

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

2 KWIETNIA 2016

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Granica  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{\log_{1,2} |x+2|+3}$ 

- A) jest równa 0      B) jest równa
- $+\infty$
- C) jest równa
- $-\infty$
- D) nie istnieje

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wyrażenie  $\frac{(n+2)! \cdot (n-2)!}{n! \cdot n!}$  dla liczby naturalnej  $n \geq 2$  jest równe

- A)
- $n^2 - 4$
- B)
- $(n^2 - 4)(n^2 - 1)$
- C)
- $\frac{n^2+3n+2}{n^2-n}$
- D)
- $\frac{n+2}{n}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji, określonych w zbiorze liczb rzeczywistych, nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

- A)
- $\frac{1}{3}x^3 + 3x^2$
- B)
- $f(x) = 5x - 2x^2$
- C)
- $f(x) = (1 - 3x)^2$
- D)
- $f(x) = 3x^3 + 2x$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Równanie  $\cos 2x + \frac{|x|}{x} = 0$  w zbiorze  $\langle -\pi, 0 \rangle \cup (0, \pi \rangle$ 

- A) nie ma rozwiązań rzeczywistych.
- 
- B) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
- 
- C) ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
- 
- D) ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba pierwiastków całkowitych wielomianu  $W(x) = 3x^5 + 3x^4 - 6x^3 - x^2 - x + 2$  jest równa

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4

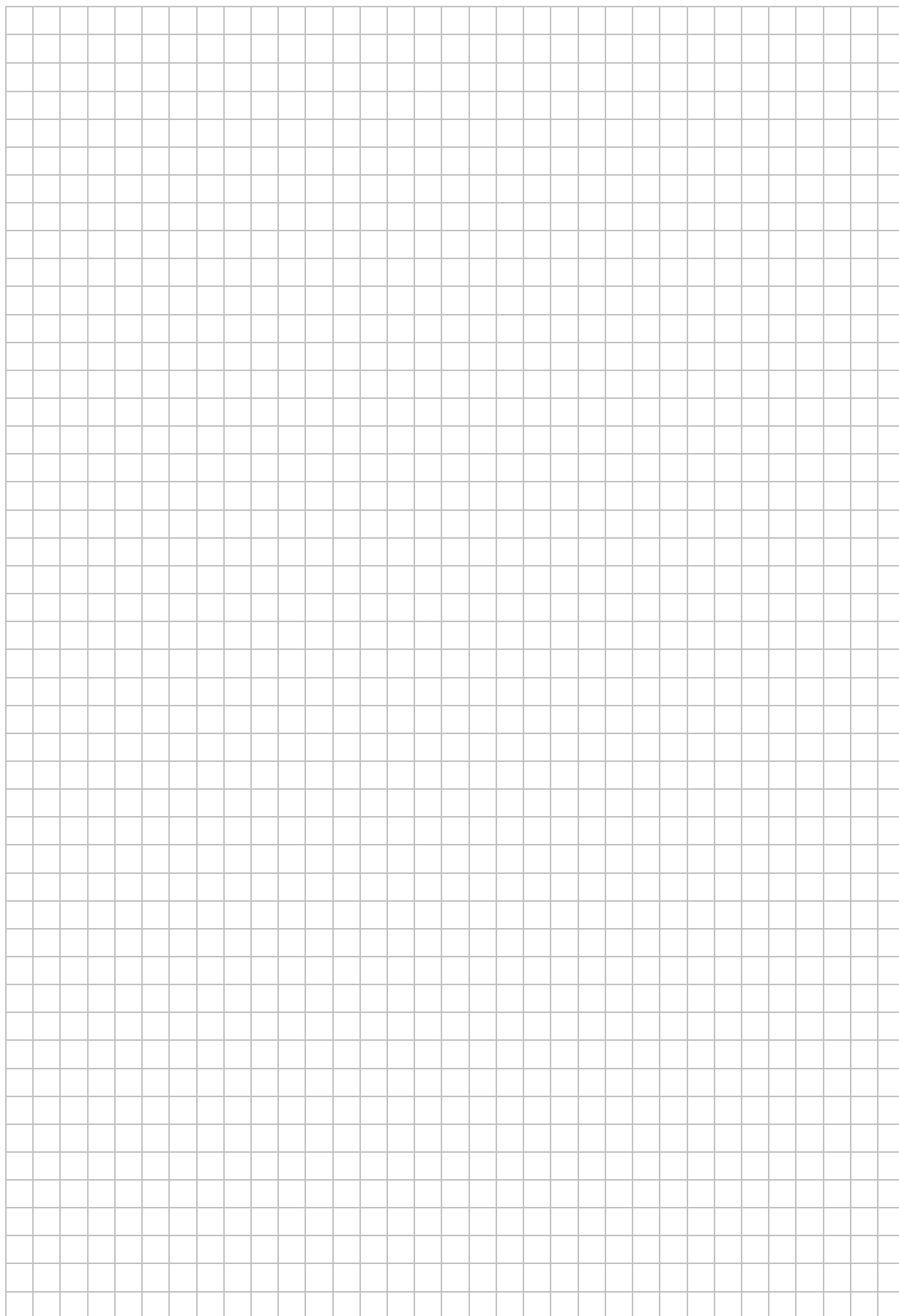
ZADANIE 6 (2 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości  $x$ , dla których trzy liczby:  $\operatorname{tg} x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin^2 x$ , tworzą ciąg geometryczny (w podanej kolejności).



