

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

OKE ŁÓDŹ  
CKE

# MATEMATYKA

MARZEC  
ROK 2008

## POZIOM PODSTAWOWY

### PRZYKŁADOWY ZESTAW ZADAŃ NR 1

**Czas pracy 120 minut**

#### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1 – 13). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

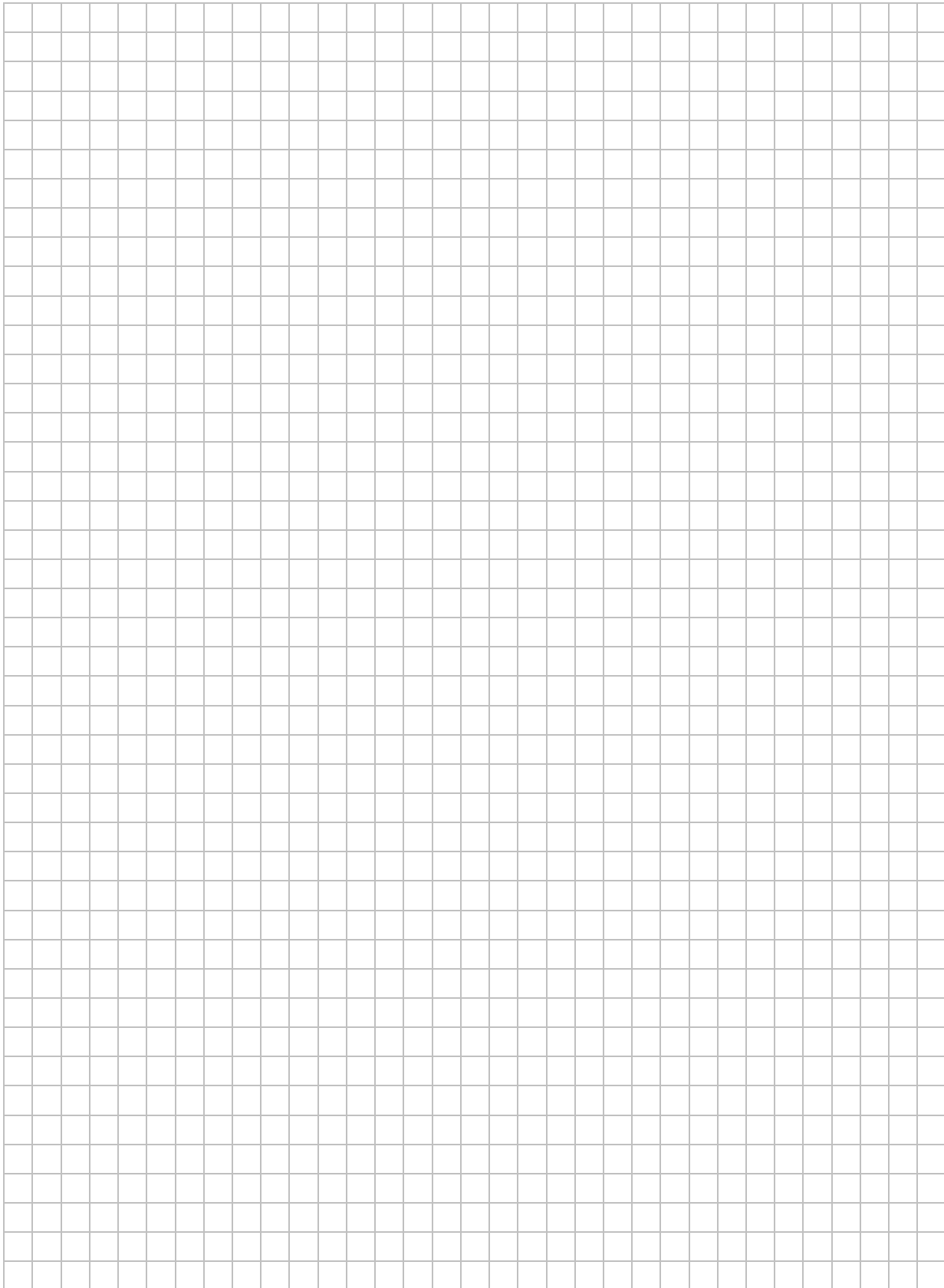
PESEL ZDAJĄCEGO

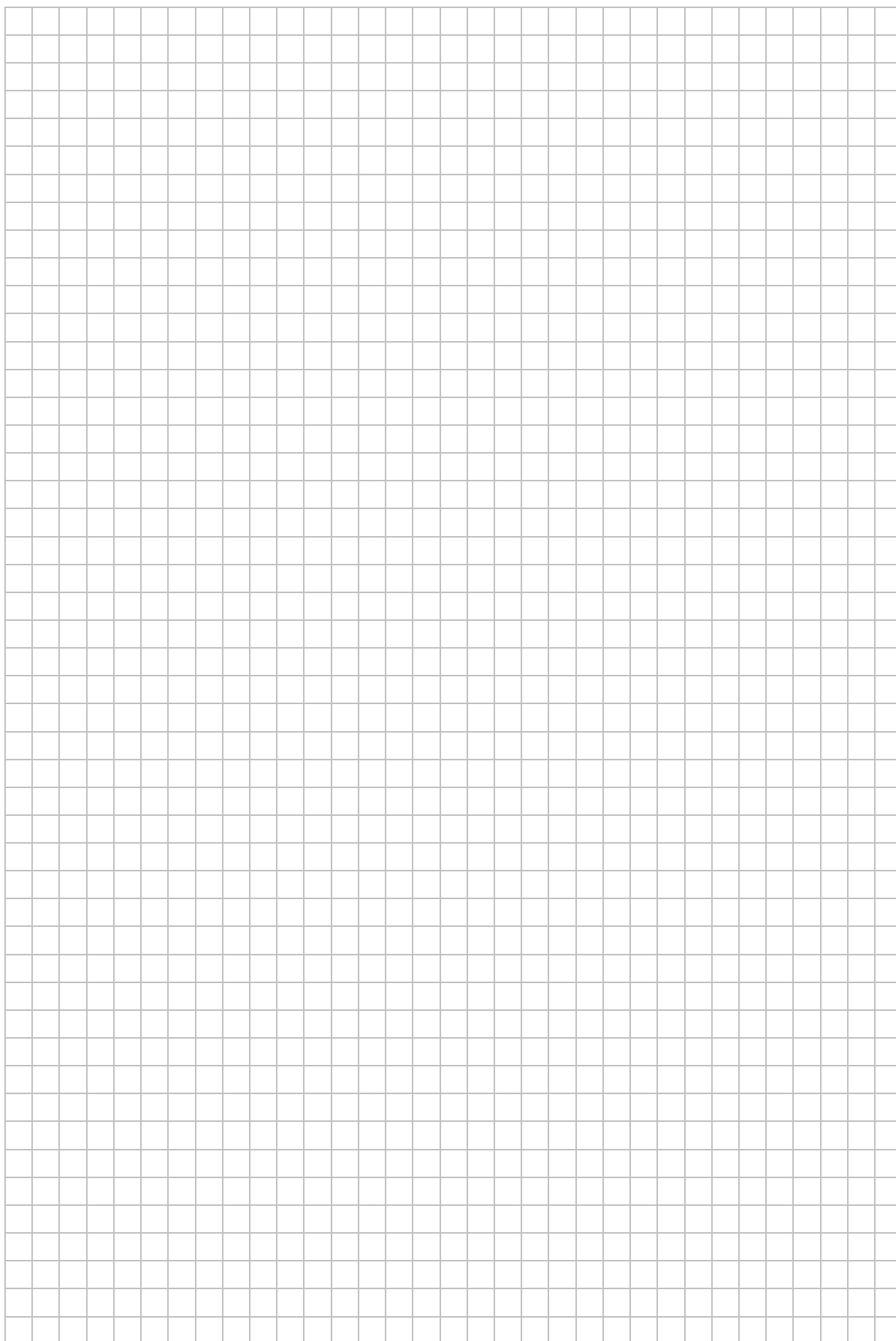
--	--	--

KOD  
ZDAJĄCEGO

**Zadanie 1. (3 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $2x^2 < -260 + 53x$ . Podaj wszystkie liczby całkowite, które spełniają tę nierówność.



