

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

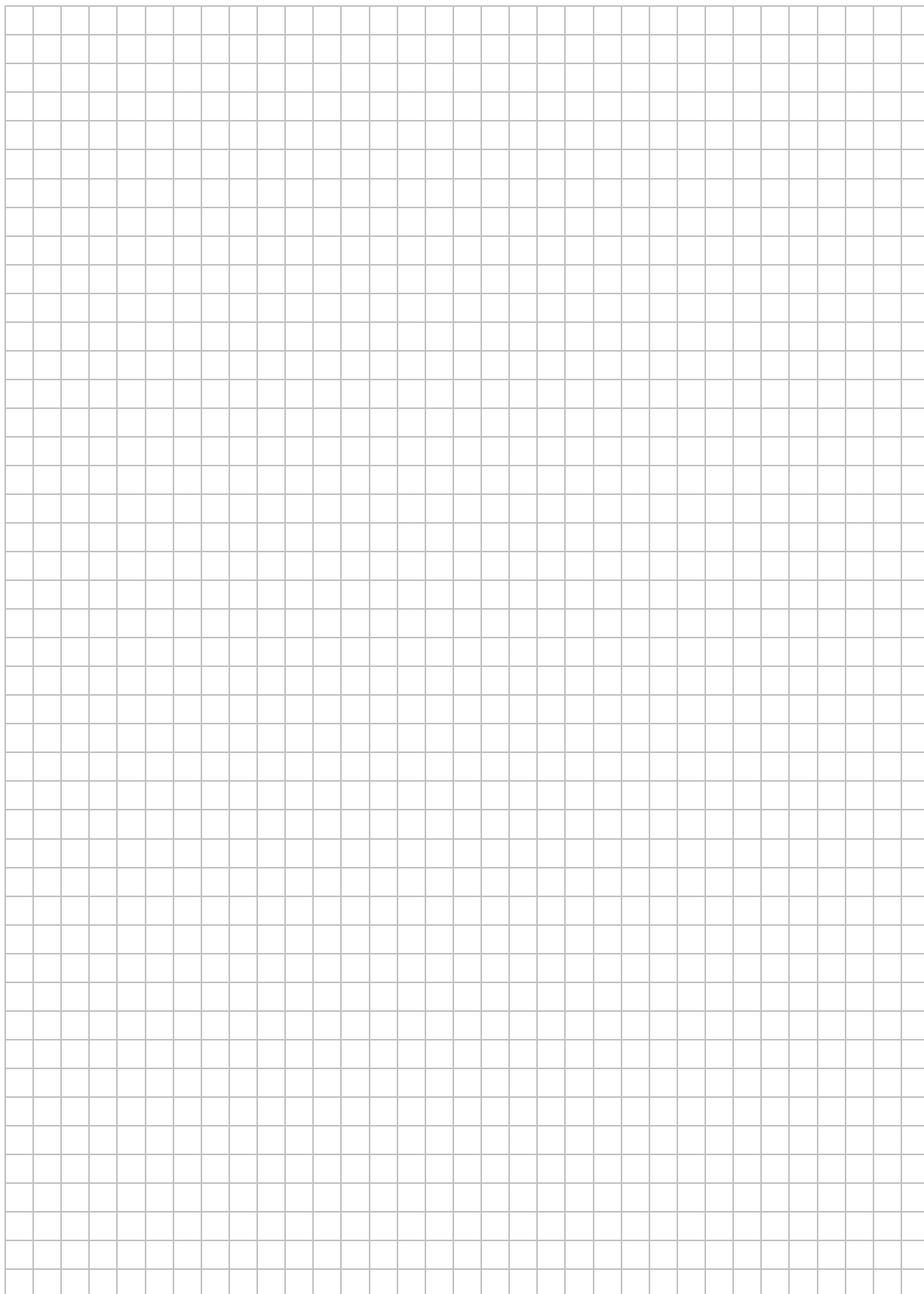
POZIOM ROZSZERZONY

4 KWIETNIA 2009

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (4 PKT.)