ZADANIE 7 (2 PKT)

Niech  $a = \log_{18} 3$ . Wykaż, że  $\log_6 81 = \frac{4a}{1-a}$ .



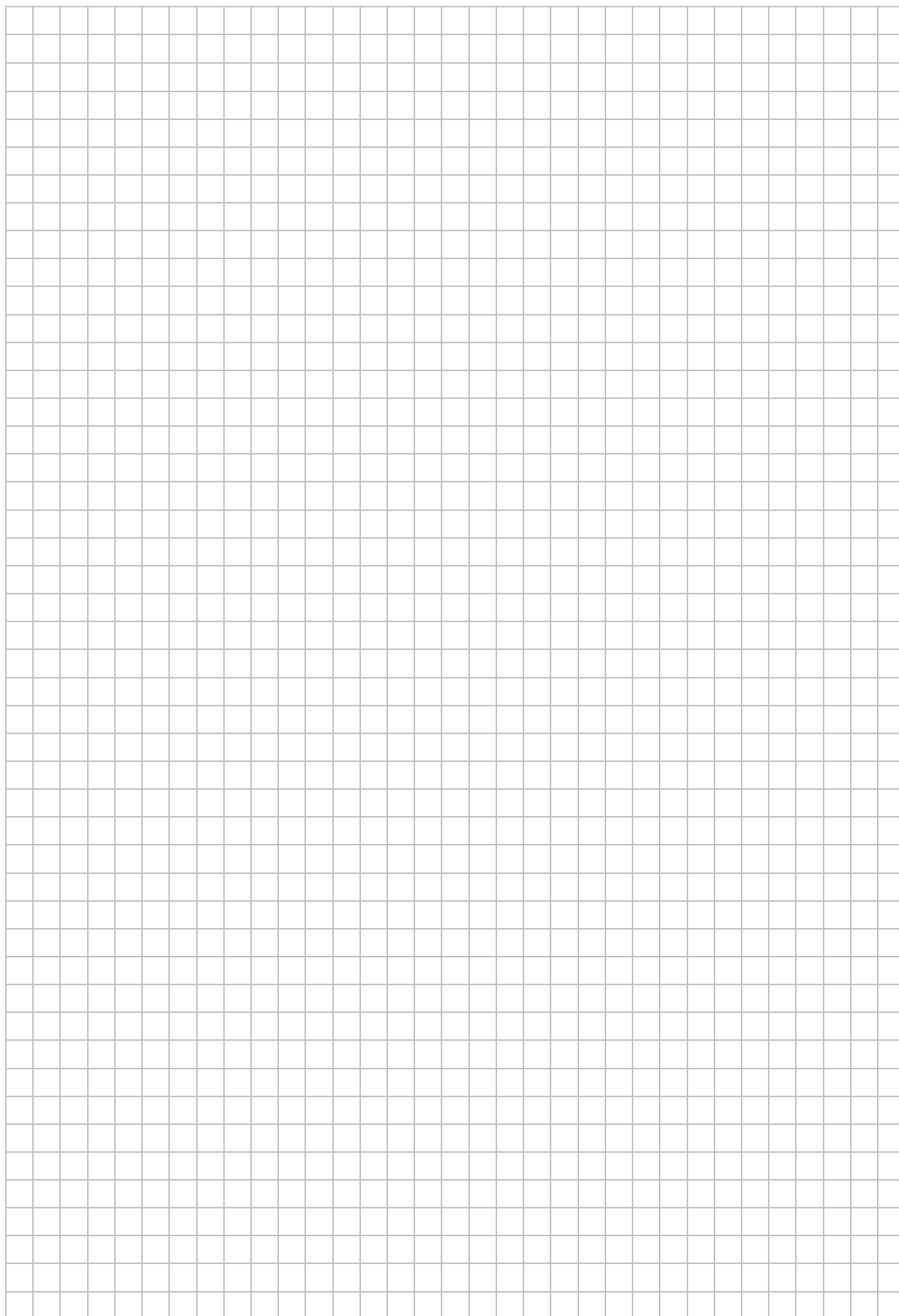
ZADANIE 8 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli w trójkącie dwusieczna pokrywa się ze środkową, to trójkąt ten jest równoramienny.



