

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

13 MARCA 2021

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Suma

$$2022 + 20,22 + 0,2022 + 0,002022 + \dots$$

wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego liczb rzeczywistych jest równa

A) 202200

B)  $\frac{67400}{33}$

C) 67400

D)  $\frac{20220}{99}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica ciągu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2n^2-1}{2n+1} - \frac{n^2}{n+1} \right)$  jest równa

A) 1

B)  $\frac{2}{3}$

C)  $\frac{1}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba  $x = \log_3 6 + \log_9 4 + \log_{27} 8$  jest równa

A)  $\log_3 48$

B)  $\log_9 48$

C)  $\log_3 24$

D)  $\log_9 24$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Niech  $A$  i  $B$  będą takim zdarzeniami losowymi, że  $P(B) = 0,7$  i  $P(B \setminus A) = 0,3$ . Wtedy prawdopodobieństwo warunkowe  $P(A|B)$  jest równe

A)  $\frac{3}{7}$

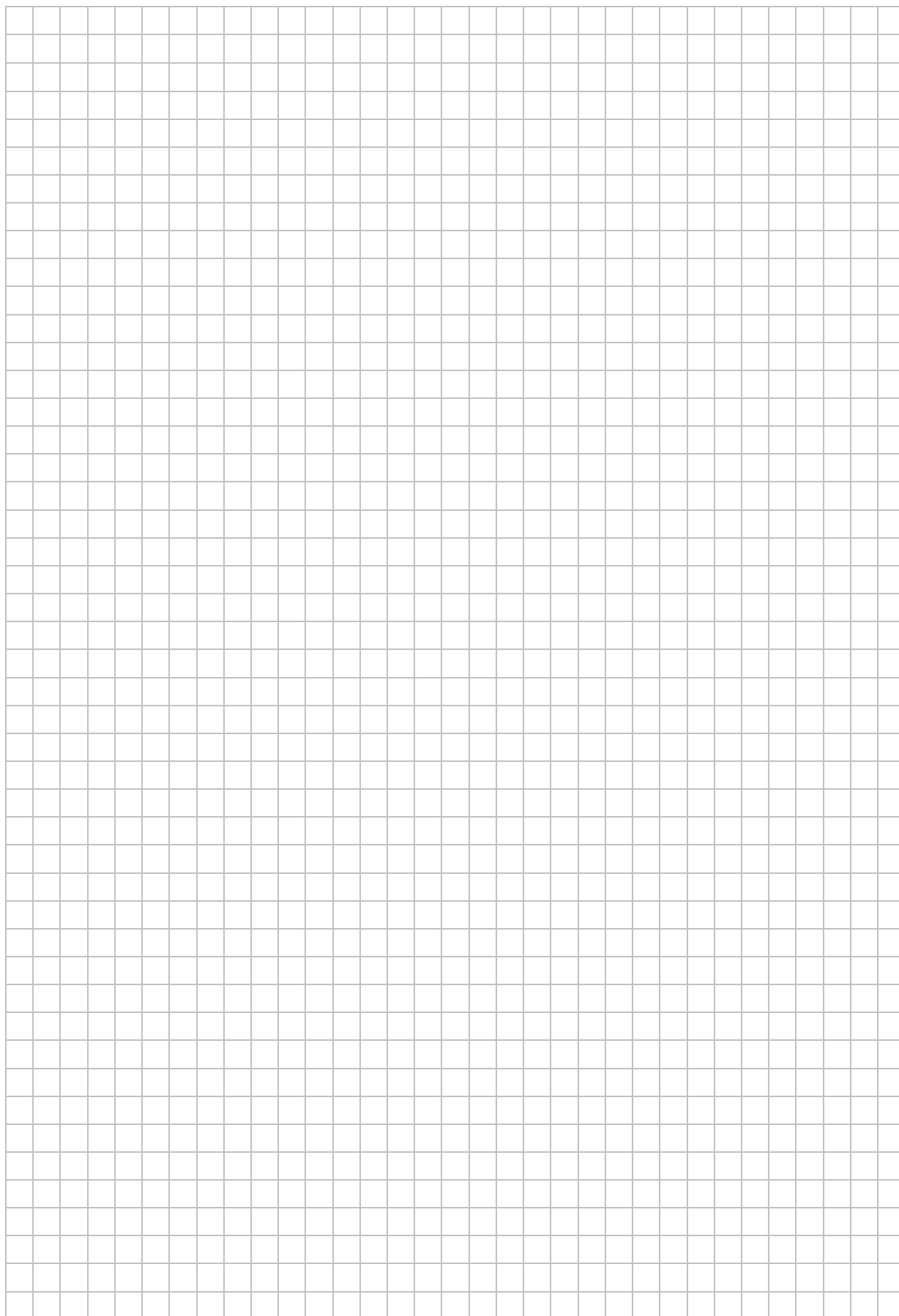
B)  $\frac{4}{7}$

C)  $\frac{5}{7}$

D)  $\frac{6}{7}$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Oblicz granice jednostronne funkcji  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x+7}}{x}$  w punkcie  $x = 0$ .