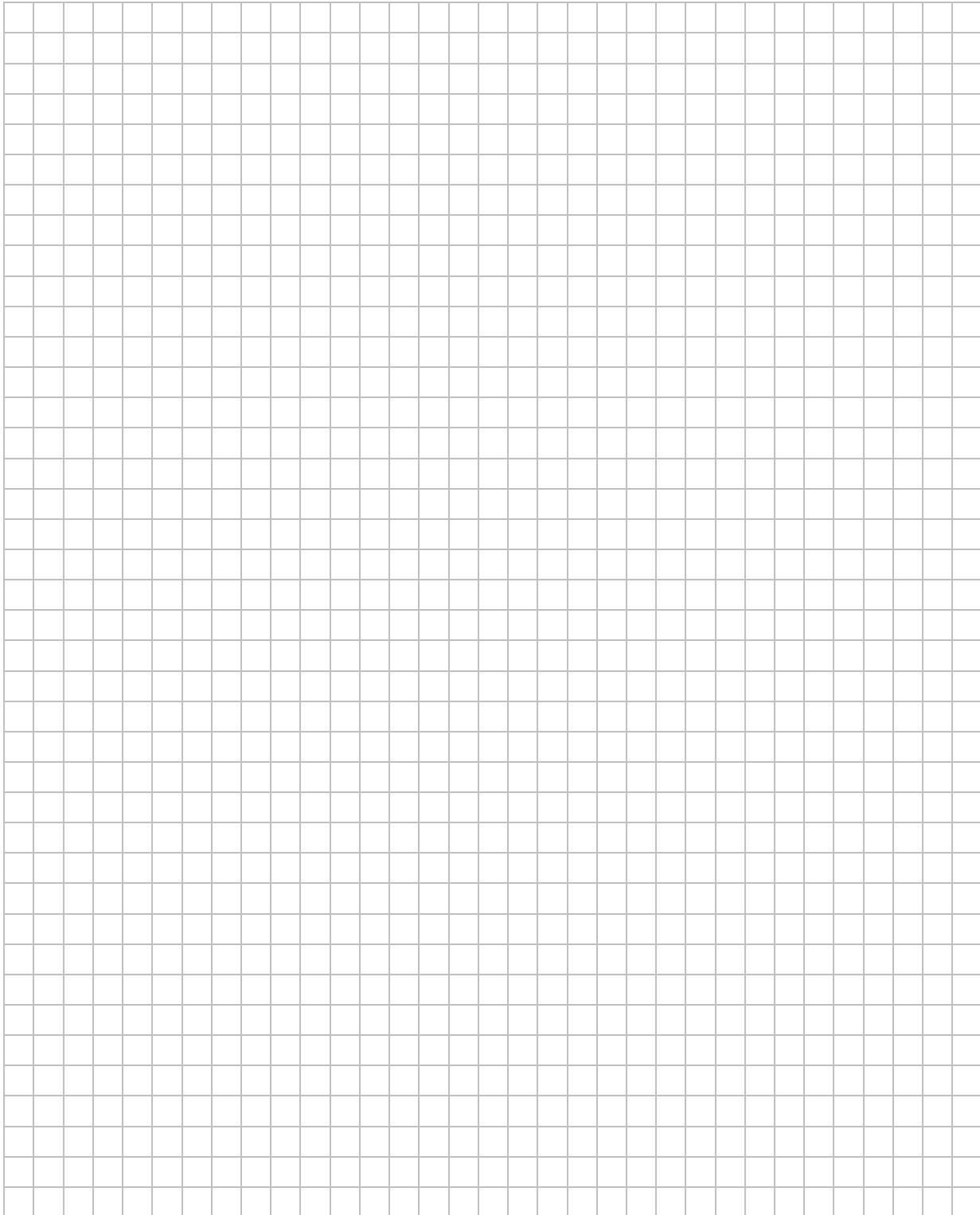


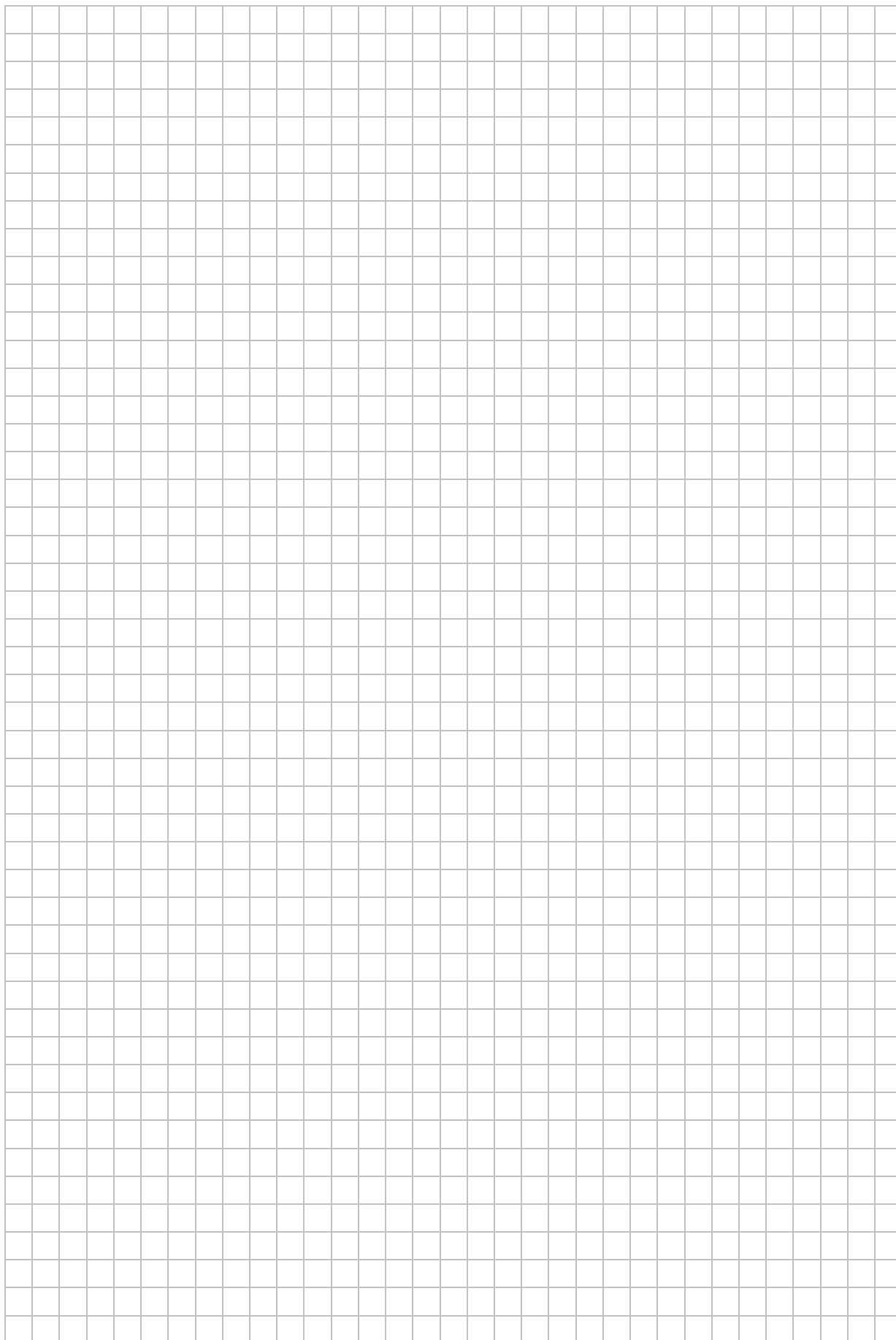
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>1.1.</b>	<b>1.2.</b>	<b>1.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 2. (6 pkt)**

Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ .

- Wyznacz pierwiastki tego wielomianu.
- Sprawdź, czy wielomiany  $W(x)$  i  $P(x) = (x+2)(x^2 - 2x + 4) + (x+2)(2x-13)$  są równe.
- Uzasadnij, że jeśli  $x > \sqrt{10}$ , to  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 > 0$ .

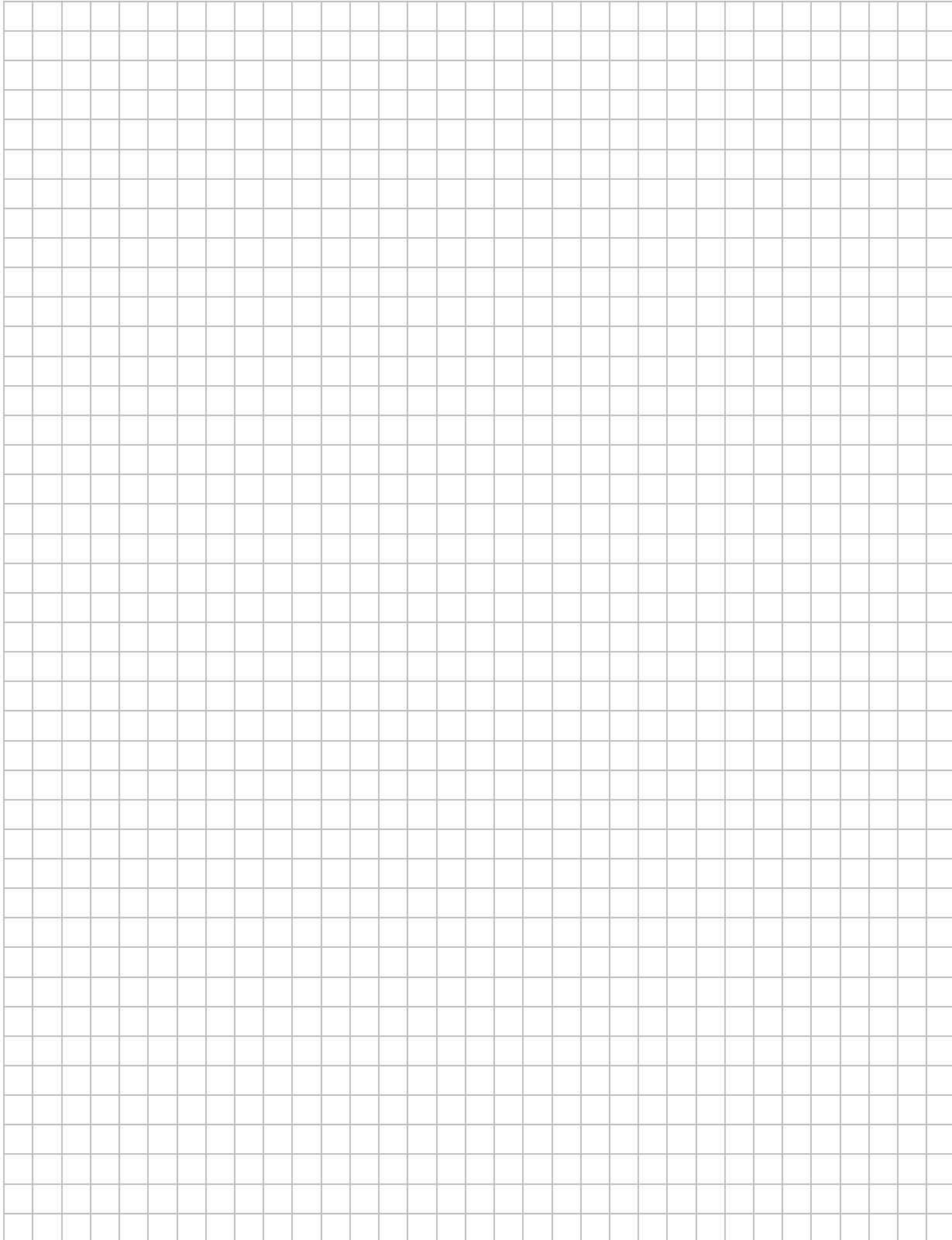




<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>2.1.</b>	<b>2.2.</b>	<b>2.3.</b>	<b>2.4.</b>	<b>2.5.</b>	<b>2.6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>						