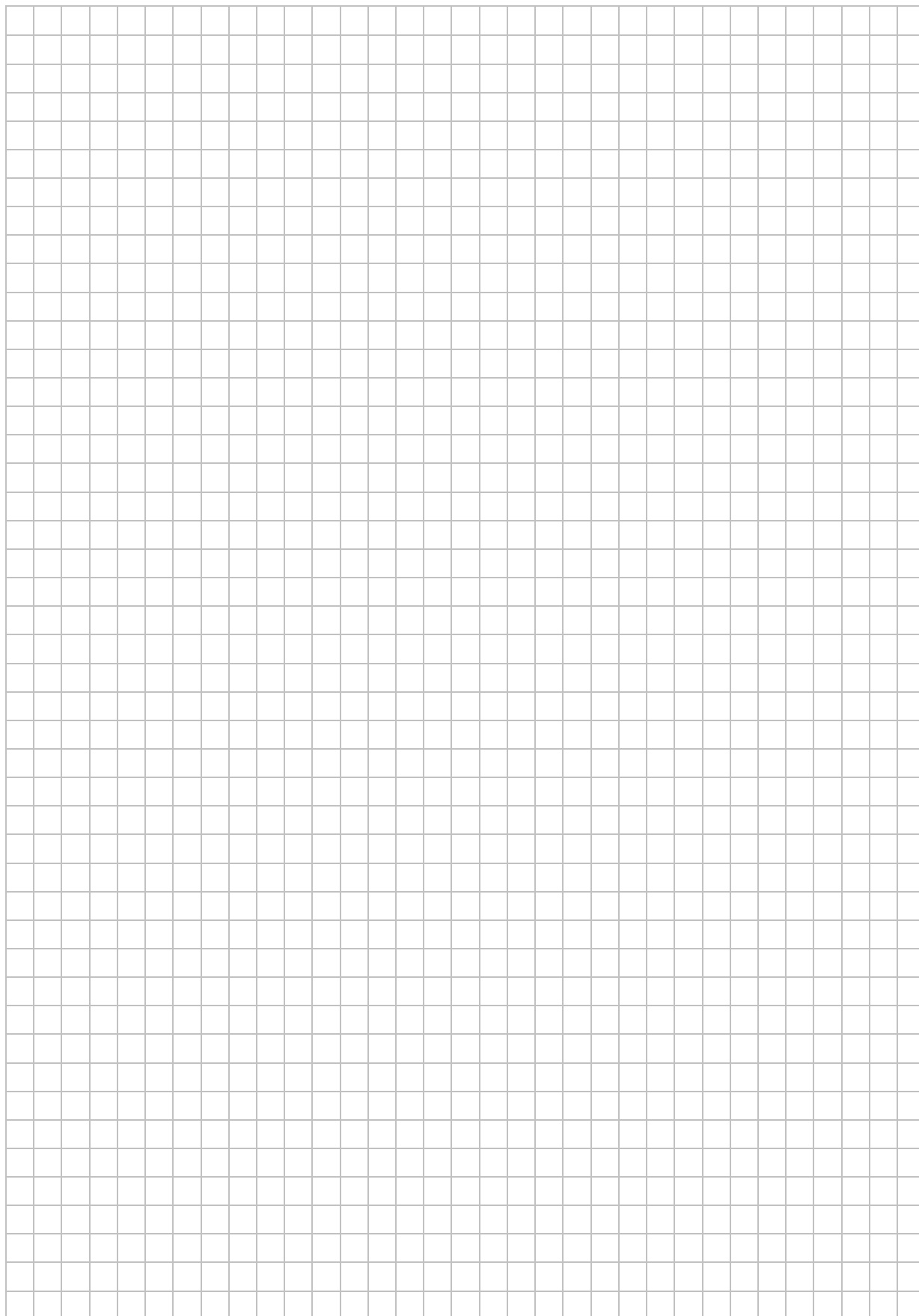
ZADANIE 9 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność  $|5^{-x} - 1| < 4$ .



ZADANIE 10 (3 PKT)

Wielomian  $W(x)$  stopnia 3 jest podzielny przez trójmian kwadratowy  $P(x) = x^2 - x - 72$ .  
Wiadomo ponadto, że  $26W(10) + 21W(7) = 0$ . Wyznacz miejsca zerowe wielomianu  $W(x)$ .