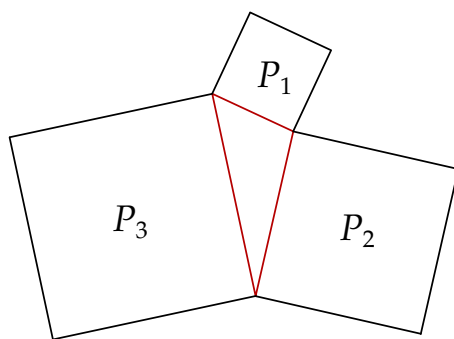
ZADANIE 6 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których równanie  $|x - 7| = (a + 2)^2 - 9$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

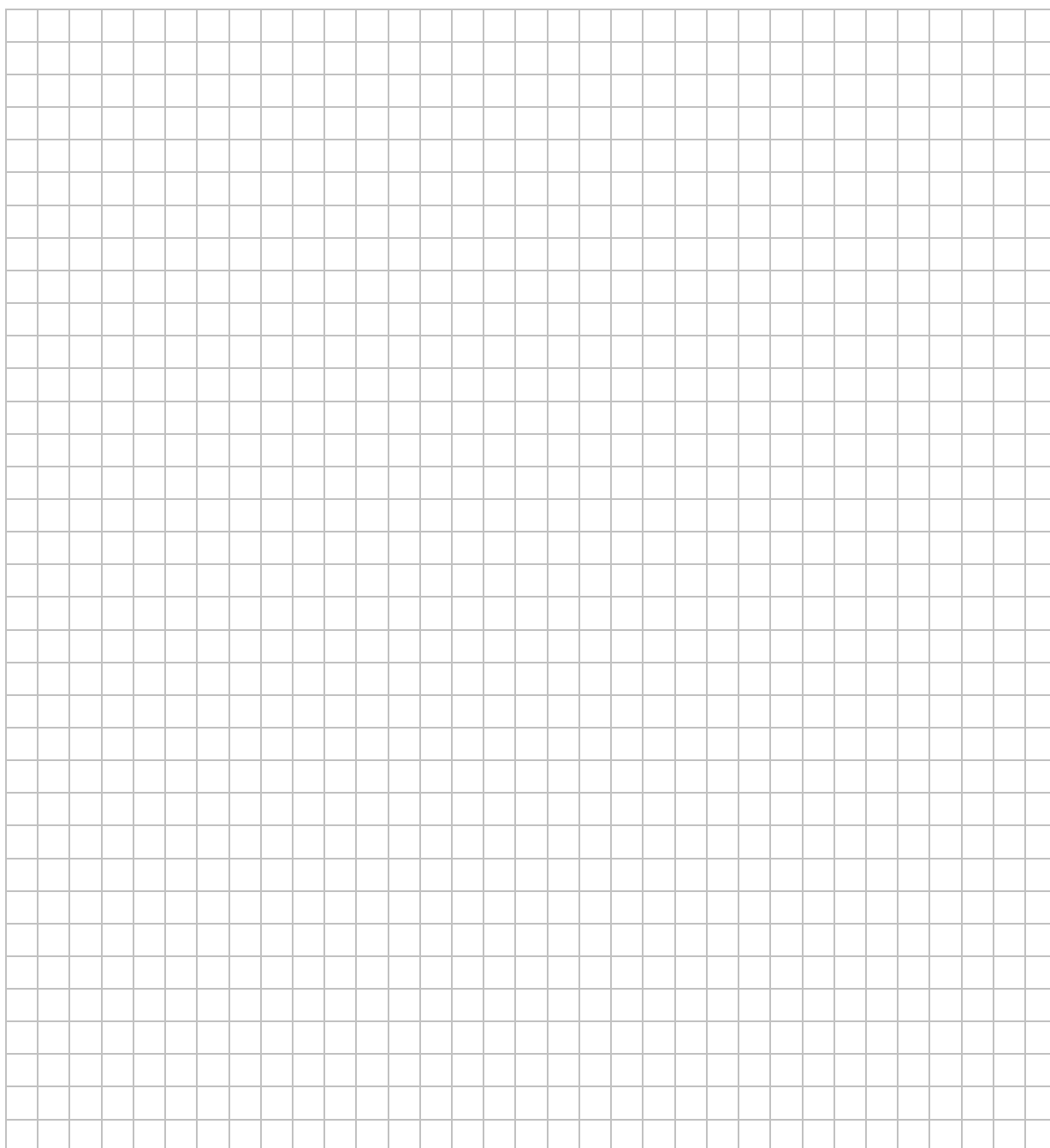


ZADANIE 7 (3 PKT)

Na bokach trójkąta zbudowano kwadraty o polach  $P_1, P_2$  i  $P_3$  (zobacz rysunek)