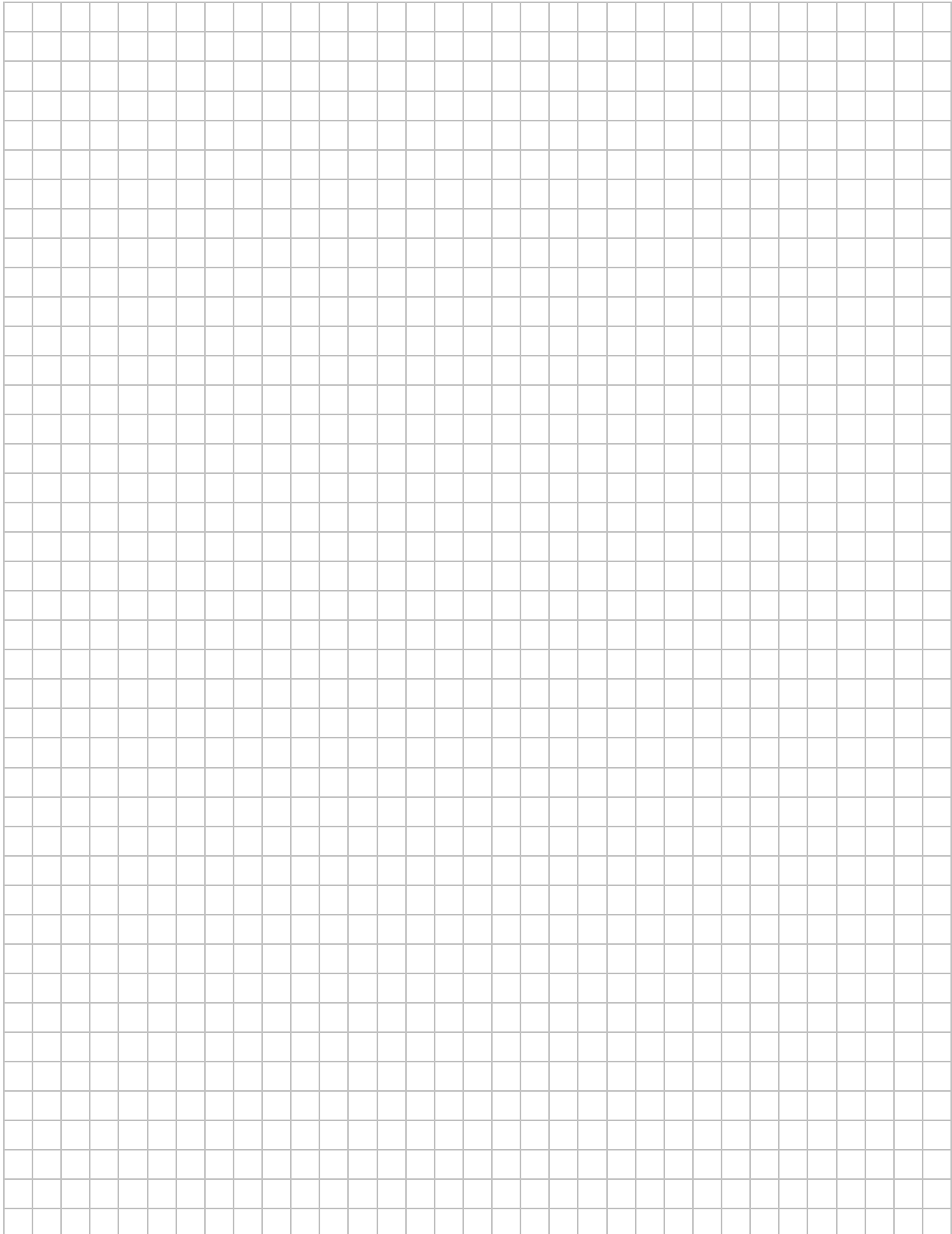
W trójkącie prostokątnym  $ABC$  przyprostokątne mają długości:  $|BC| = 6$ ,  $|CA| = 8$ . Na boku  $AC$  wybrano punkt  $D$  tak, że odcinki  $BD$  i  $AD$  mają równe długości. Oblicz długość odcinka  $CD$ .



ZADANIE 2 (5 PKT.)

Dana jest funkcja  $f(x) = \log_x 2$ .

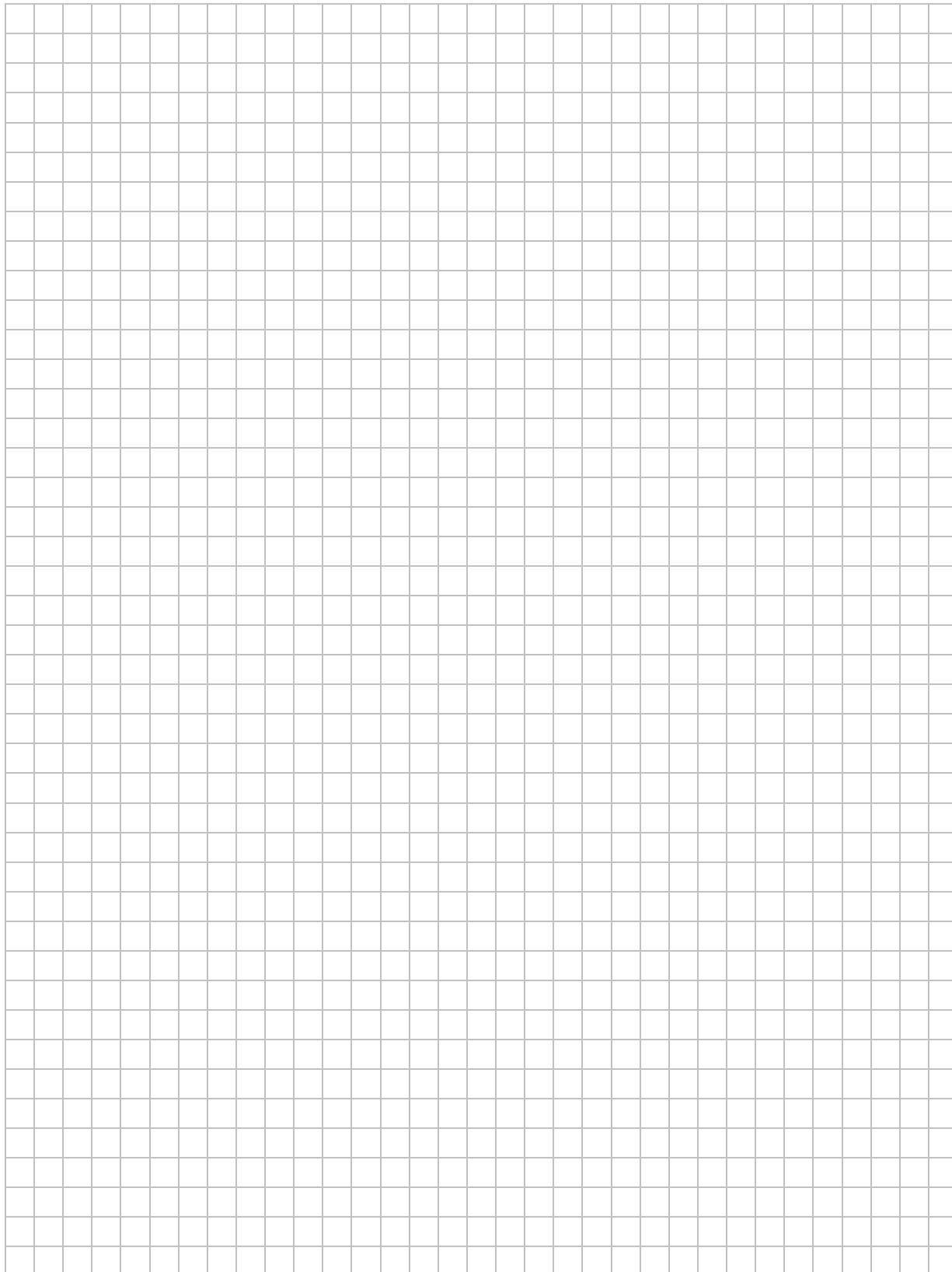
- Określ dziedzinę funkcji  $f(x)$ .
- Naszkiej wykres funkcji  $g(x) = \frac{1}{|f(x+3)|} + 1$ .
- Odczytaj z wykresu maksymalne przedziały monotoniczności funkcji  $g(x)$ .