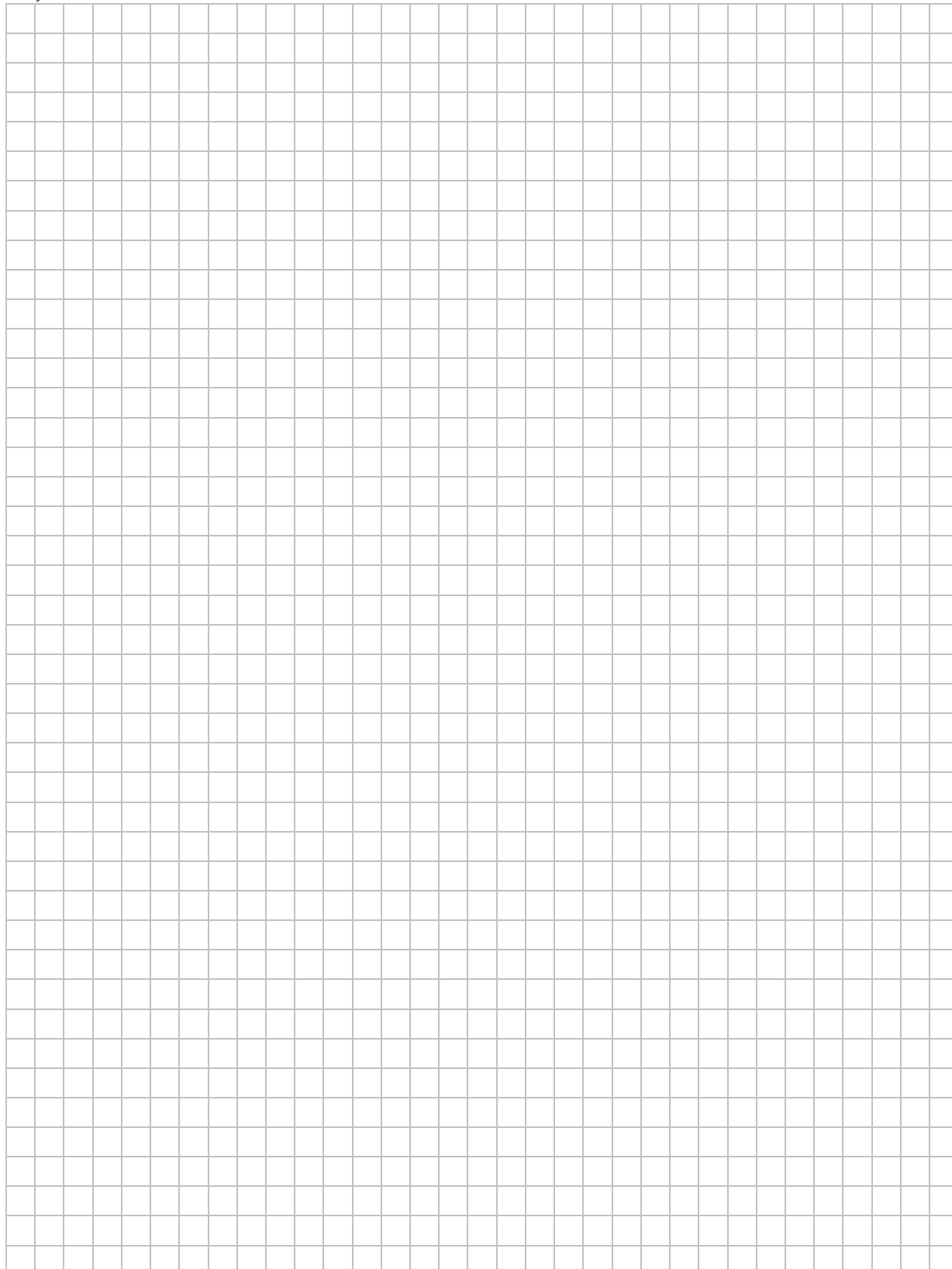


ZADANIE 11 (3 PKT)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony dla  $n \geq 1$  i spełnia warunek

$$3a_{n+3} - a_{n+1} = a_n - 3a_{n+2} \text{ dla } n \geq 1.$$

Oblicz sumę dwóch początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  jeżeli suma wszystkich jego wyrazów jest równa 2016.