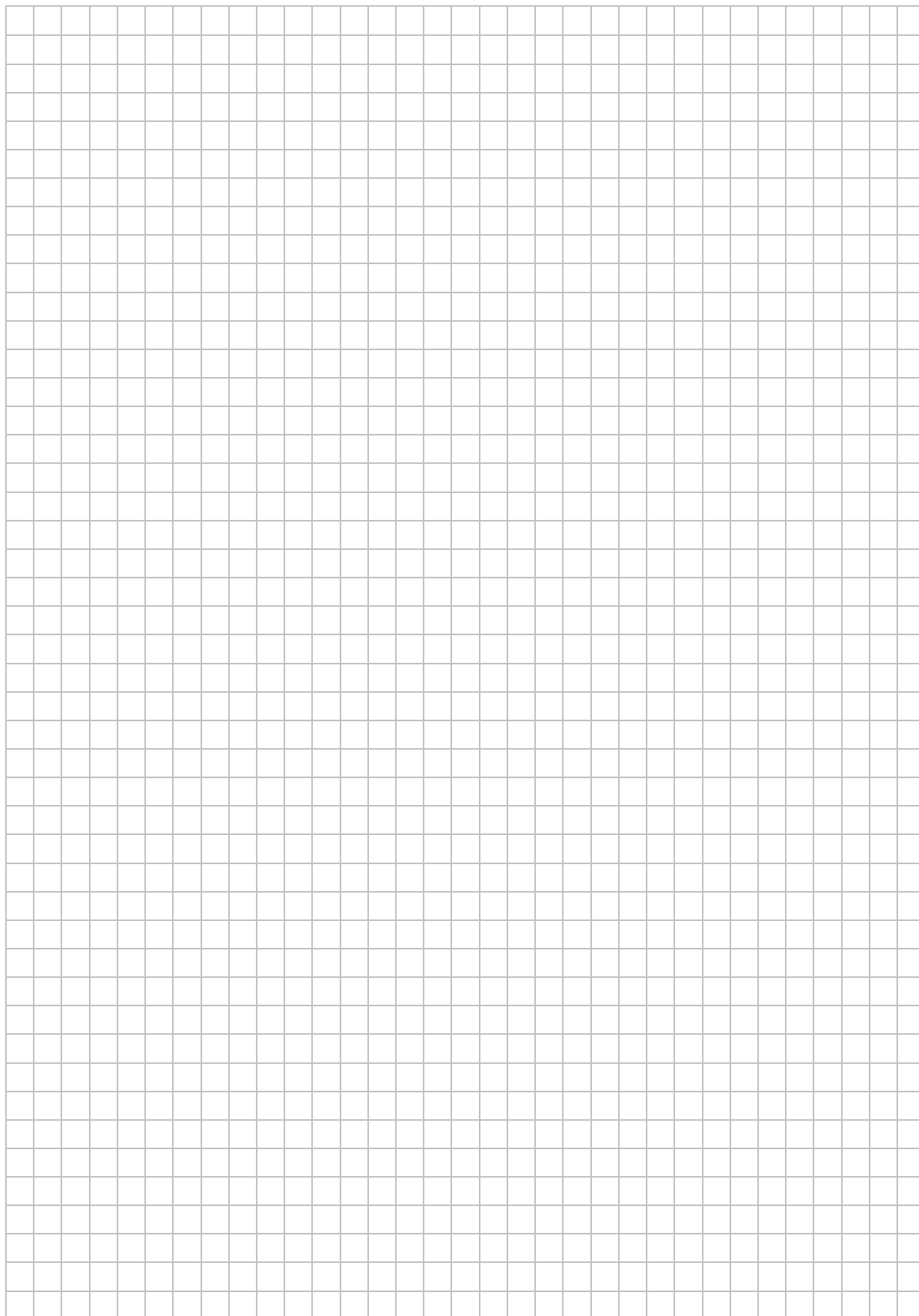


Wykaż, że  $P_1 + P_2 > \frac{1}{2}P_3$ .



## ZADANIE 8 (3 PKT)

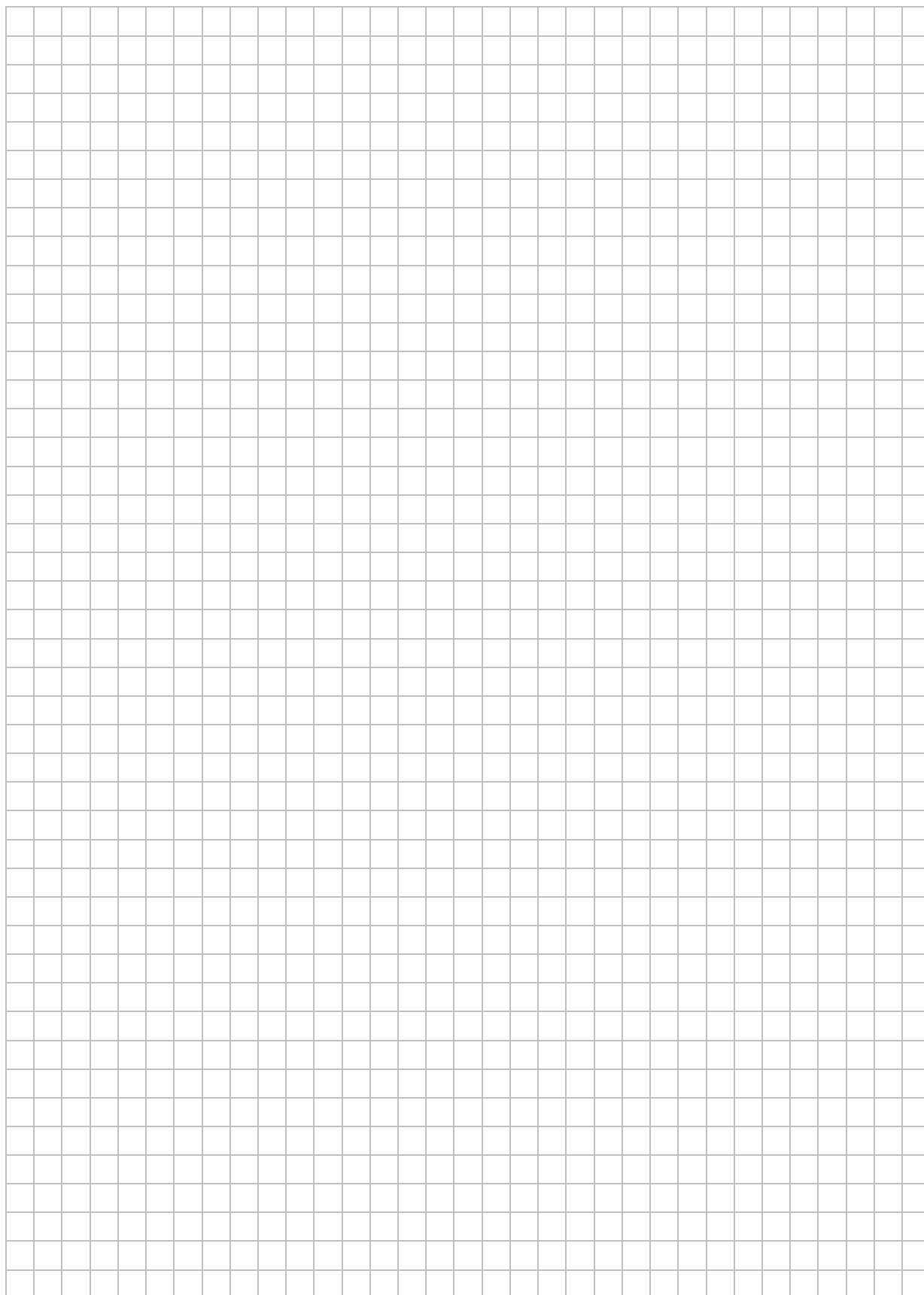
Wykres funkcji  $y = \frac{5}{x}$  przesunięto o wektor  $\vec{v} = [2, k]$  i otrzymano wykres funkcji  $y = \frac{ax+11}{x+d}$ .  
Wyznacz  $a, d$  i  $k$ .