ZADANIE 3 (5 PKT.)

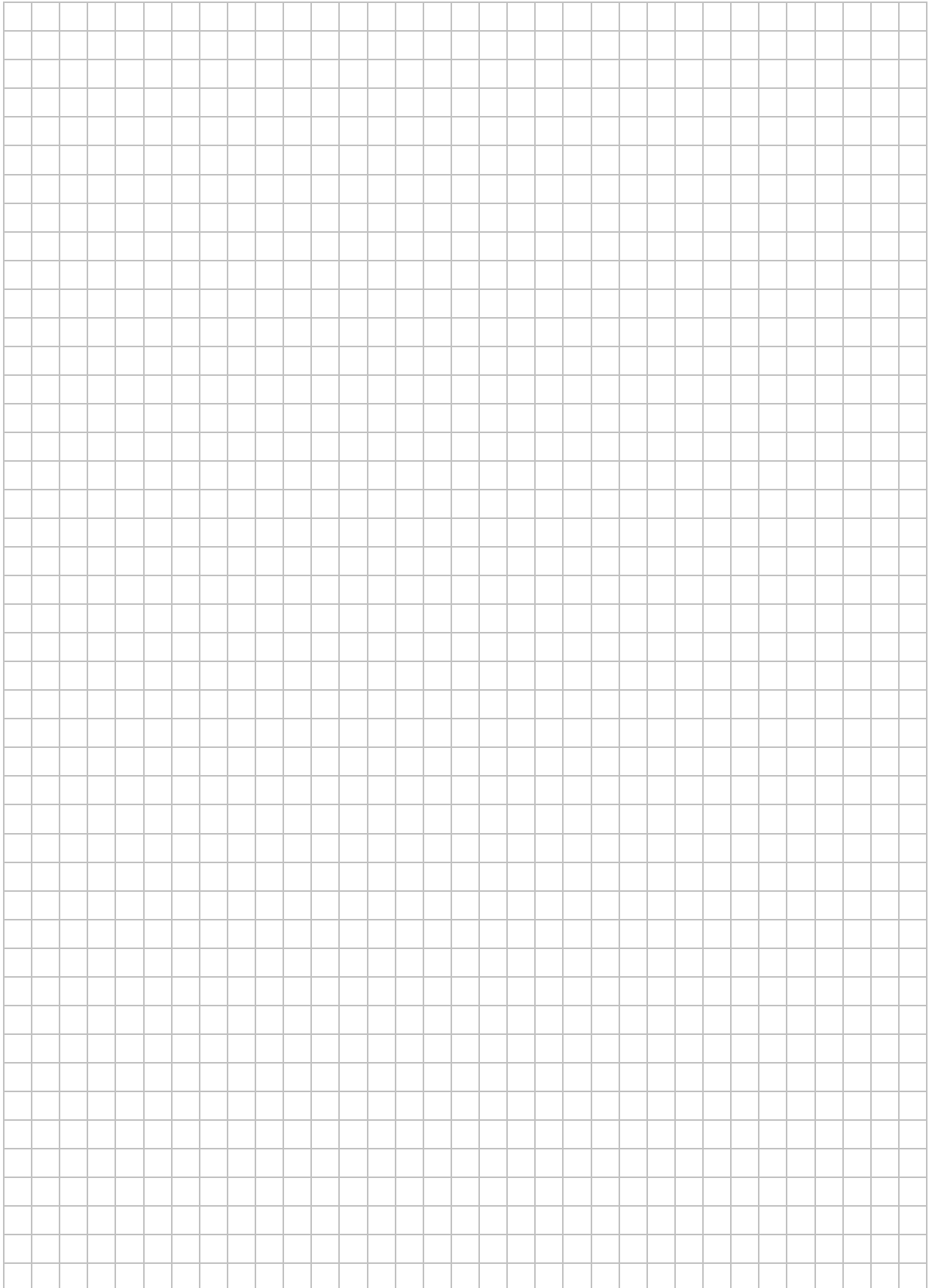
Wierzchołek  $C$  trójkąta  $ABC$  leży na okręgu o równaniu  $x^2 + 12x + y^2 - 2y + 21 = 0$ , a pozostałe wierzchołki mają współrzędne  $A = (-4, 1)$  i  $B = (2, 1)$ . Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{\sin \angle ABC}{\sin \angle BAC}$$