**Zadanie 3. (3 pkt)**

Każdej karcie bankomatowej jest przypisany numer identyfikacyjny zwany kodem PIN. Kod ten składa się z czterech cyfr (cyfry mogą się powtarzać, ale kodem PIN nie może być 0000). Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo utworzonym kodzie PIN żadna cyfra się nie powtórzy. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	3.1.	3.2.	3.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

**Zadanie 4. (3 pkt)**

Dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  określamy liczby  $a \circ b$  i  $a * b$  w następujący sposób:

$a \circ b =$  liczba nie mniejsza spośród liczb  $a$  i  $b$ ,

$a * b =$  liczba nie większa spośród liczb  $a$  i  $b$ .

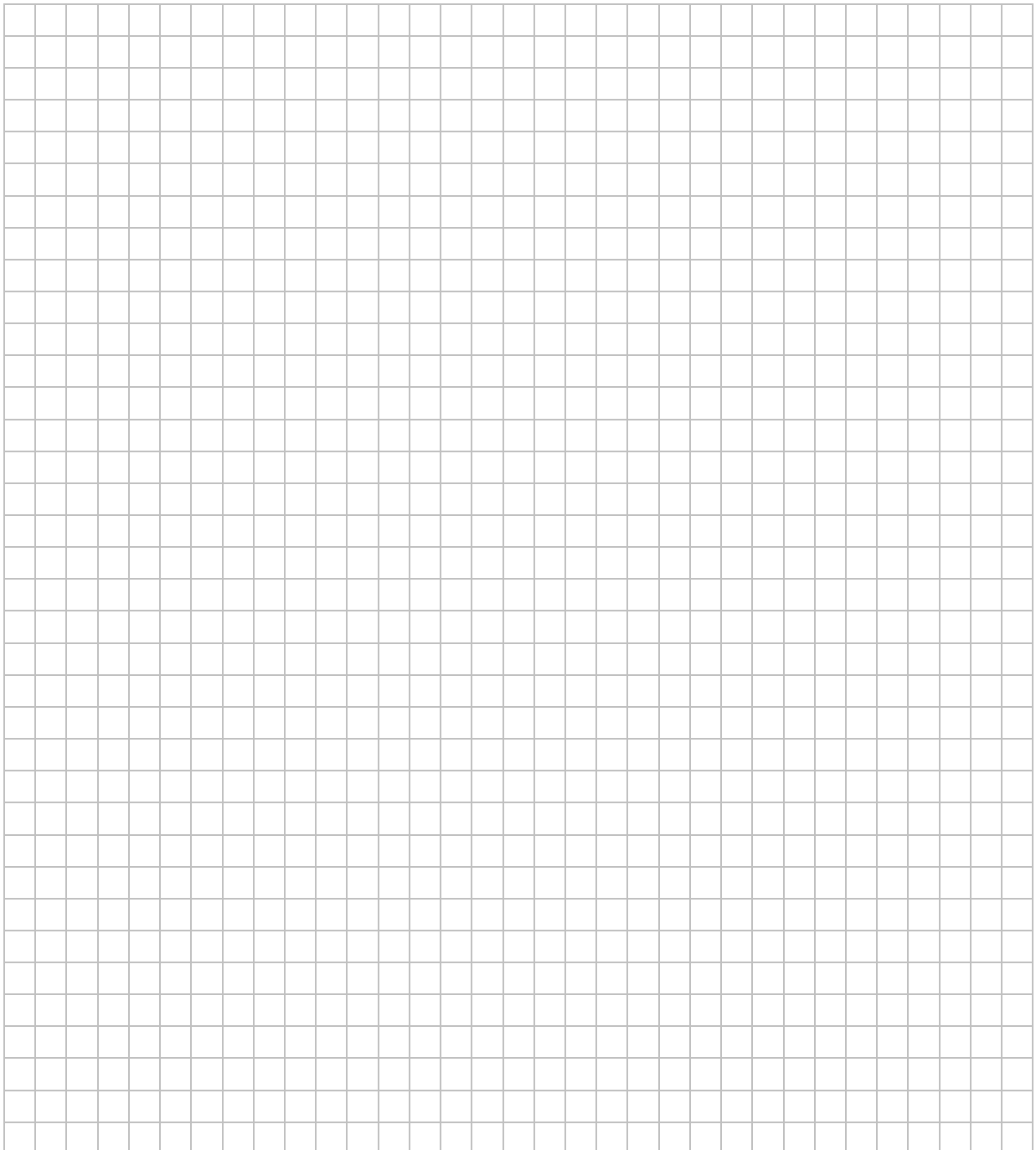
Na przykład:  $7 \circ 3 = 7$ ,  $15 \circ 15 = 15$ ,  $7 * 3 = 3$ ,  $(-6) * 4 = -6$ ,  $(-3) * (-3) = -3$ .

Oblicz:

a)  $(-5) \circ 4 =$

b)  $(2005 * 2007) \circ (-2006) =$

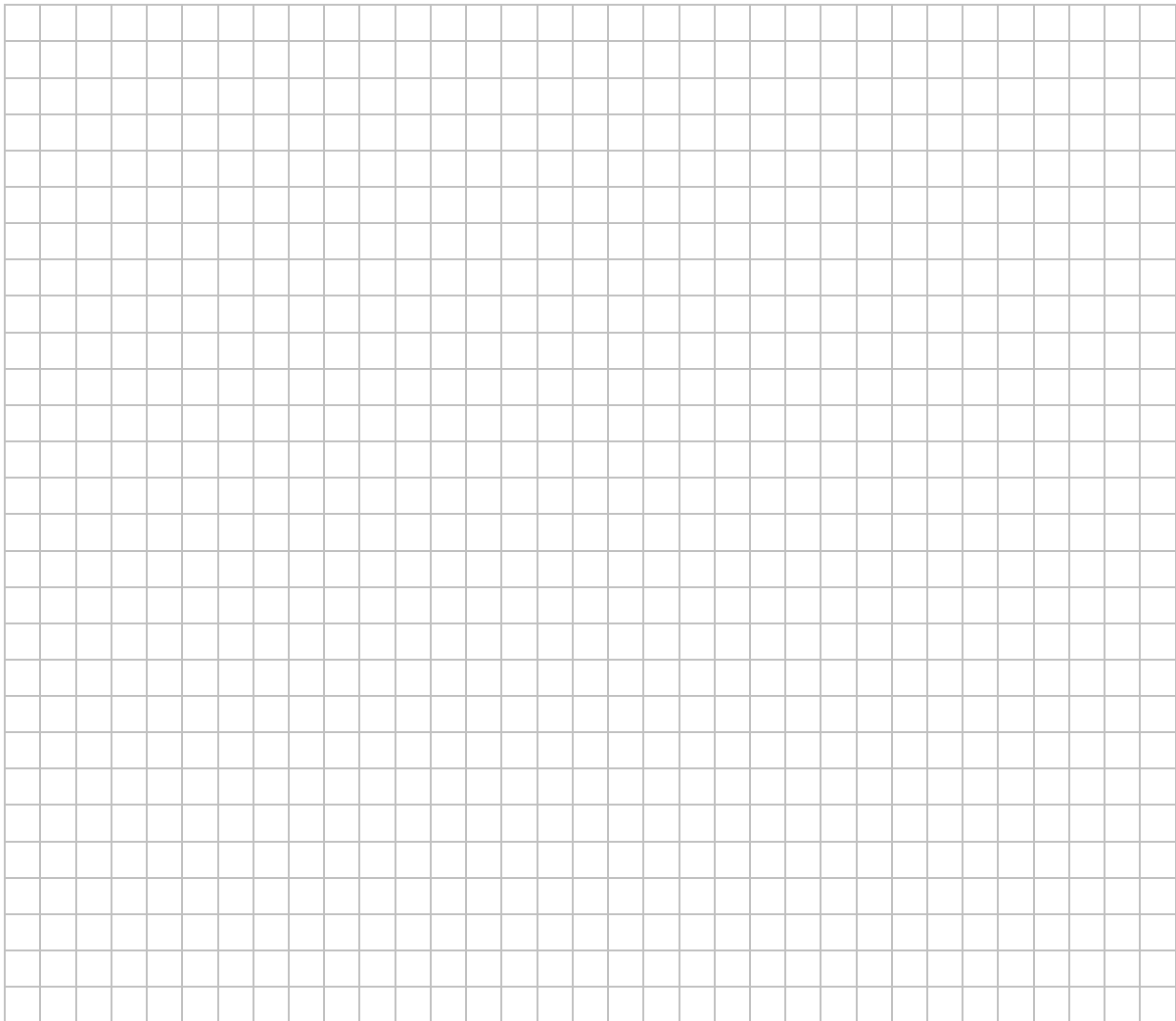
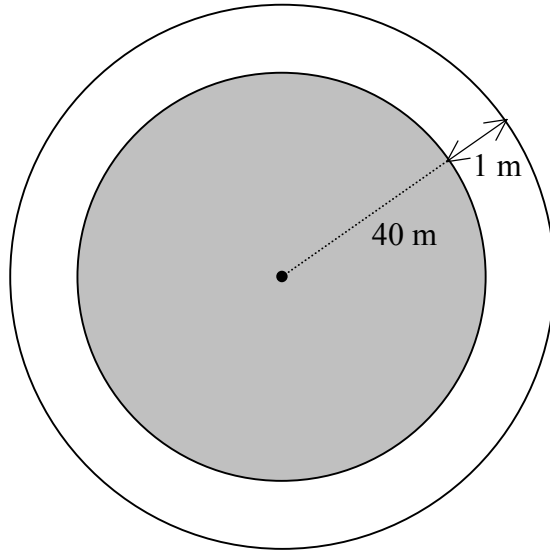
c)  $(5 \circ 6) * (2 \circ 7) =$