## ZADANIE 9 (4 PKT)

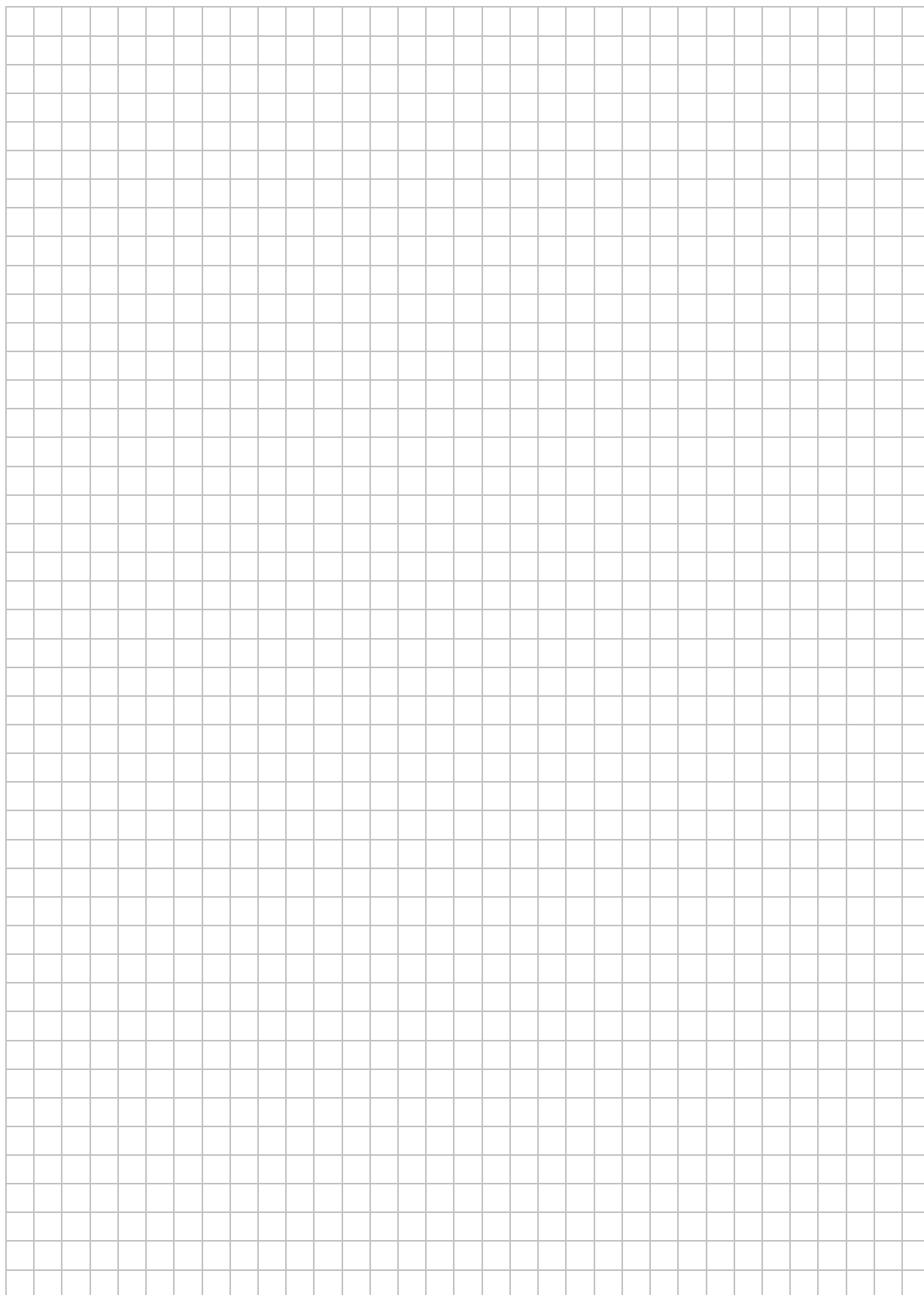
Wykaż, że

$$\frac{\sin\left(\frac{x}{2} + 30^\circ\right) \sin\left(\frac{x}{2} - 30^\circ\right)}{\cos\left(\frac{x}{2} + 30^\circ\right) \cos\left(\frac{x}{2} - 30^\circ\right)} = \frac{1 - 2 \cos x}{1 + 2 \cos x}.$$