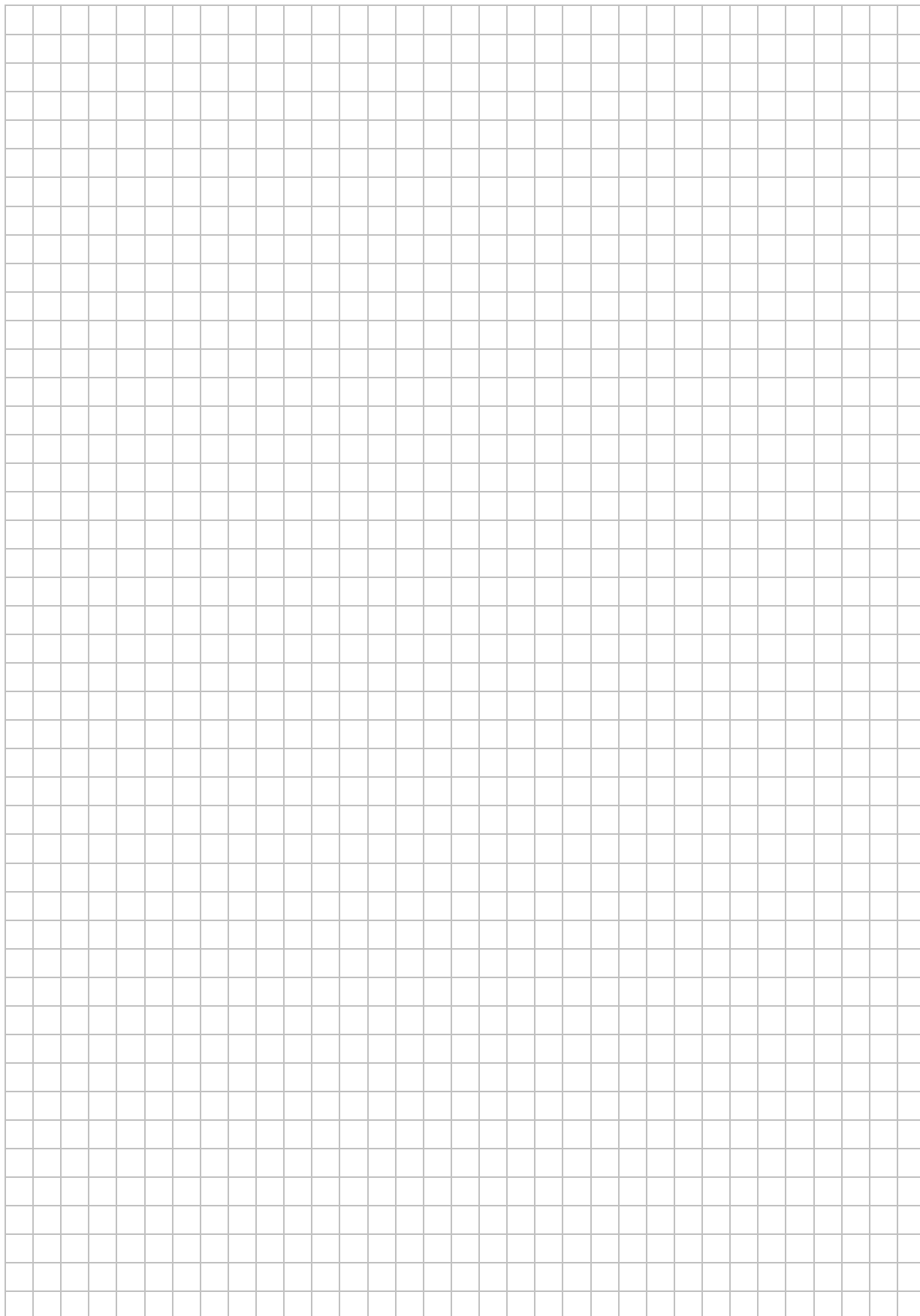
ZADANIE 4 (4 PKT.)

Opuszczone z wysokości 705,6 m ciało w ciągu pierwszej sekundy przebyło drogę 4,9 m, a w każdej następnej sekundzie przebyło drogę o 9,8 m dłuższą niż w poprzedniej sekundzie. Po ilu sekundach ciało spadło na powierzchnię Ziemi?



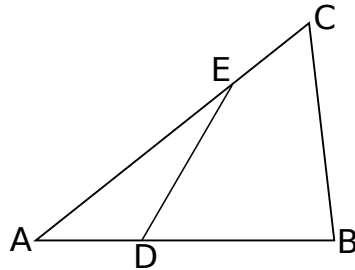
ZADANIE 5 (4 PKT.)

Oblicz prawdopodobieństwo, że w rzucie pięcioma sześciennymi kostkami do gry otrzymamy sumę oczek różną od 28.



ZADANIE 6 (5 PKT.)