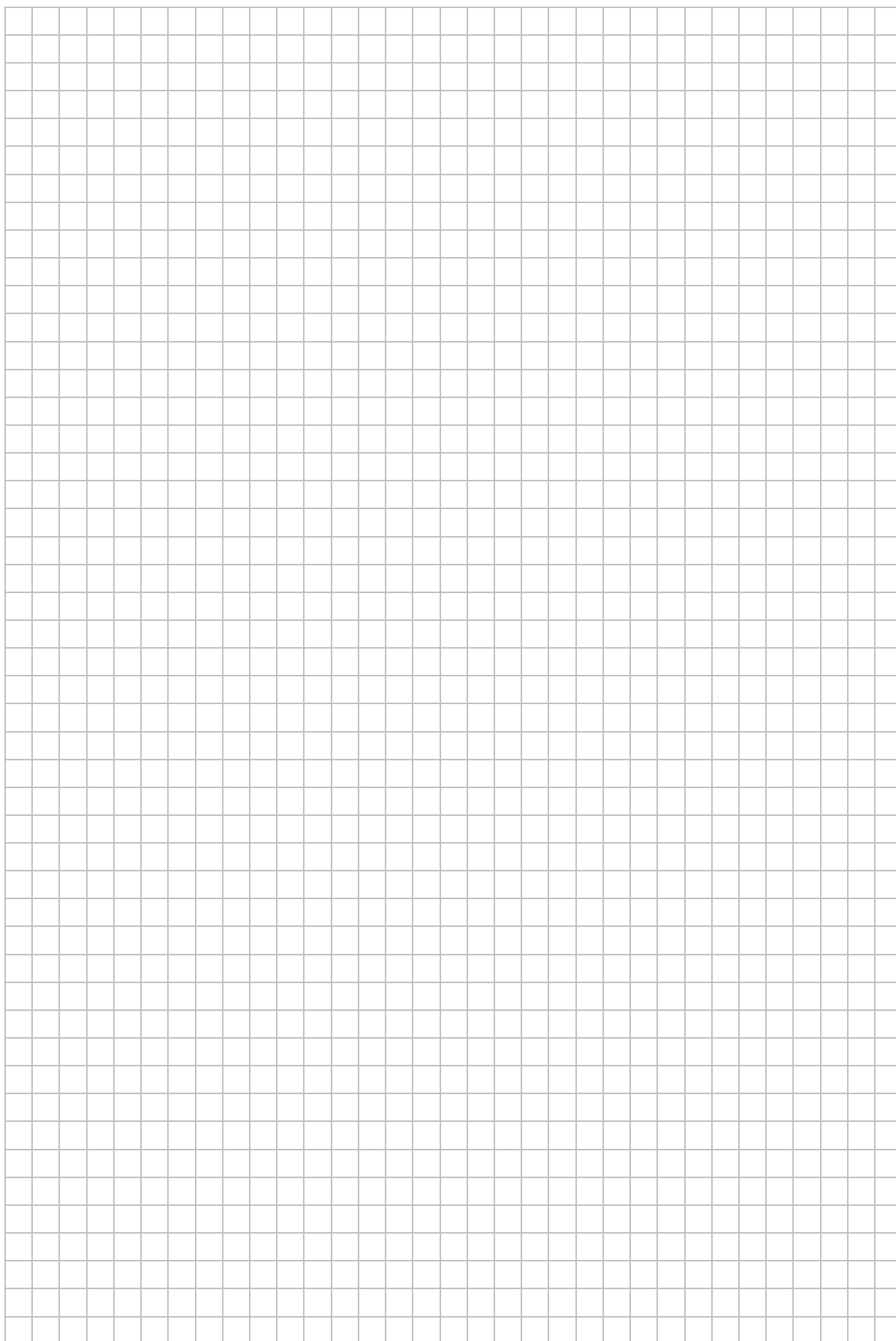
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	4.1.	4.2.	4.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

**Zadanie 5. (3 pkt)**

Ogrodnik opiekujący się klombem w kształcie koła o promieniu 40 m chce go powiększyć, sadząc wokół niego kwiatki na grządce o szerokości 1 m (patrz rysunek). Oblicz, o ile procent ogrodnik chce powiększyć powierzchnię tego klombu.







<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>5.1.</b>	<b>5.2.</b>	<b>5.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 6. (5 pkt)**

Nieskończony ciąg liczbowy  $(a_n)$  dla  $n \geq 1$  jest określony wzorem

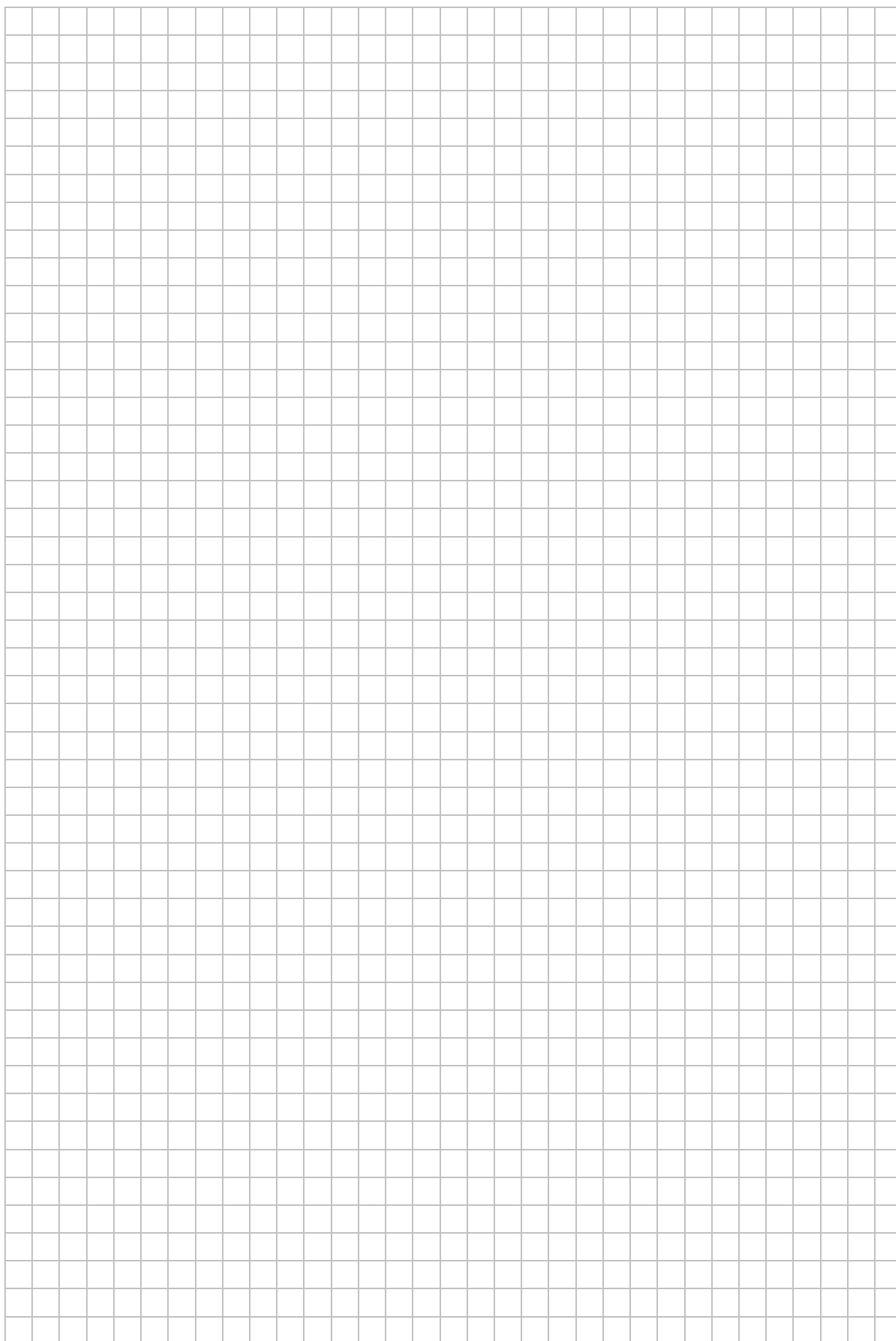
$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{gdy } n \text{ jest nieparzyste,} \\ 0 & \text{gdy } n \text{ jest parzyste.} \end{cases}$$

a) Uzupełnij tabelkę:

$n$	1	2	3	4	5	...	2005	2006	2007	2008
$a_n$	1	0				...				

b) Oblicz  $(a_{2005})^{a_{2006}} \cdot (a_{2006})^{a_{2007}} \cdot (a_{2007})^{a_{2008}}$

c) Oblicz sumę 2008 początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ .

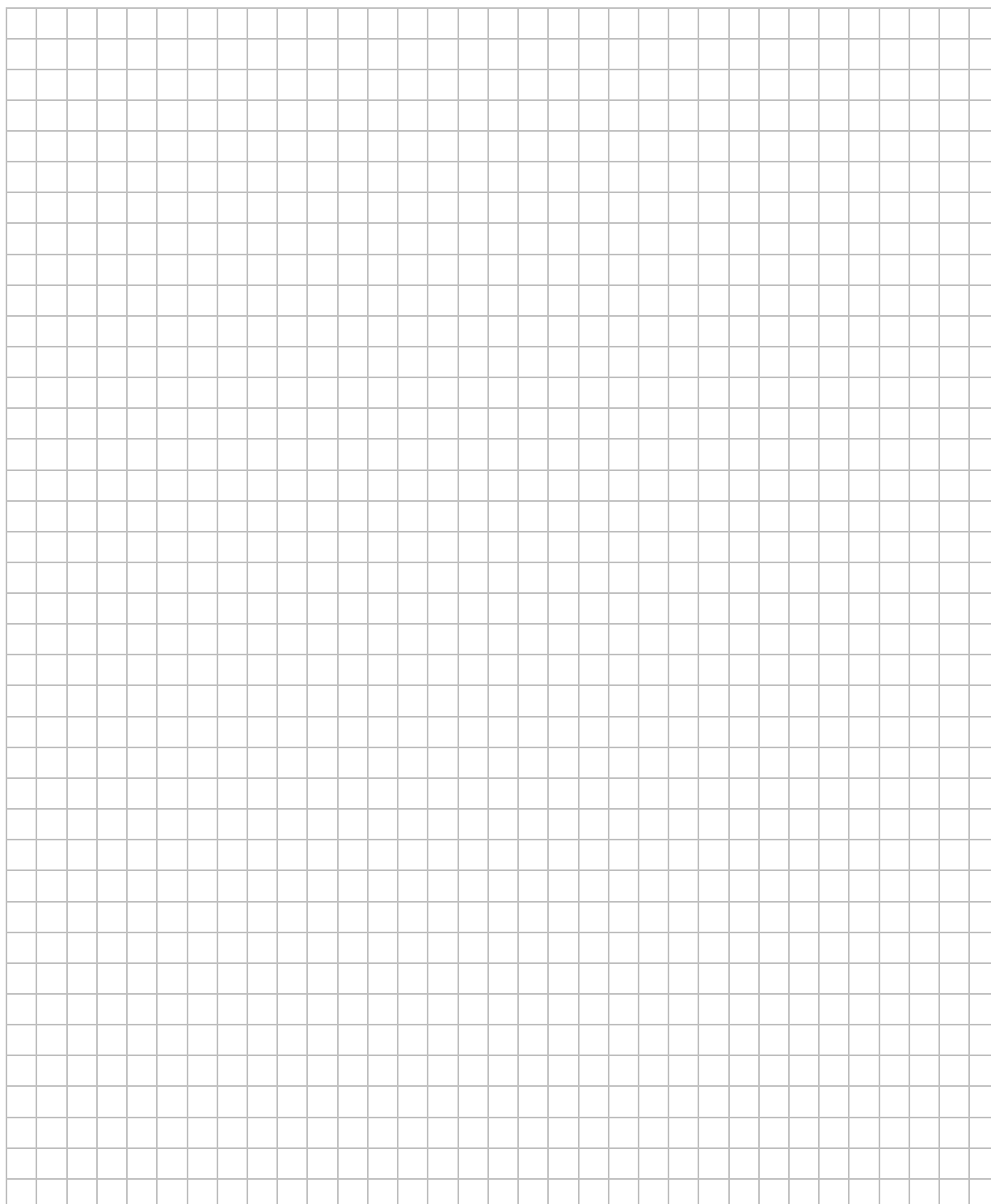


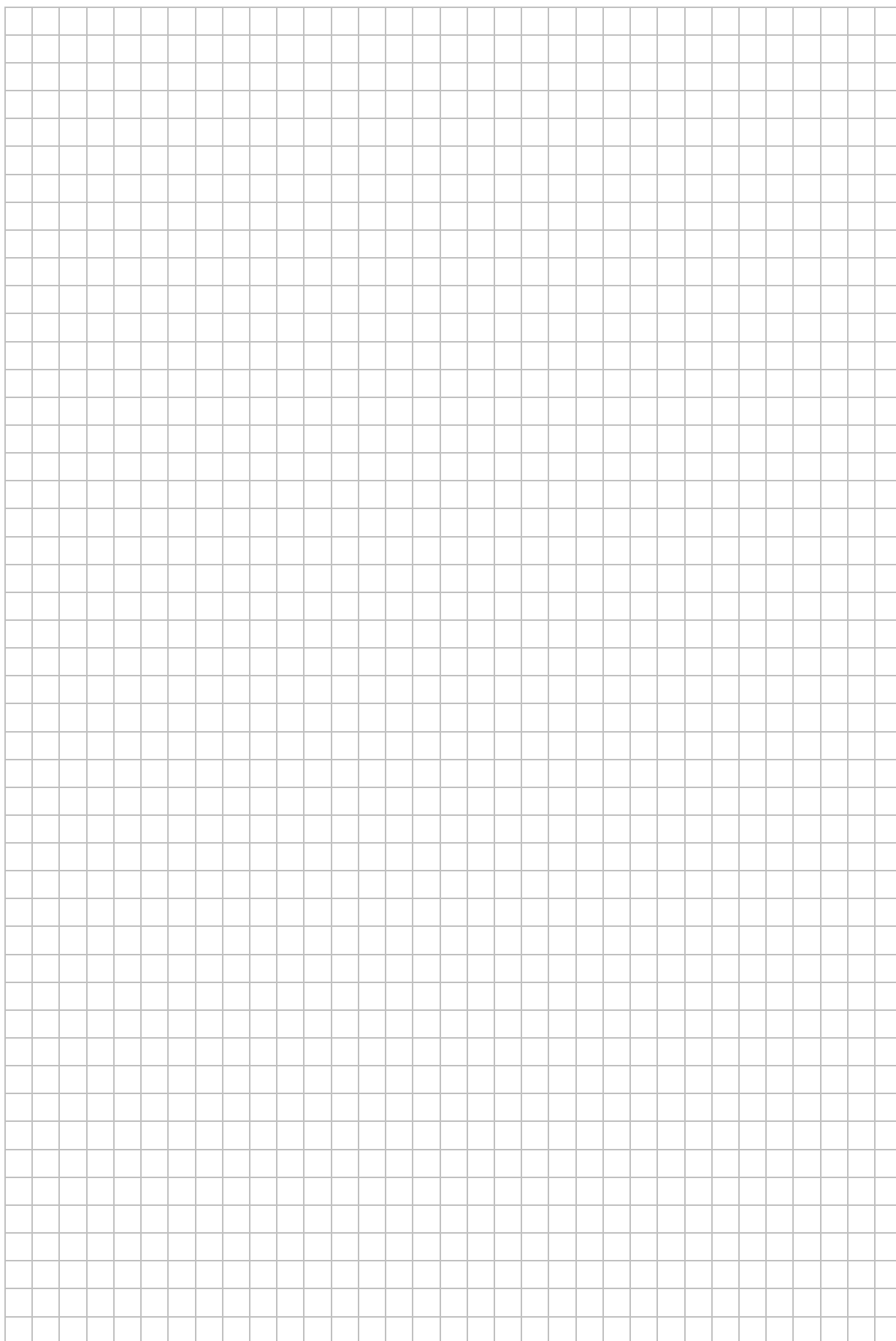
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>6.1.</b>	<b>6.2.</b>	<b>6.3.</b>	<b>6.4.</b>	<b>6.5.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 7. (3 pkt)**

Z krawędzi dachu podrzucono kamień, który po 2 sekundach spadł na ziemię. Wysokość (wyrażoną w metrach), na jakiej znajdował się kamień nad ziemią po upływie  $t$  sekund od chwili jego podrzucenia, opisuje funkcja  $h(t) = -5t^2 + 5t + 10$ , gdzie  $t \in \langle 0, 2 \rangle$ .

- Podaj, z jakiej wysokości (od ziemi) kamień został podrzucony.
- Oblicz, po jakim czasie od momentu podrzucenia kamień osiągnął największą wysokość.
- Oblicz największą wysokość (od ziemi), na jaką wzniósł się ten kamień.