## ZADANIE 10 (4 PKT)

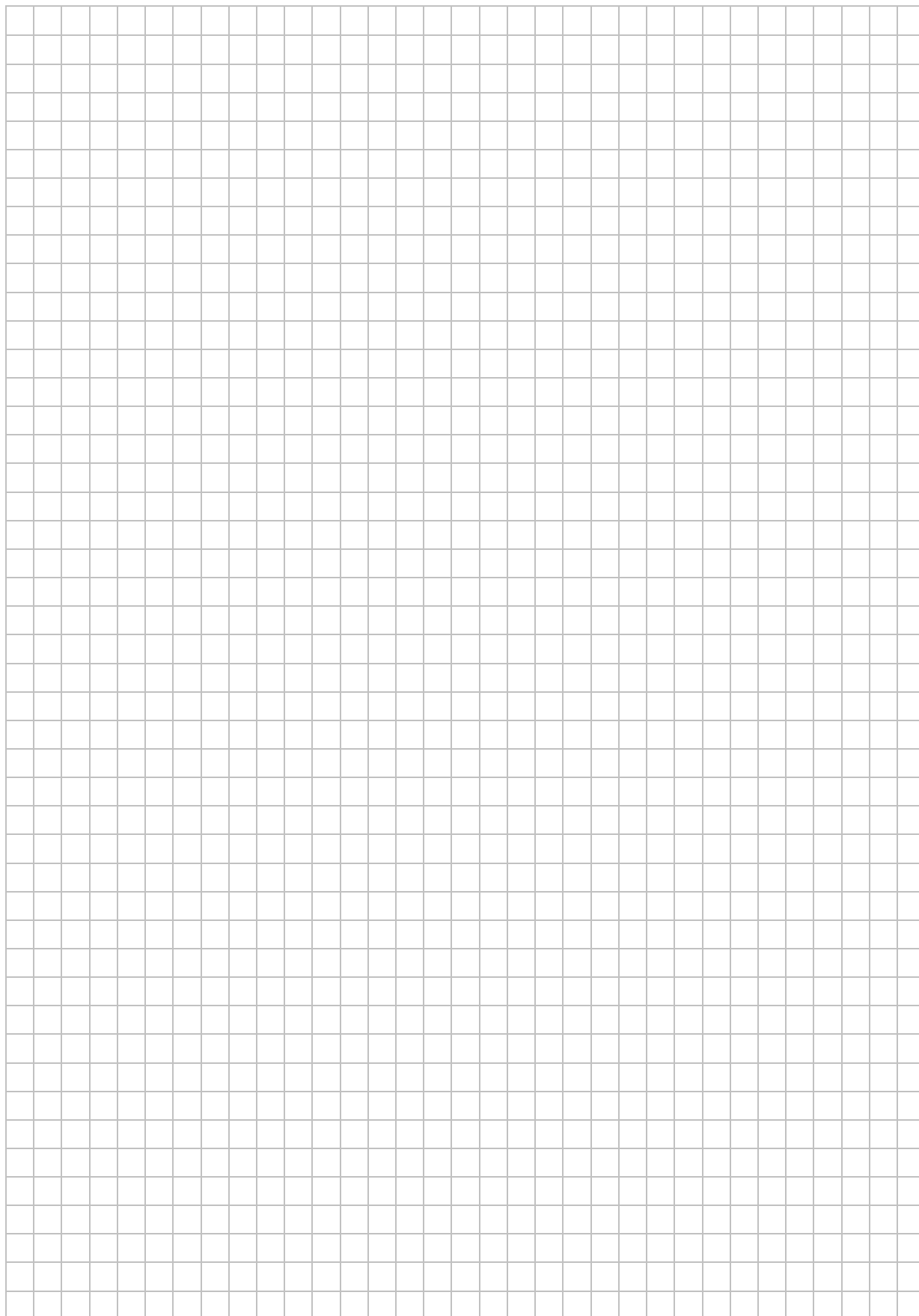
Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = x^4 - \frac{8}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 13x + 7$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji  $f$ , które są równoległe do prostej o równaniu  $7x + y + 3 = 0$ .