Na bokach  $AB$  i  $AC$  trójkąta  $ABC$ , który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty  $D$  i  $E$ , że  $|AD| : |DB| = 1 : k$  oraz  $|AE| : |EC| = k : 1$ , dla  $k \in (0, +\infty)$ .



- a) Wyznacz wzór funkcji  $f(k)$ , która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów  $ADE$  i  $ABC$ .
- b) Wiedząc że  $\frac{|AB|}{|AC|} = m$ , dla  $m \in (0, 1)$  wyznacz wszystkie wartości parametru  $k$ , dla których trójkąty  $ADE$  i  $ABC$  są podobne.



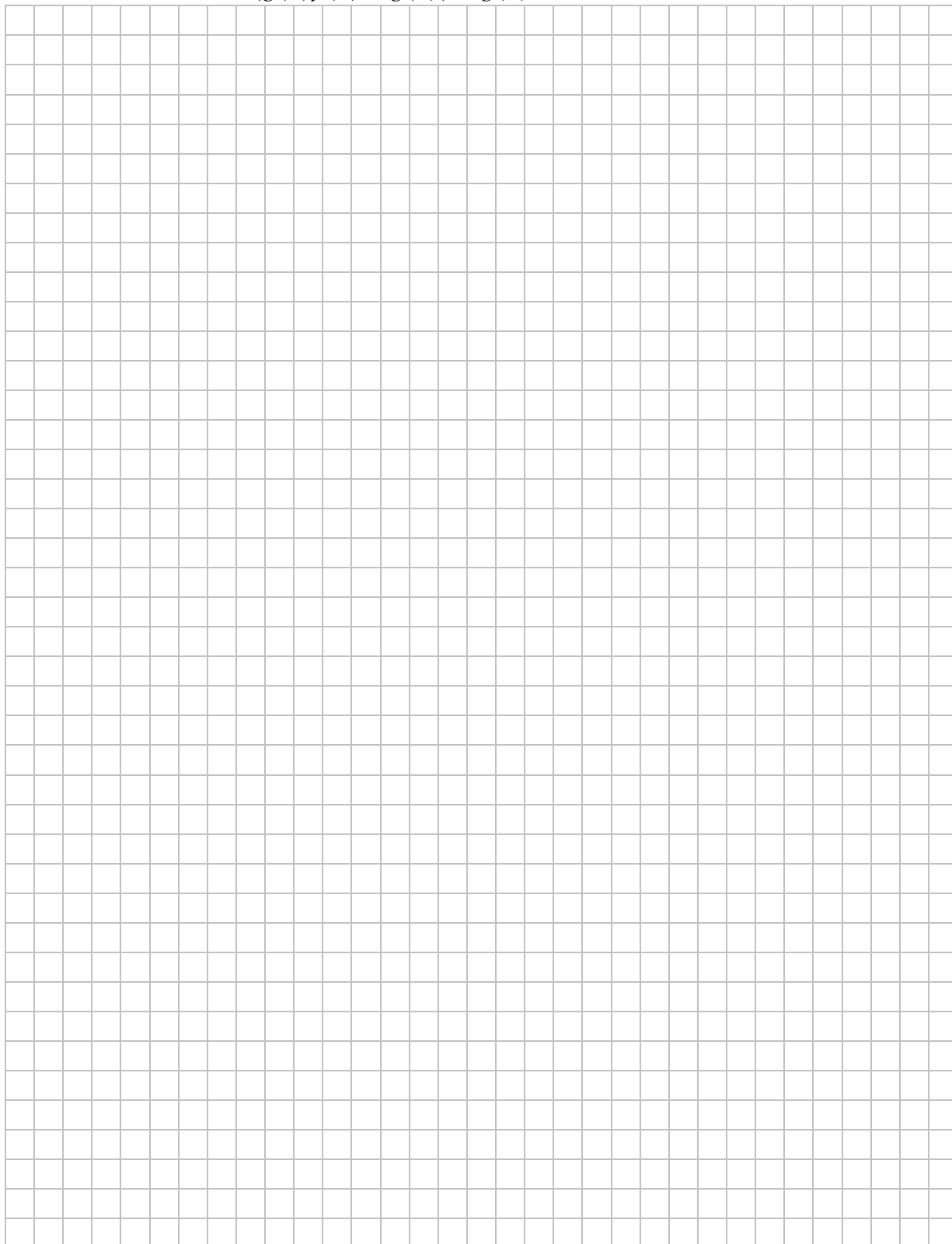




ZADANIE 7 (5 PKT.)