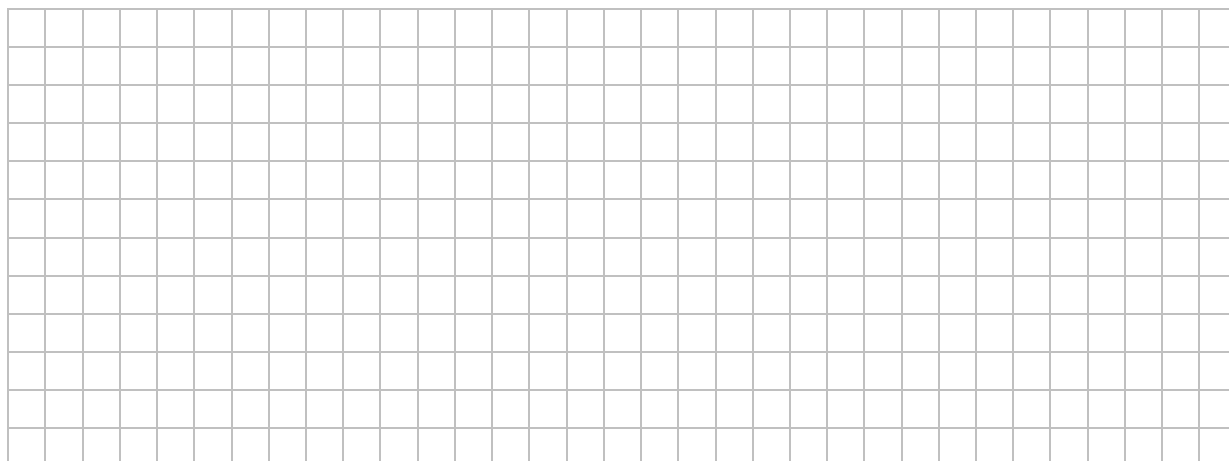
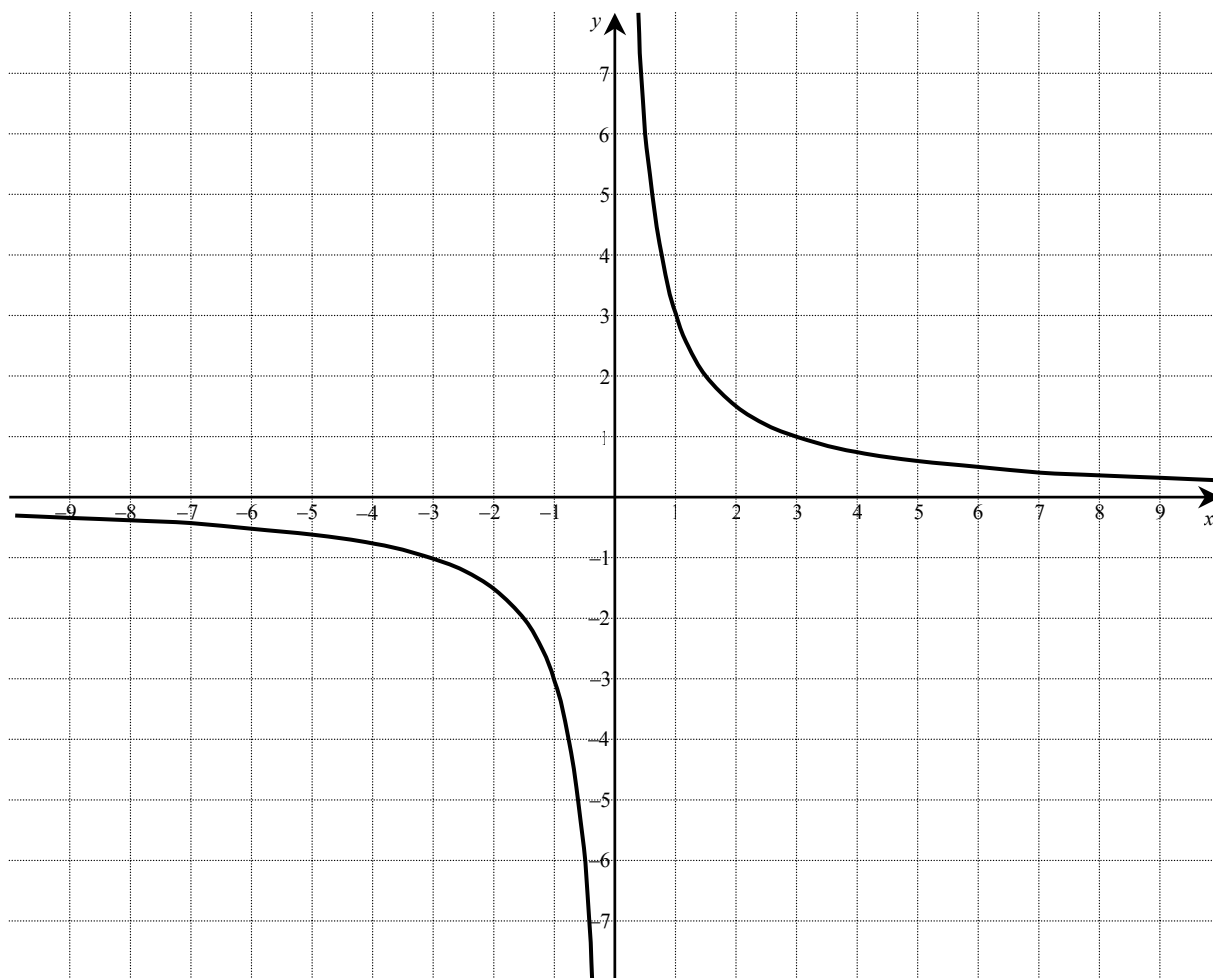
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>7.1.</b>	<b>7.2.</b>	<b>7.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

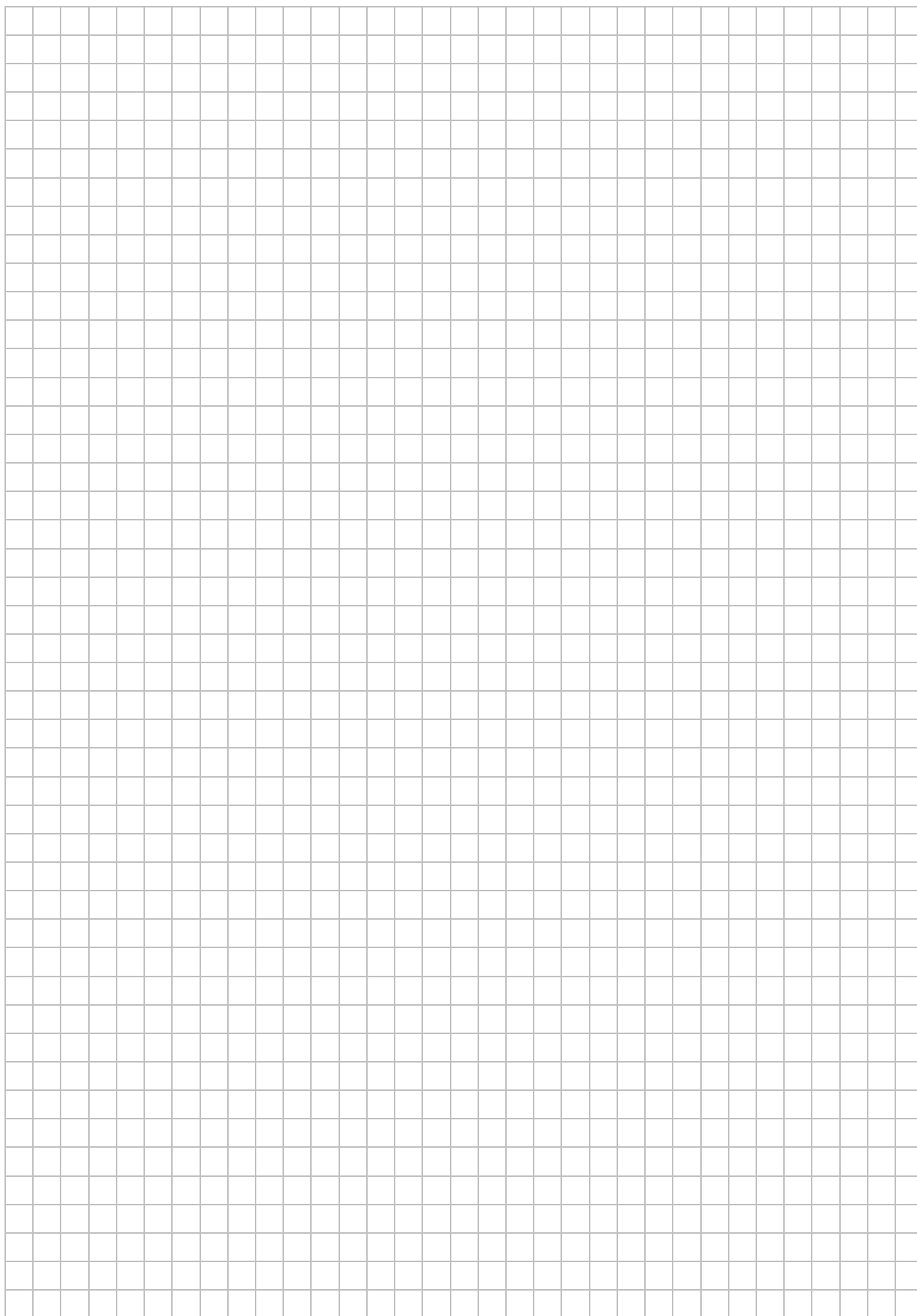
**Zadanie 8. (4 pkt)**

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{3}{x}$  dla  $x \neq 0$ .

Wykres ten przesunięto o 2 jednostki w górę wzdłuż osi  $Oy$ . Otrzymano w ten sposób wykres funkcji  $g$  o wzorze  $g(x) = \frac{3}{x} + 2$  dla  $x \neq 0$ .