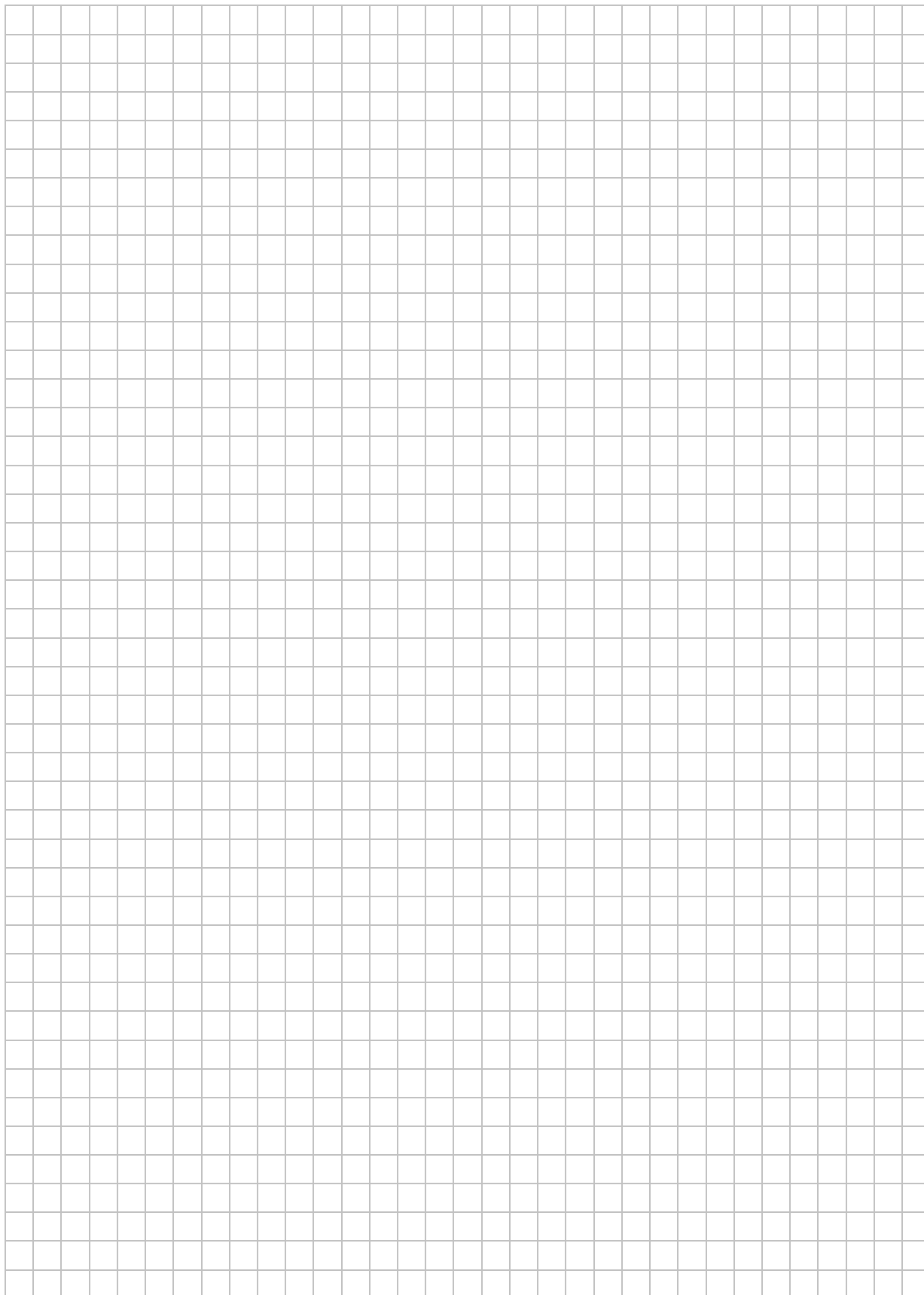




ZADANIE 12 (3 PKT)

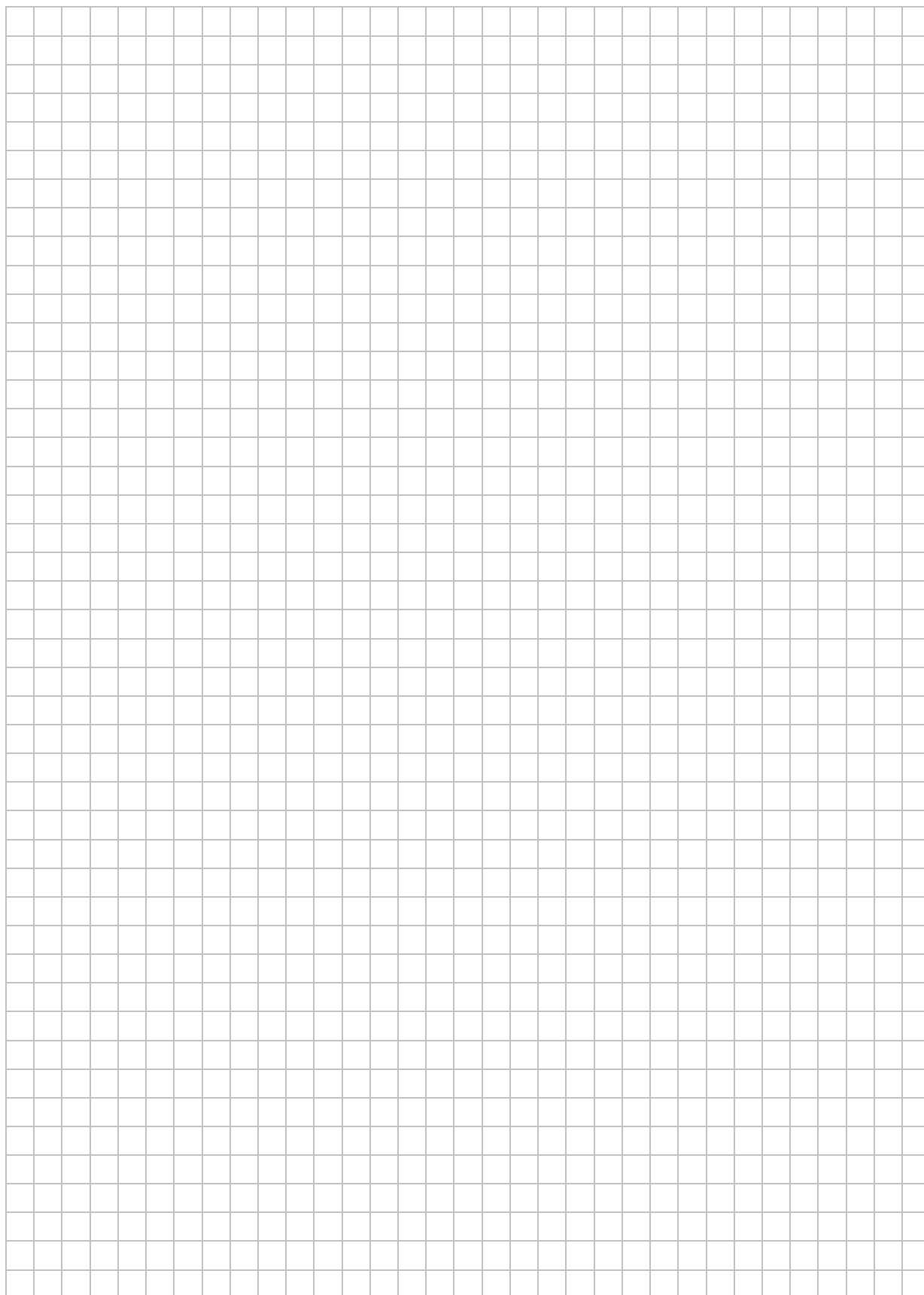
Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = 4x^3 - x^4 - 12x^2 + 3x + 2$  dla  $x \in \mathbb{R}$ . Wykaż, że