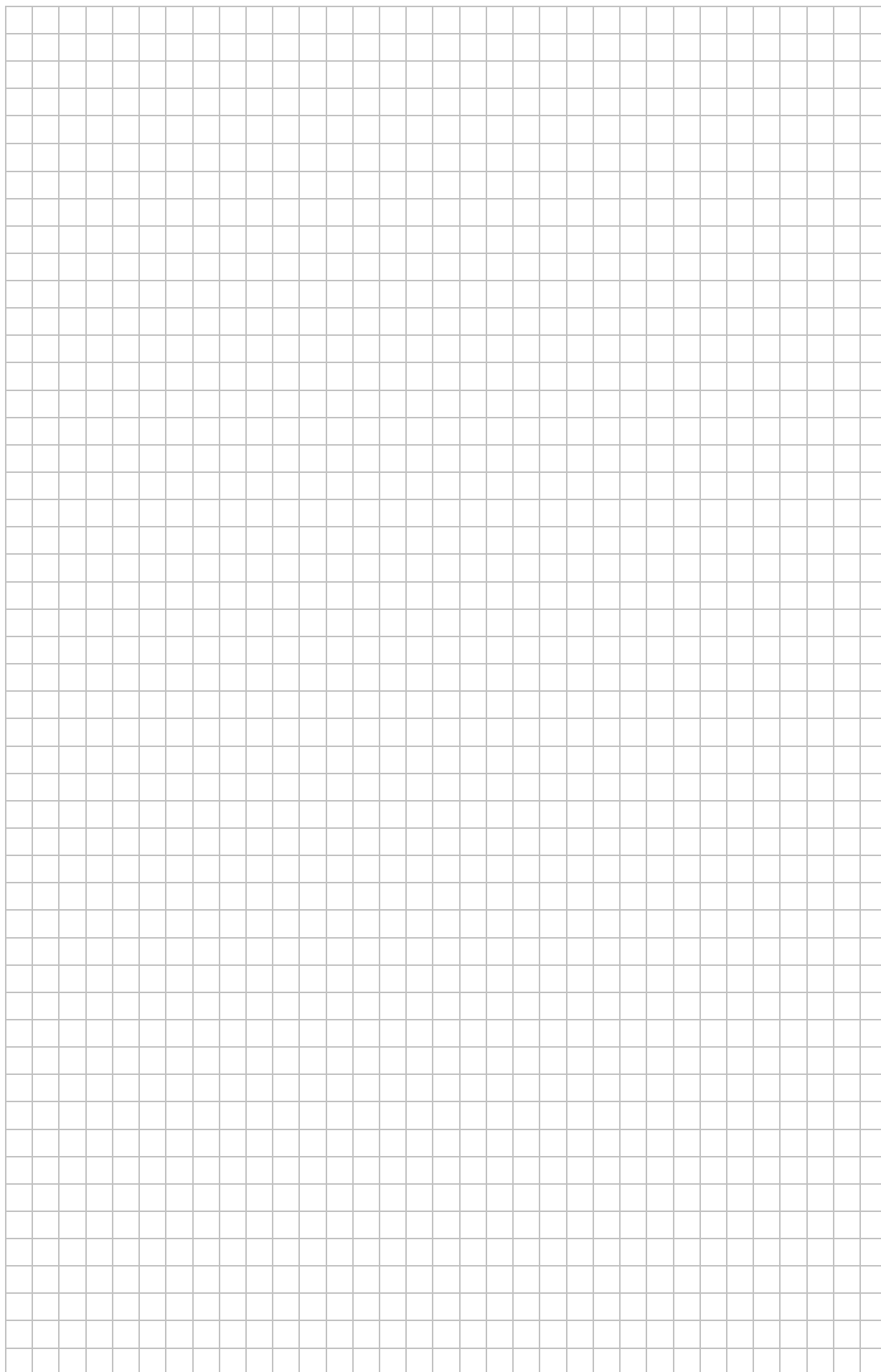




ZADANIE 11 (4 PKT)

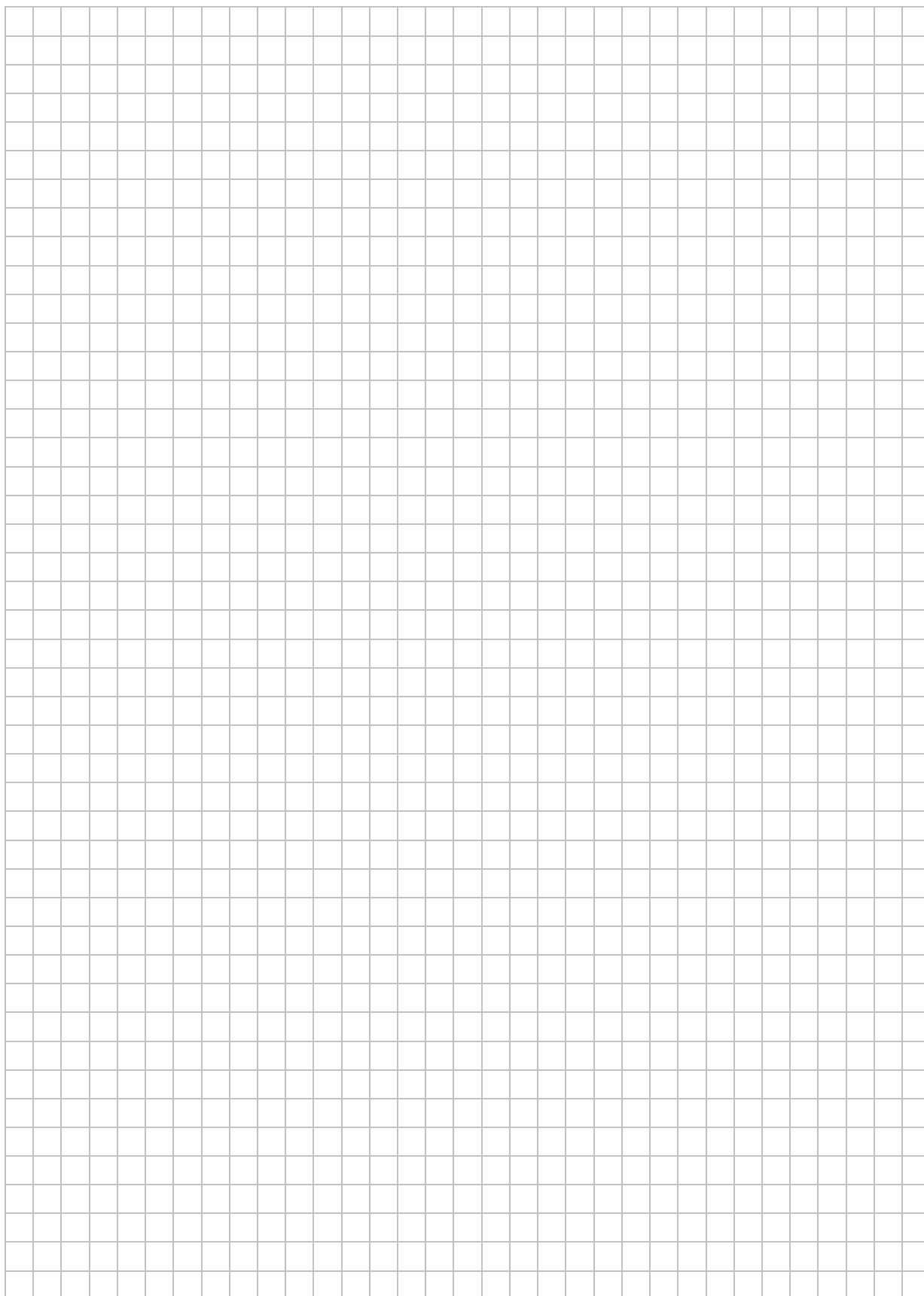
Oblicz miarę kąta między stycznymi do okręgu  $x^2 + y^2 + 8x + 2y + 12 = 0$  poprowadzonymi przez punkt  $A = (-1, 0)$ .