- Narysuj wykres funkcji  $g$ .
- Oblicz największą wartość funkcji  $g$  w przedziale  $\langle 21, 31 \rangle$ .
- Podaj, o ile jednostek wzdłuż osi  $Ox$  należy przesunąć wykres funkcji  $g$ , aby otrzymać wykres funkcji przechodzący przez początek układu współrzędnych.

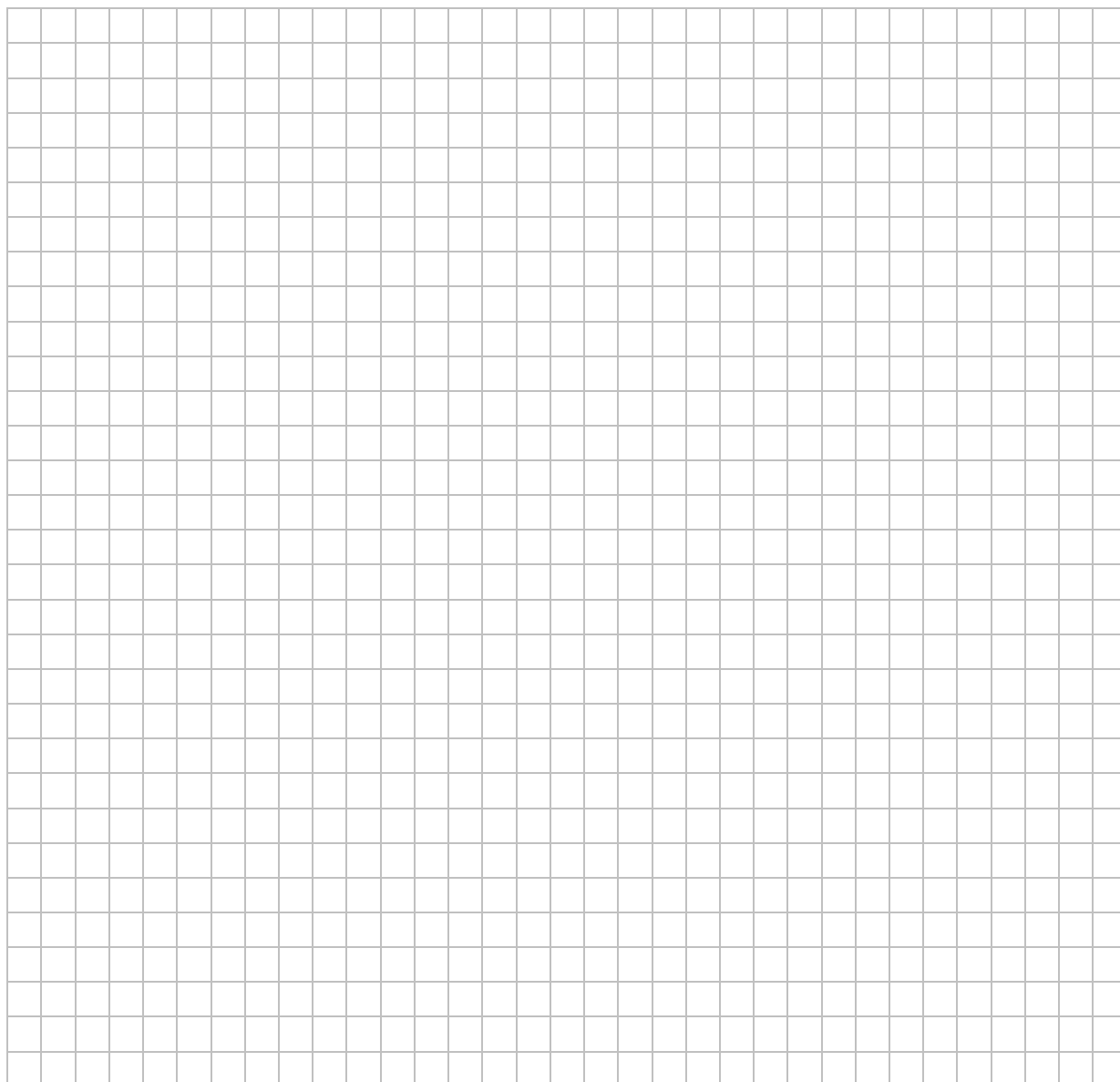
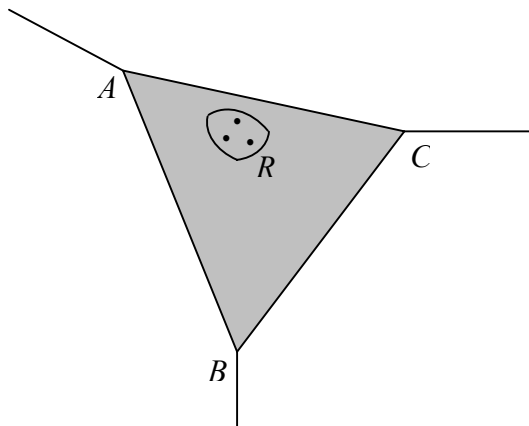




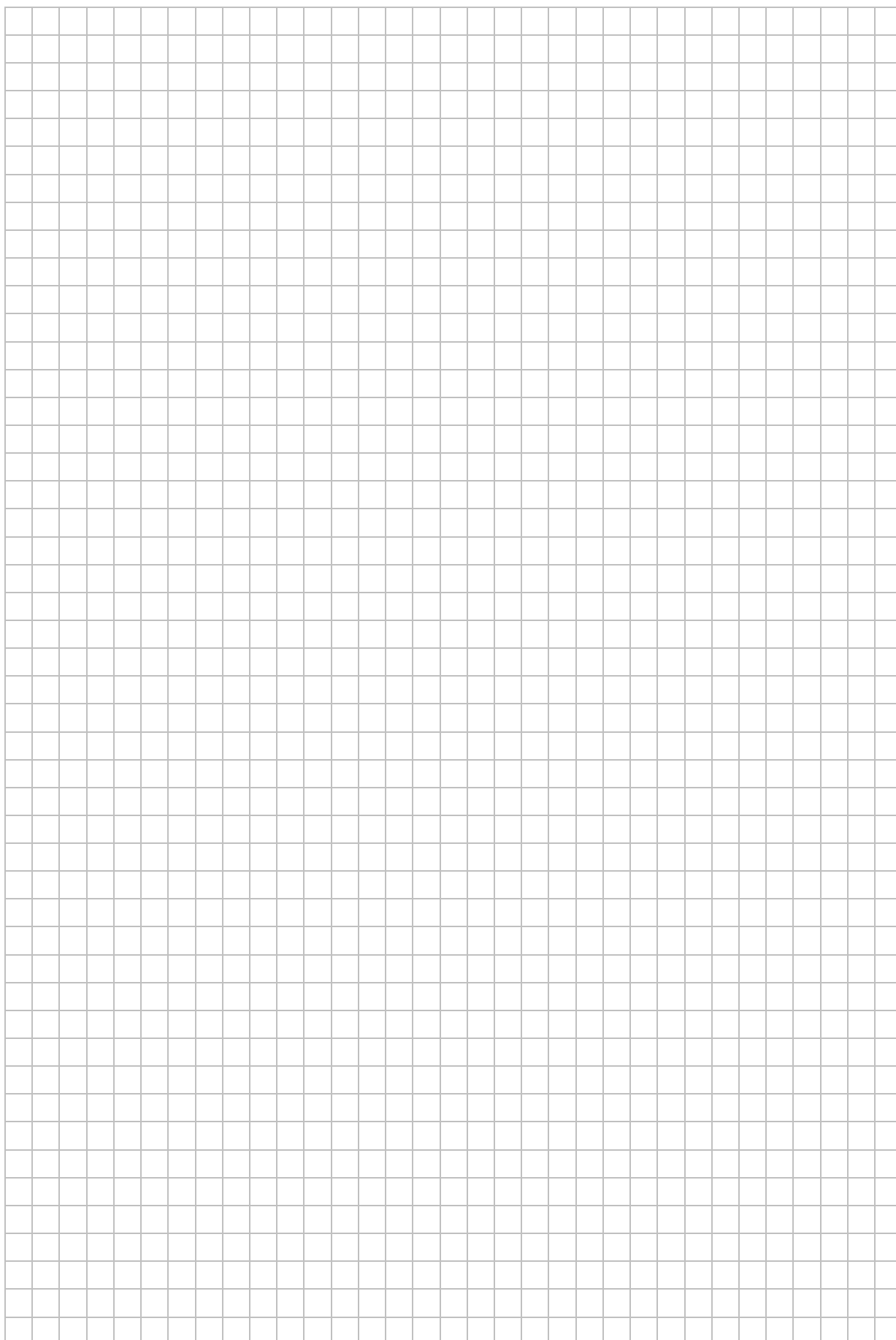
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>8.1.</b>	<b>8.2.</b>	<b>8.3.</b>	<b>8.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 9. (4 pkt)**

Narożnik między dwiema ścianami i sufitem prostopadłościennego pokoju należy zamaskować trójkątnym fragmentem płyty gipsowo-kartonowej (patrz rysunek). Wiedząc, że  $RA = RB = RC = 1\text{ m}$ , oblicz objętość narożnika zamaskowanego tą płytą. Wynik zaokrąglaj do  $0,01\text{ m}^3$ .