$$f'(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{3}) < f'(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}).$$



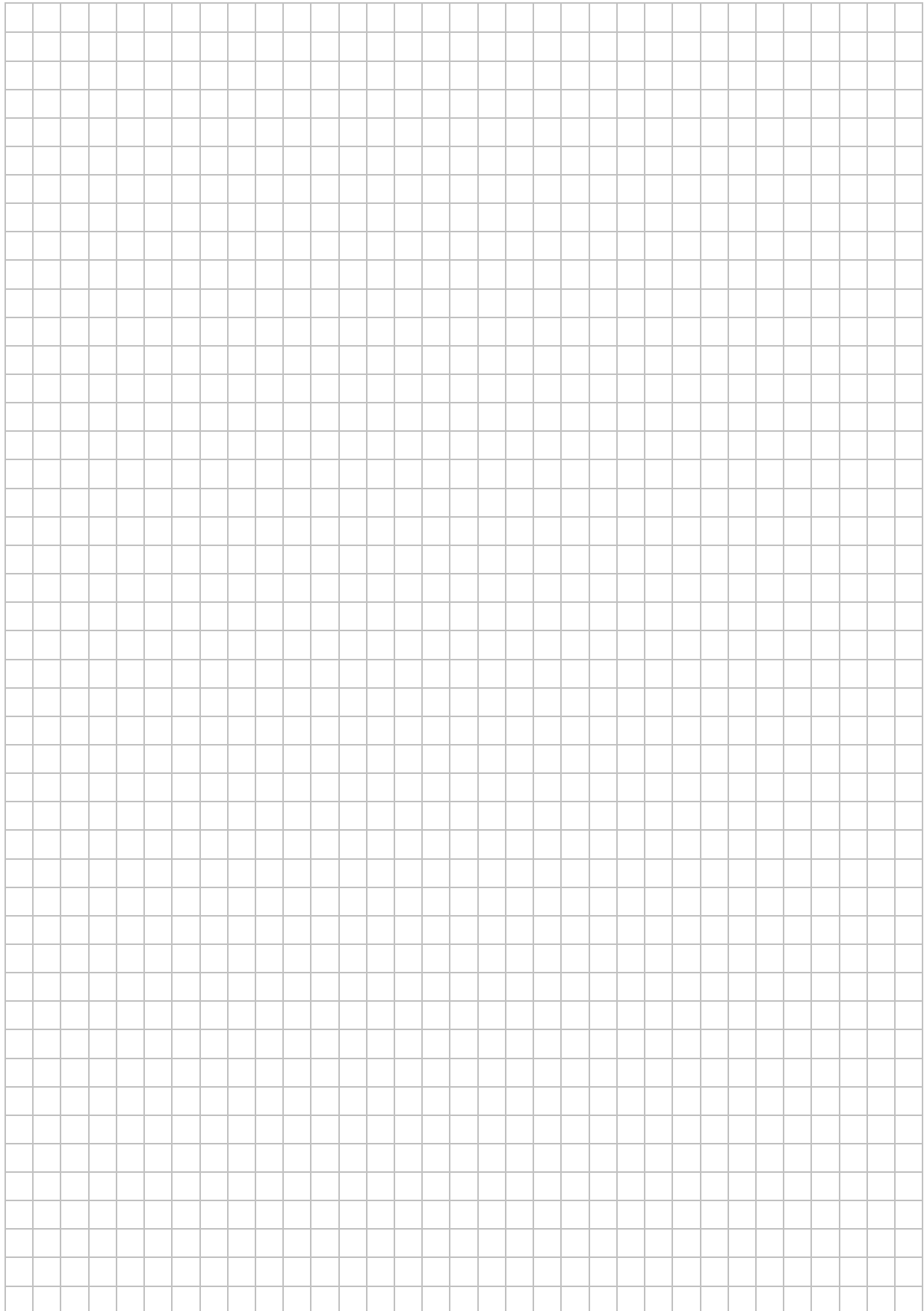
## ZADANIE 13 (4 PKT)

Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$  niebędący równoległobokiem. Punkty  $M, N$  są odpowiednio środkami boków  $AB$  i  $CD$ . Punkty  $P, Q$  są odpowiednio środkami przekątnych  $AC$  i  $BD$ . Uzasadnij, że jeżeli odcinki  $MN$  i  $PQ$  są prostopadłe, to  $|AD| = |BC|$ .



ZADANIE 14 (5 PKT)

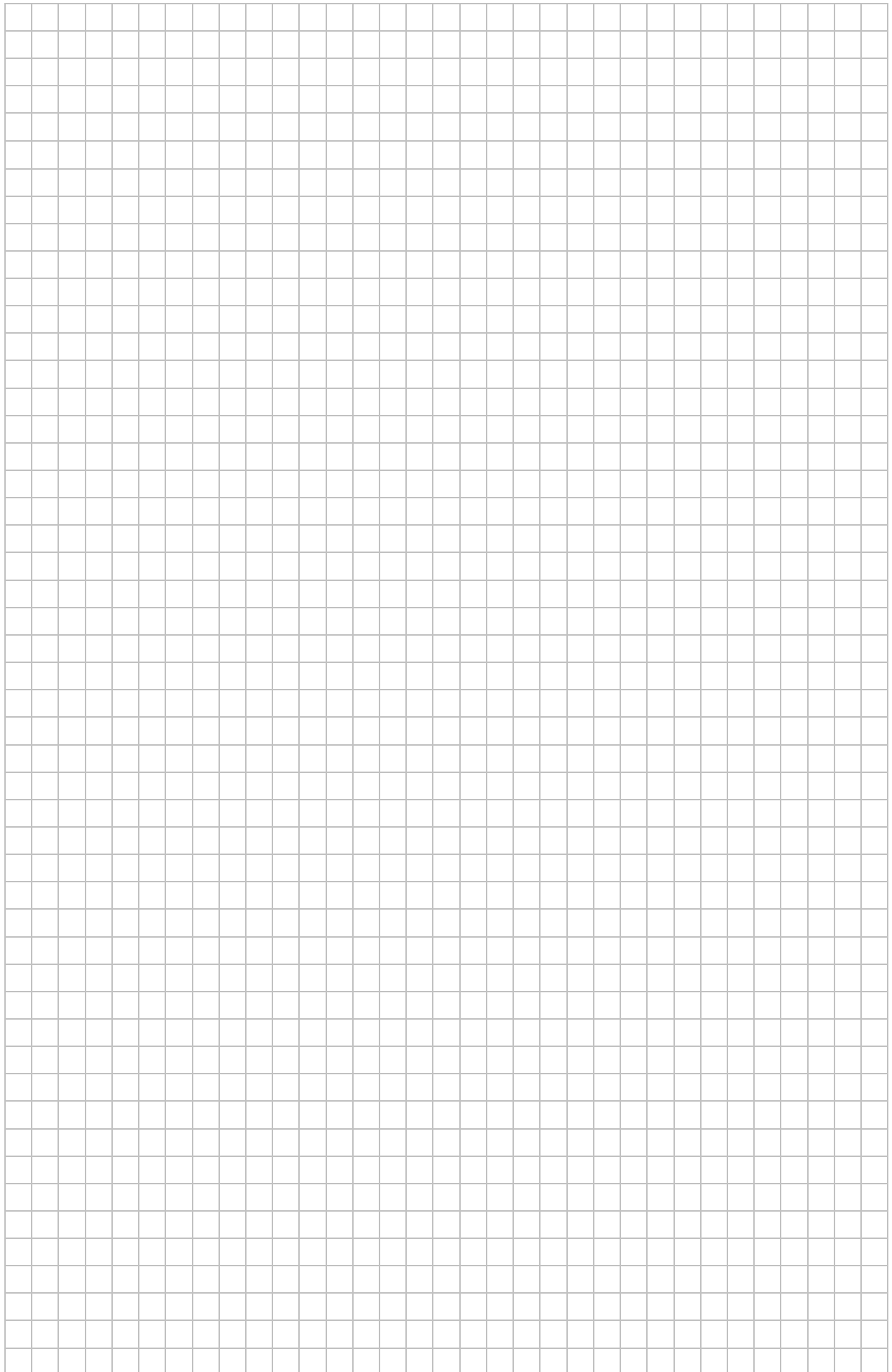
Z talii 52 kart w czterech kolorach wybieramy losowo 2 karty. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrane karty to król i as, przy założeniu, że wybrane karty mają różne kolory.