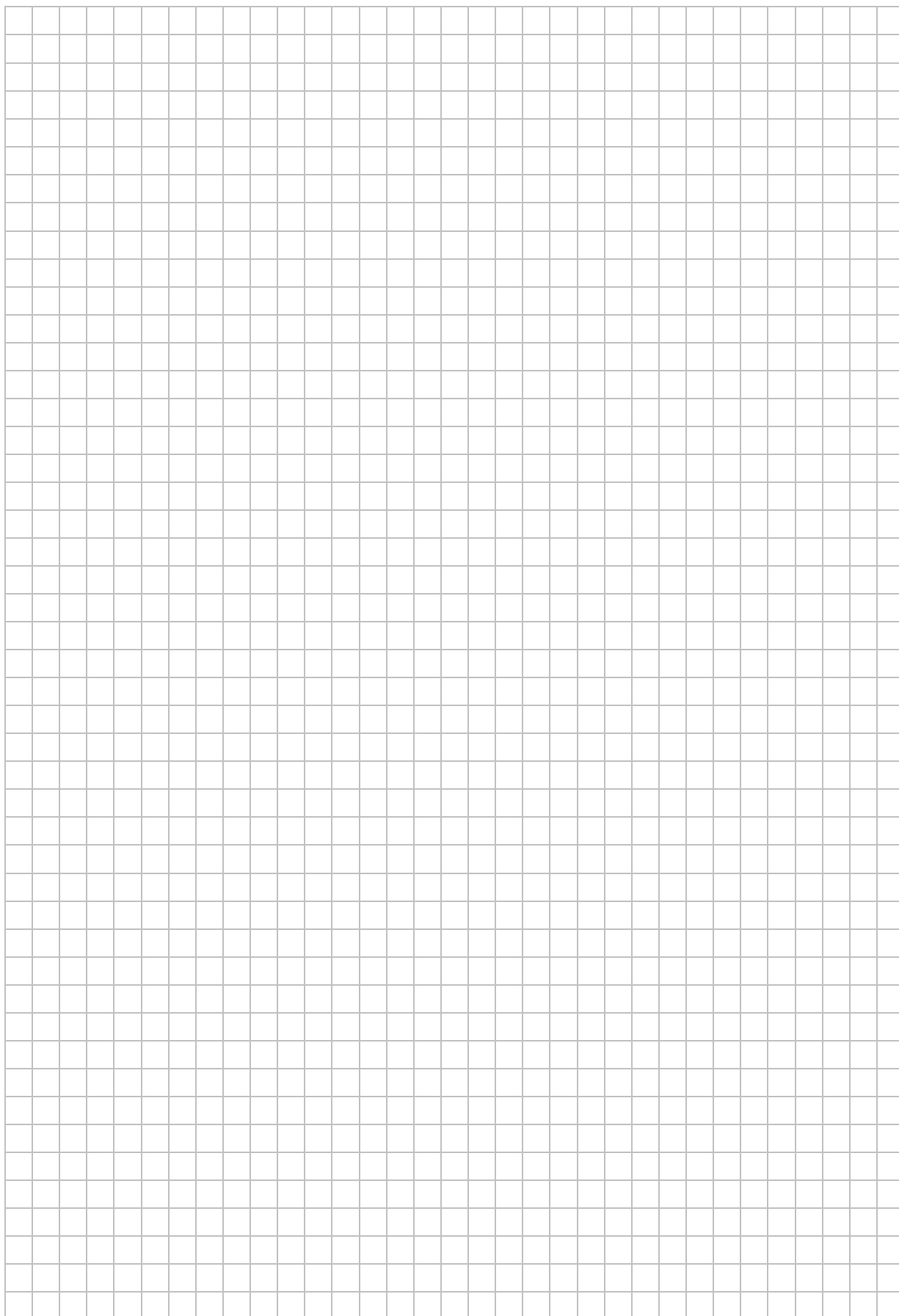
Wykres funkcji kwadratowej  $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$  przesunięto o  $p$  jednostek wzdłuż osi  $Ox$  i o  $q$  jednostek wzdłuż osi  $Oy$ . Otrzymano w ten sposób wykres funkcji  $g(x) = -2x^2 + 7x - 5$ .

- a) Wyznacz liczby  $p$  i  $q$ .
- b) Rozwiąż równanie  $|g(x)f(x) - g(x)| = g(x)$ .



ZADANIE 8 (3 PKT.)