## ZADANIE 12 (5 PKT)

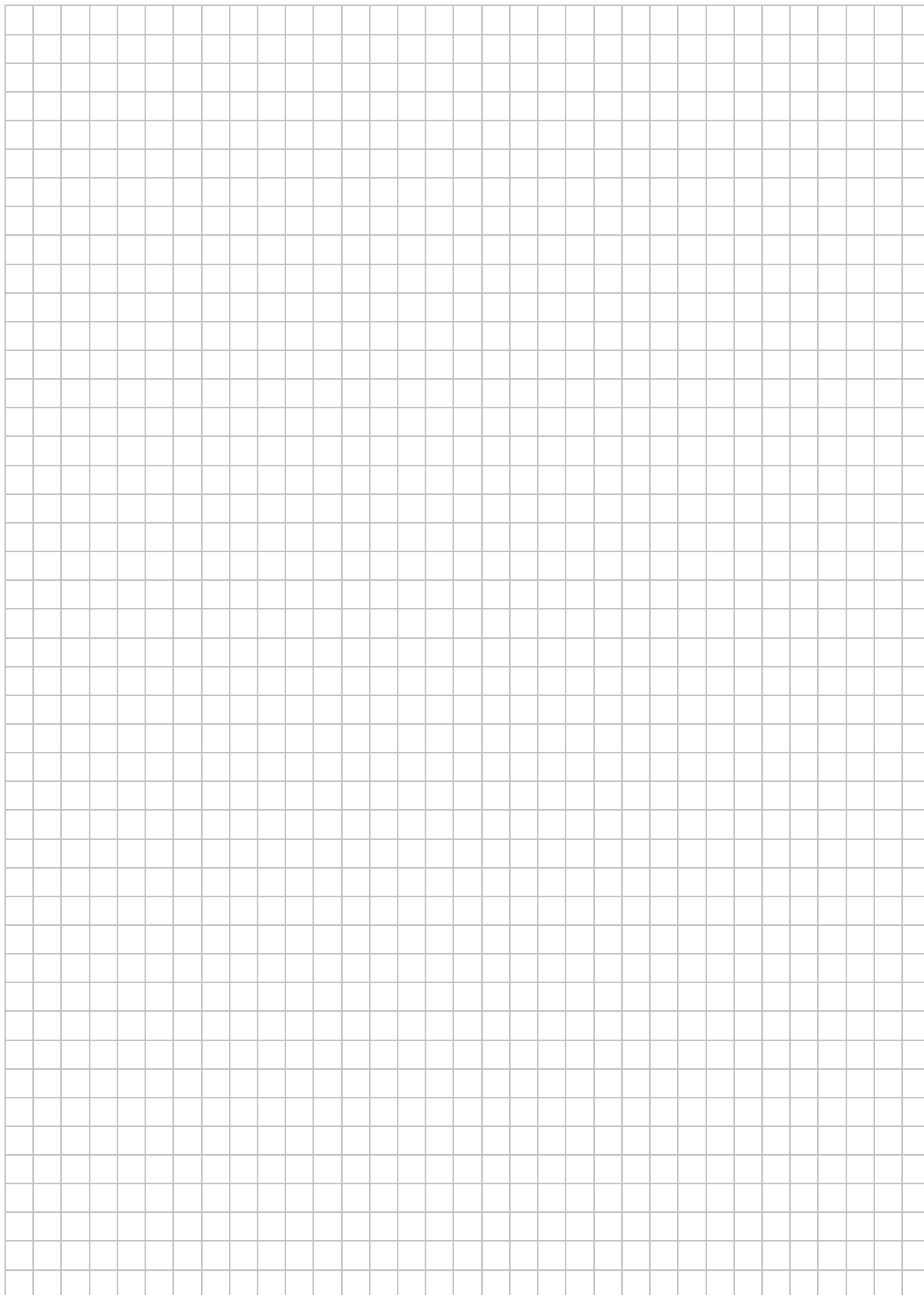
Trzy różne liczby całkowite tworzą ciąg geometryczny o ilorazie będącym ujemną liczbą całkowitą. Jeżeli najmniejszą z tych liczb zwiększymy o 16, to liczby te (w tej samej kolejności) są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz te liczby.