ZADANIE 15 (6 PKT)

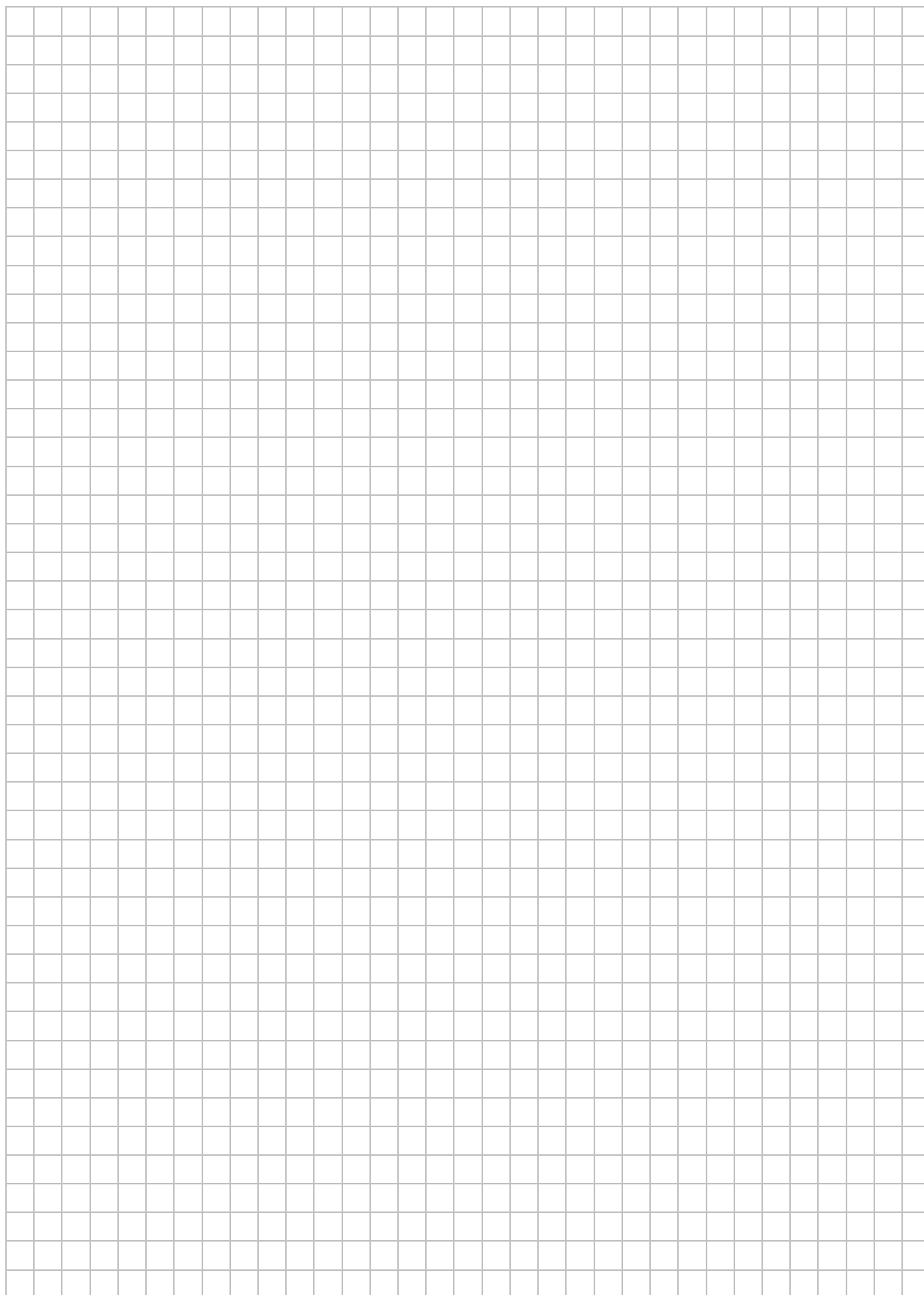
Punkty  $P = (-3, 4)$ ,  $Q = (2, 1)$  i  $R = (-1, -1)$  są środkami boków równoległoboku. Wyznacz współrzędne wierzchołków tego równoległoboku.





## ZADANIE 16 (6 PKT)

Pierwiastki wielomianu  $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  tworzą czterowyrazowy ciąg arytmetyczny o sumie wyrazów równej zero. Wiadomo ponadto, że  $W(\sqrt{3}) = -\frac{23}{9}$ . Oblicz współczynniki  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.





ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, w których suma sześcianów długości promienia podstawy i wysokości jest równa 12. Wyznacz ten spośród rozpatrywanych stożków, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.

