PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

24 MARCA 2018

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ jest równa

A) 12 B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(3-2x^3)^5}{(2-3x^5)^3}$ jest równa

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{243}{8}$ D) $\frac{32}{27}$

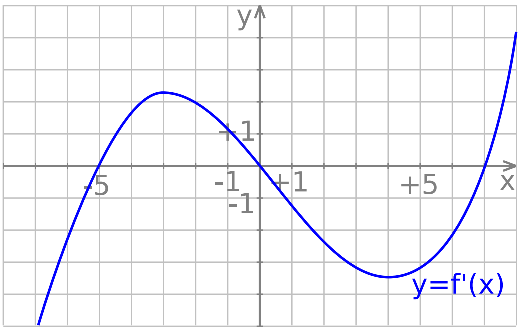
ZADANIE 3 (1 PKT)

Punkt $P'=(7,5)$ jest obrazem punktu $P=(1,2)$ w jednokładności o środku w punkcie $S=(-7,-2)$. Skala tej jednokładności jest równa

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 3 D) $\frac{7}{4}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pochodnej $y=f'(x)$ funkcji $y=f(x)$.



Wynika stąd, że funkcja $y=f(x)$ jest rosnąca w przedziale

A) $\langle -7,-3\rangle$ B) $\langle -4,-1\rangle$ C) $\langle 1,5\rangle$ D) $\langle -3,4\rangle$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\binom{30}{15}$ jest podzielna przez

A) 7 B) 55 C) 143 D) 85

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a, b > 0$ i $a \neq 1$, to dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n prawdziwy jest wzór

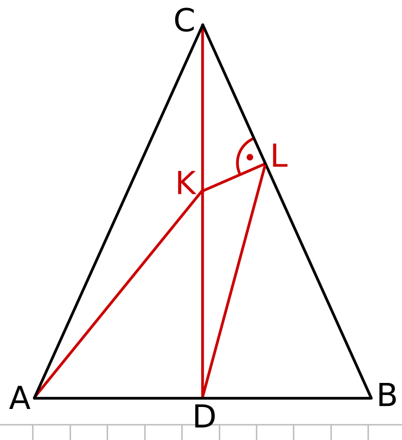
$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n}\log_a b.$$

ZADANIE 7 (2 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 - 2x - \frac{2}{3}$ przez dwumian $x + 2$ jest równa 1. Oblicz wartość współczynnika a.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Odcinek CD jest wysokością przedstawionego na rysunku trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Punkt L jest rzutem punktu K wysokości CD na bok BC. Udowodnij, że $\measuredangle CAK = \measuredangle KDL$.

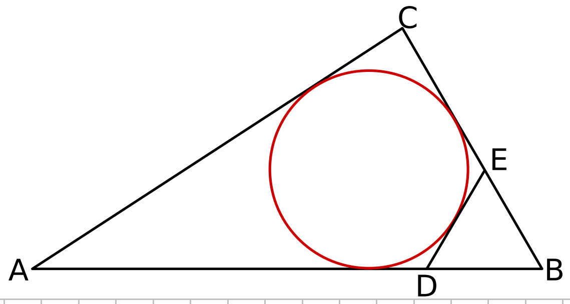


ZADANIE 9 (3 PKT)

Na stu mężczyzn ośmiu, zaś na tysiąc kobiet pięć ma zaburzenie rozpoznawania barw. Z grupy, w której stosunek liczby mężczyzn do liczby kobiet wynosi 7:11 wybrano losowo jedną osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana osoba prawidłowo rozpoznaje kolory?

ZADANIE 10 (3 PKT)

Na bokach AB i BC trójkąta ABC wybrano punkty D i E w ten sposób, że odcinek DE jest styczny do okręgu wpisanego w trójkąt ABC oraz trójkąt DBE jest równoboczny. Obwód trójkąta ABC jest równy 20, a długość boku AC jest równa 7. Oblicz pole trójkąta DBE.



ZADANIE 11 (3 PKT)

Funkcja $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ma trzy różne miejsca zerowe: p, q, r. Wykaż, że

$$f'(p) \cdot f'(q) \cdot f'(r) < 0.$$

ZADANIE 12 (4 PKT)

Oblicz pole trójkąta ograniczonego osią Oy oraz stycznymi do wykresu funkcji $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7$ poprowadzonymi w punktach $x = 6$ i $x = 8$.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+3\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$.

ZADANIE 14 (5 PKT)

Tworzącą stożka widać ze środka kuli wpisanej w ten stożek pod kątem o mierze α. Wyznacz stosunek objętości tej kuli do objętości stożka.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Funkcje $f(x) = 2x^6 - ax^4$, $g(x) = 18x^2 + bx + c$ i $h(x) = -6x^4 - 3x^2$ mają tę własność, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$, liczby $f(x)$, $g(x)$ i $h(x)$ tworzą (w pewnej ustalonej kolejności) ciąg geometryczny. Wykaż, że funkcja $f(x) + g(x) + h(x)$ jest rosnąca na przedziale $(0, +\infty)$.

ZADANIE 16 (4 PKT)

Napisz równanie okręgu opisanego na trapezie równoramiennym $ABCD$, jeżeli $A = (3, 12)$, $B = (-14, 19)$, $C = (-21, 12)$ i $D = (-14, -5)$.

ZADANIE 17 (7 PKT)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości H wpisano sześcian tak, że cztery jego wierzchołki należą do krawędzi bocznych ostrosłupa, a cztery pozostałe należą do płaszczyzny jego podstawy. Oblicz dla jakiej długości krawędzi podstawy ostrosłupa stosunek objętości ostrosłupa do objętości sześcianu jest najmniejszy możliwy.