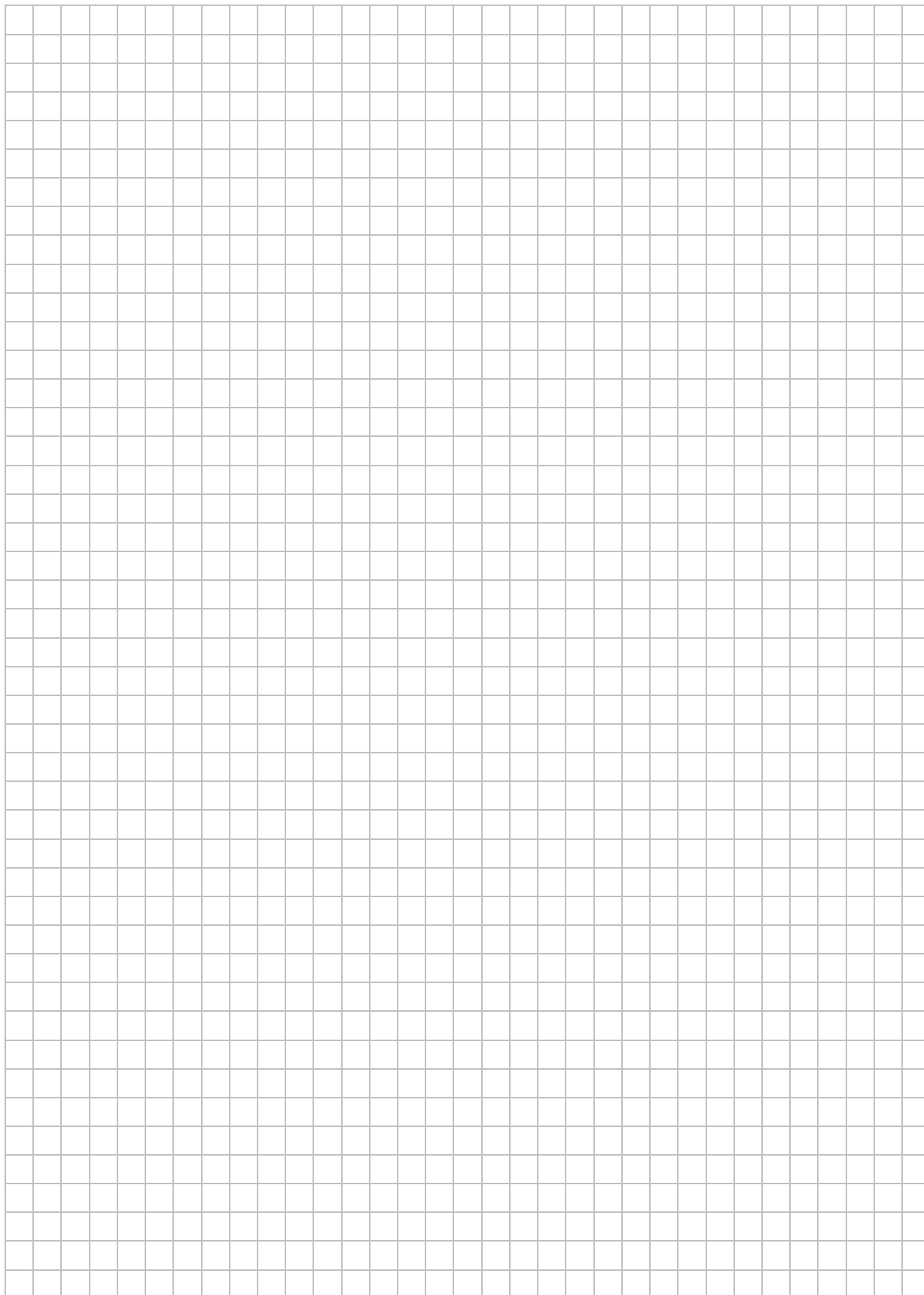
ZADANIE 13 (5 PKT)

Z pudełka, w którym jest 13 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 13, losujemy bez zwracania 5 kul. Oblicz, jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul jest dokładnie jedna para kul z sumą numerów równą 14.



## ZADANIE 14 (6 PKT)

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $|AB| = 10$ ,  $|AD| = 11$  oraz  $\cos \angle DAB = \frac{4}{5}$ . Każda z krawędzi bocznych ostrosłupa ma długość 6. Oblicz wysokość ostrosłupa.





## ZADANIE 15 (7 PKT)

Wykres funkcji kwadratowej  $f(x) = (1 - m)x^2 - mx + m^2$  przecina oś  $Ox$  w punktach  $A$  i  $B$ , które leżą po dwóch różnych stronach osi  $Oy$ . Wyznacz tę wartość parametru  $m$ , dla której iloczyn odległości punktów  $A$  i  $B$  od początku układu współrzędnych jest najmniejszy możliwy. Dla wyznaczonej wartości  $m$  oblicz sumę odległości punktów  $A$  i  $B$  od początku układu współrzędnych.