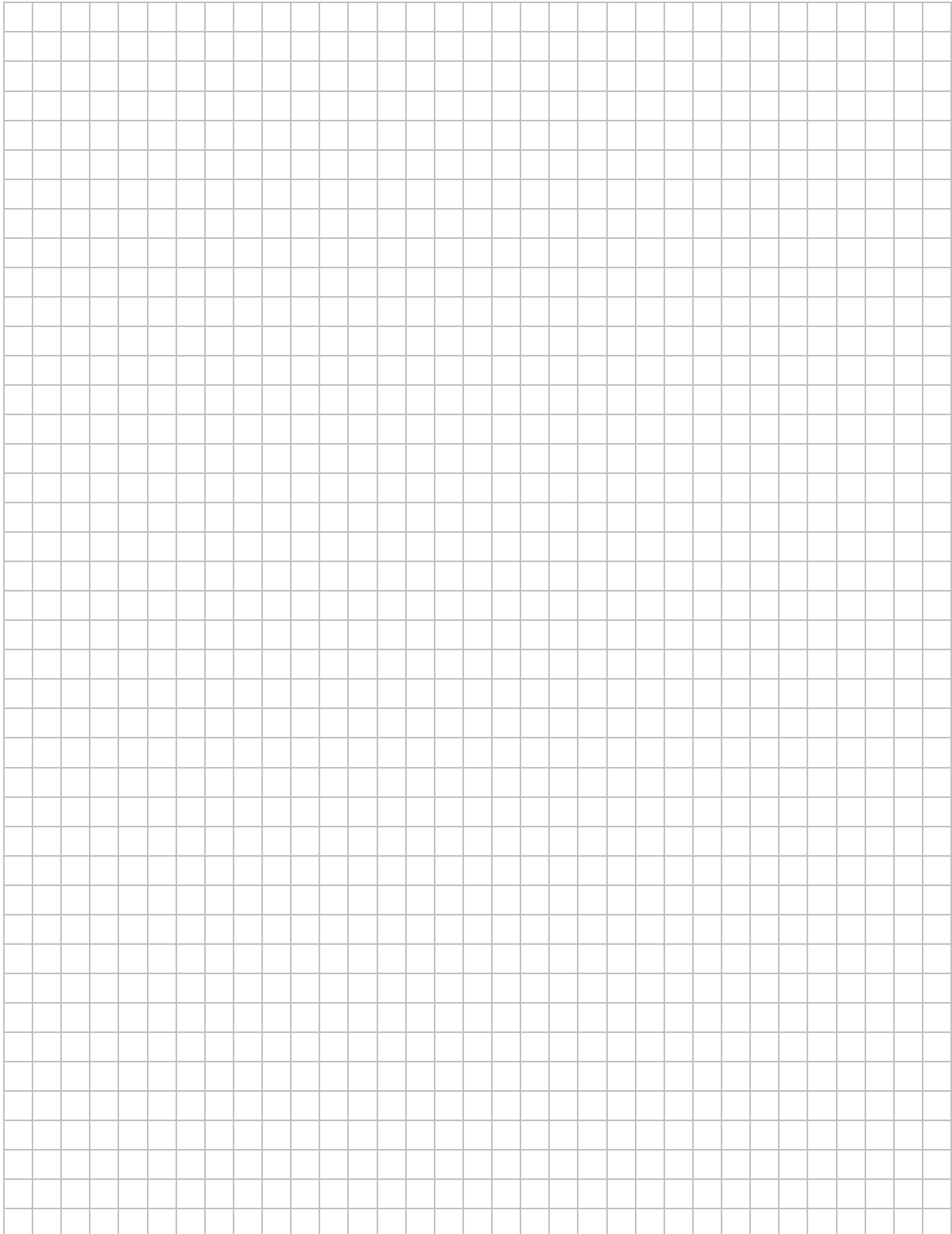
Rozwiąż nierówność  $\frac{2}{x^2+1} + \frac{x^2+1}{2} > 2$ .



ZADANIE 9 (5 PKT.)

Ciąg  $(a_n)$  określony jest przez warunki  $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+2} = -a_n \end{cases}$  dla  $n \geq 1$ .

- a) Wypisz 6 początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ .
- b) Oblicz sumę 20 początkowych wyrazów ciągu  $(b_n)$  danego wzorem  $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ .

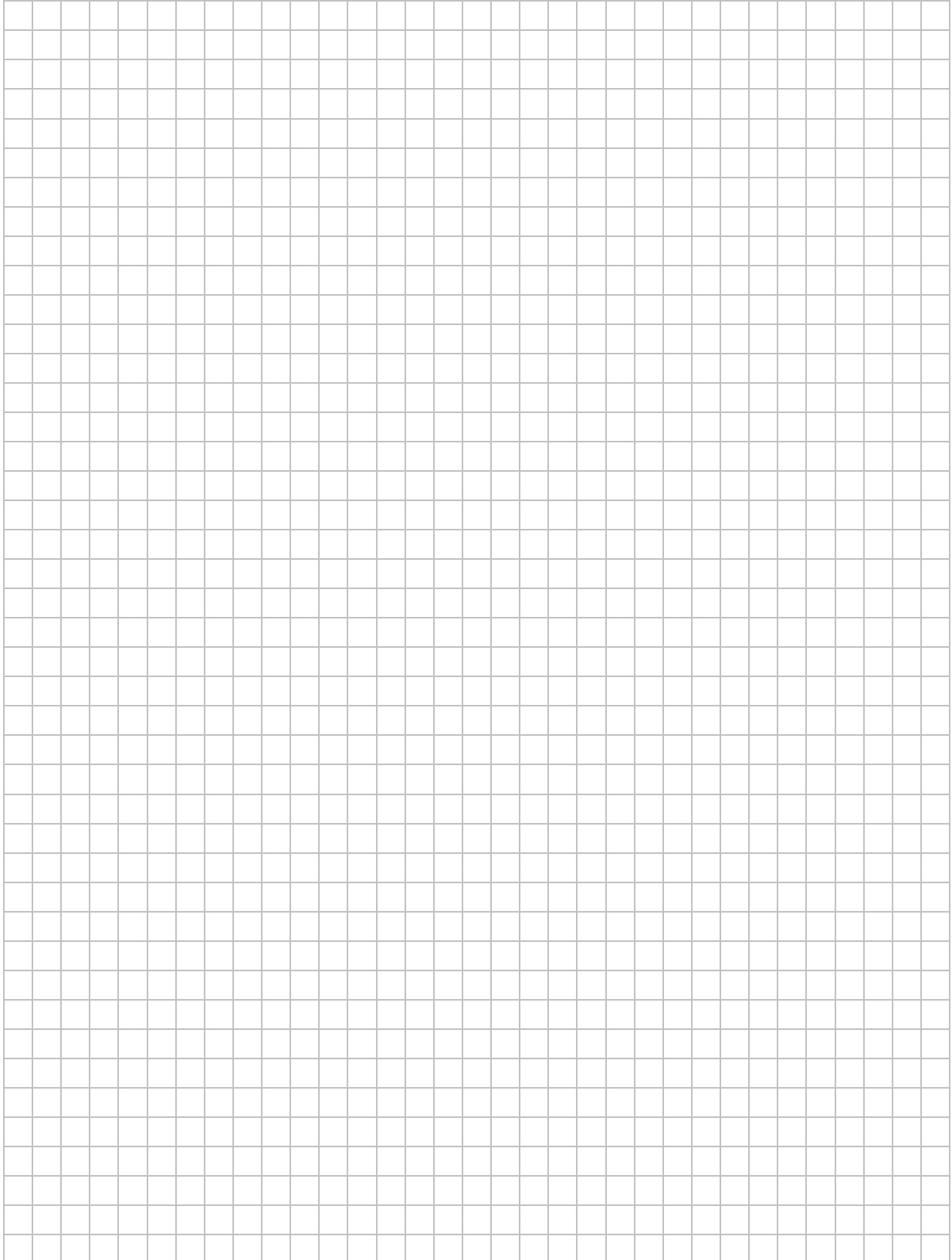


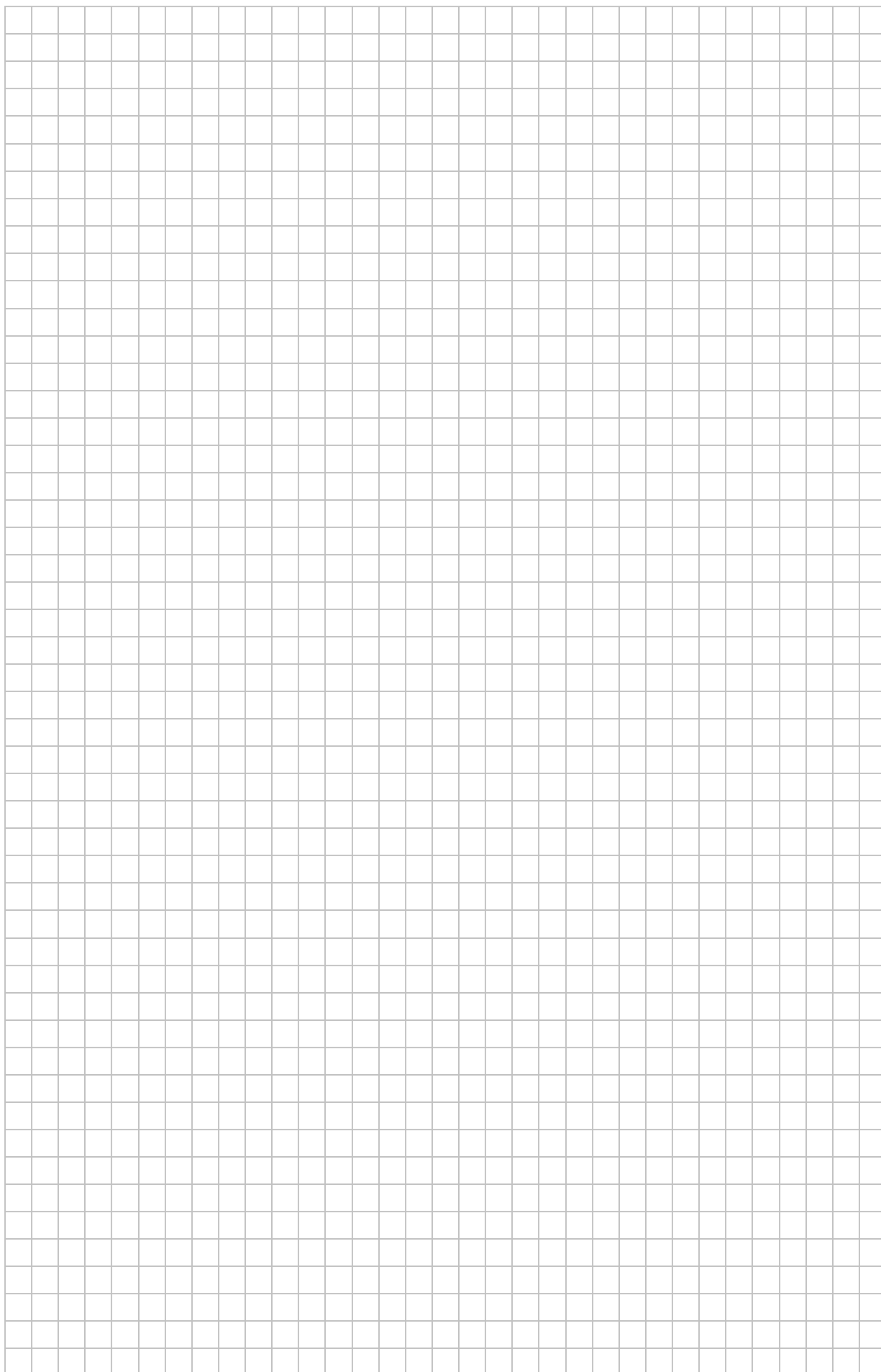
ZADANIE 10 (5 PKT.)

Dany jest wielomian  $W(x) = 10x^3 + 15x^2 + 7x + 1$ .

a) Zapisz wielomian  $W(x)$  jako iloczyn wielomianów liniowych.

b) Określ dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_3(-x) + \log_3\left(-\frac{W(x)}{x}\right)$ .





ZADANIE 11 (5 PKT.)

W stożek o promieniu podstawy 6 i wysokości 8 wpisujemy graniastosłupy prawidłowe sześciokątne tak, że jedna podstawa jest zawarta w podstawie stożka, a pozostałe wierzchołki należą do powierzchni bocznej stożka. Oblicz objętość graniastosłupa o największym polu powierzchni bocznej.

