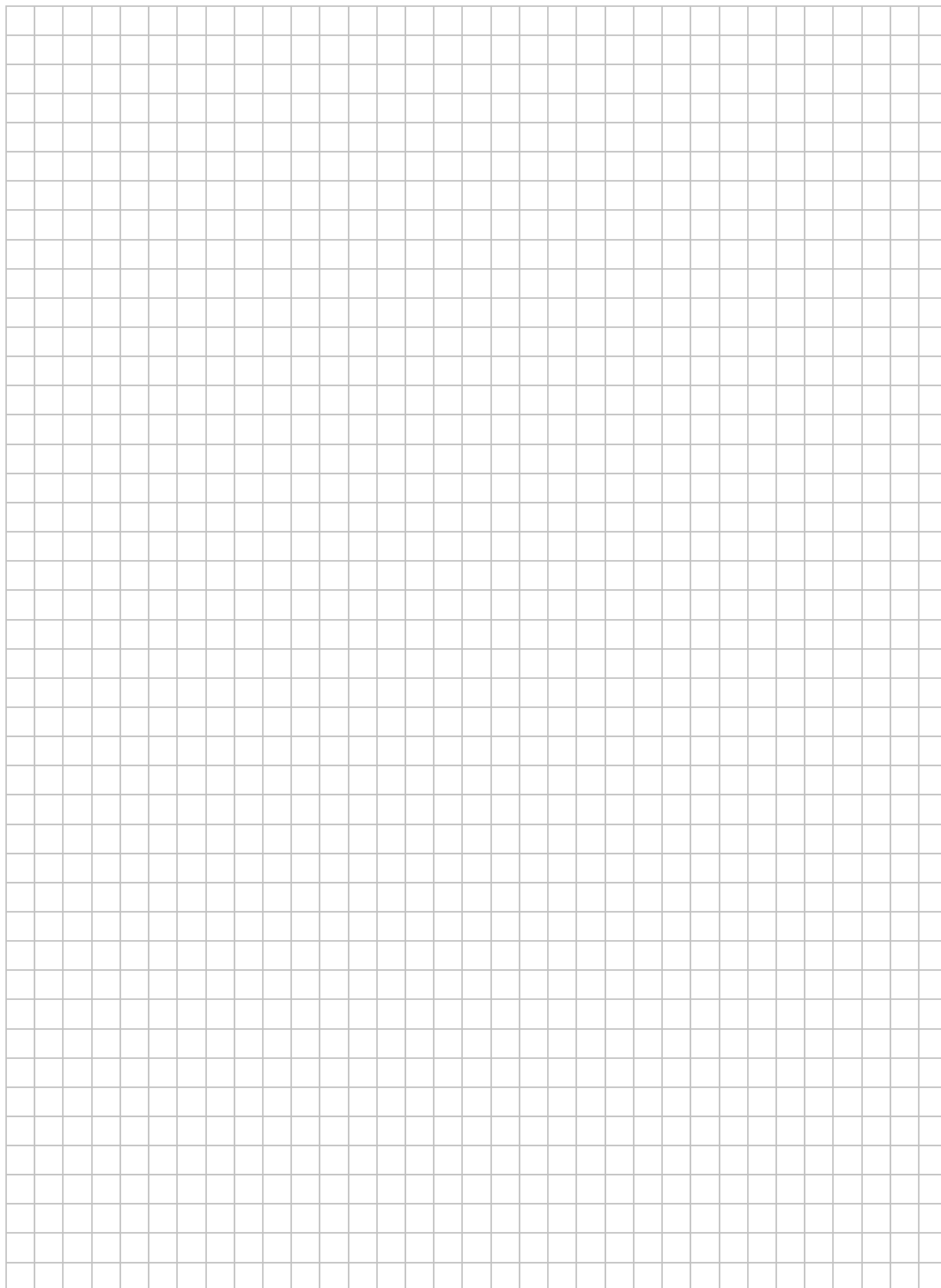
ZADANIE 7 (4 PKT.)

Trapez równoramienny $ABCD$ jest opisany na okręgu o promieniu r . Przekątna trapezu tworzy z dłuższą podstawą kąt α . Wyznacz obwód tego trapezu.



ZADANIE 8 (4 PKT.)

Na przyprostokątnych AB i AC trójkąta prostokątnego równoramiennego ABC zaznaczono odpowiednio punkty K i L tak, że $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{|CL|}{|LA|} = \frac{1}{2}$. Odcinki BL i CK przecinają się w punkcie M . Oblicz $\frac{|MB|}{|MK|}$.



ZADANIE 9 (4 PKT.)

Ile punktów wspólnych ma prosta MN z okręgiem $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ jeśli $M = (2009, 4012)$ oraz $N = (-50, -106)$.



ZADANIE 10 (3 PKT.)

Dane są punkty $A = (6\sqrt{3}, 2)$, $B = (-\sqrt{3}, 23)$, $C = (-\sqrt{10}, 26)$. Opisz za pomocą nierówności półpłaszczyznę o krawędzi AB , do której należy punkt C .



ZADANIE 11 (5 PKT.)

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest prostokąt $ABCD$ o bokach długości $|AB| = 7$ i $|BC| = 14$. Krawędź CS jest prostopadła do podstawy. Najdłuższa krawędź boczna tworzy z podstawą kąt 50° . Wykonaj rysunek pomocniczy tego ostrosłupa oraz oblicz jego objętość.



ZADANIE 12 (4 PKT.)

Do kina wybrało się 7 osób, wśród nich Basia i Janek. Wszyscy usiedli w jednym rzędzie, w którym jest dokładnie 7 wolnych miejsc. Oblicz, na ile sposobów wymienione osoby mogą zająć miejsca tak, by Basia i Janek siedzieli obok siebie. Oblicz też prawdopodobieństwo tego, że przy losowym zajmowaniu miejsc Basia i Janek nie siedzą obok siebie.