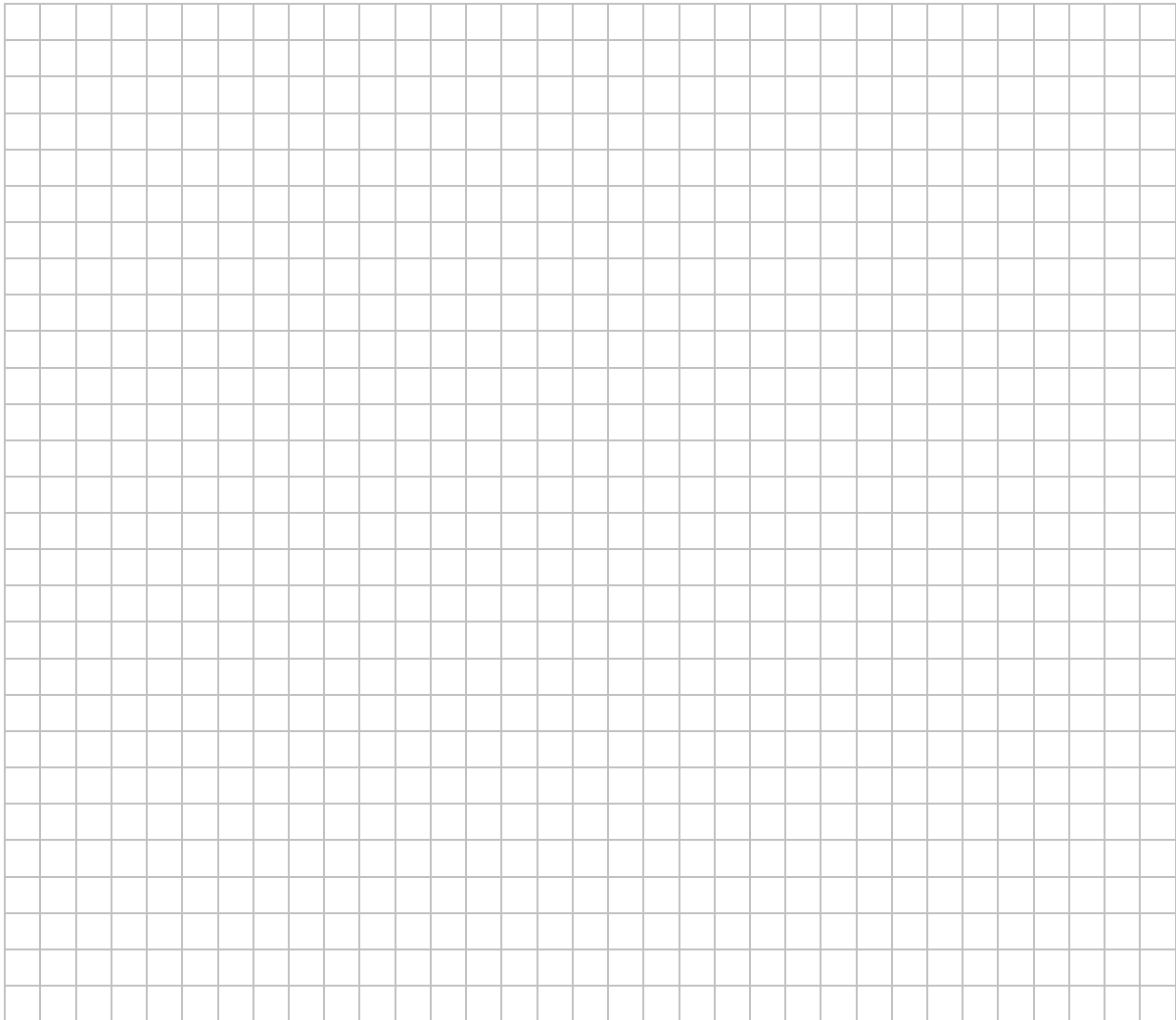
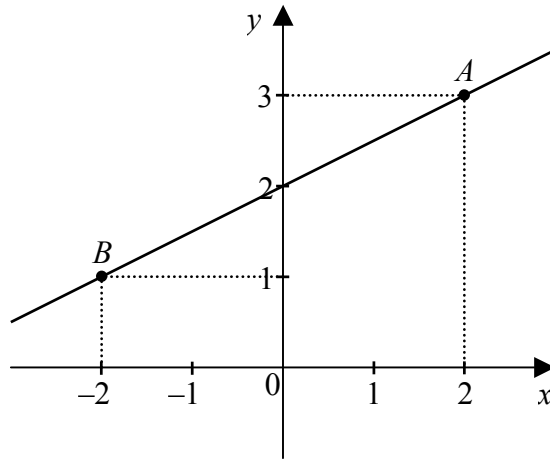


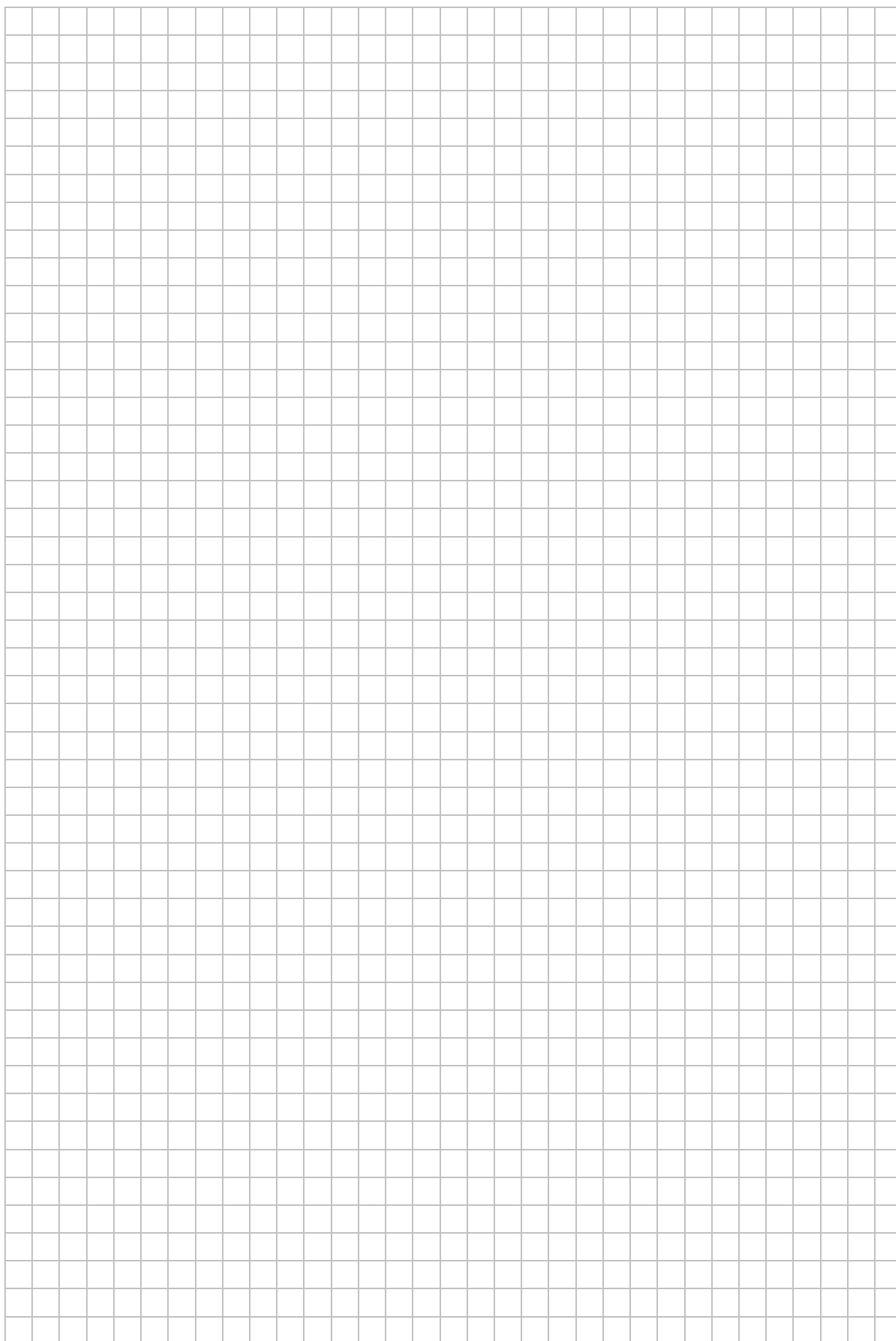


<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>9.1.</b>	<b>9.2.</b>	<b>9.3.</b>	<b>9.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 10. (4 pkt)**

Na płaszczyźnie dane są punkty  $A = (2, 3)$  i  $B = (-2, 1)$  (patrz rysunek). Zbadaj, czy punkty  $K = (36, 21)$  i  $L = (-37, -15)$  leżą po tej samej stronie prostej  $AB$ . Podaj odpowiedź i jej uzasadnienie.

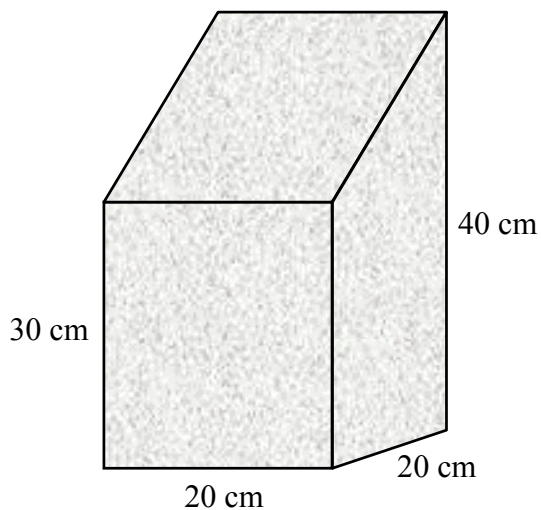


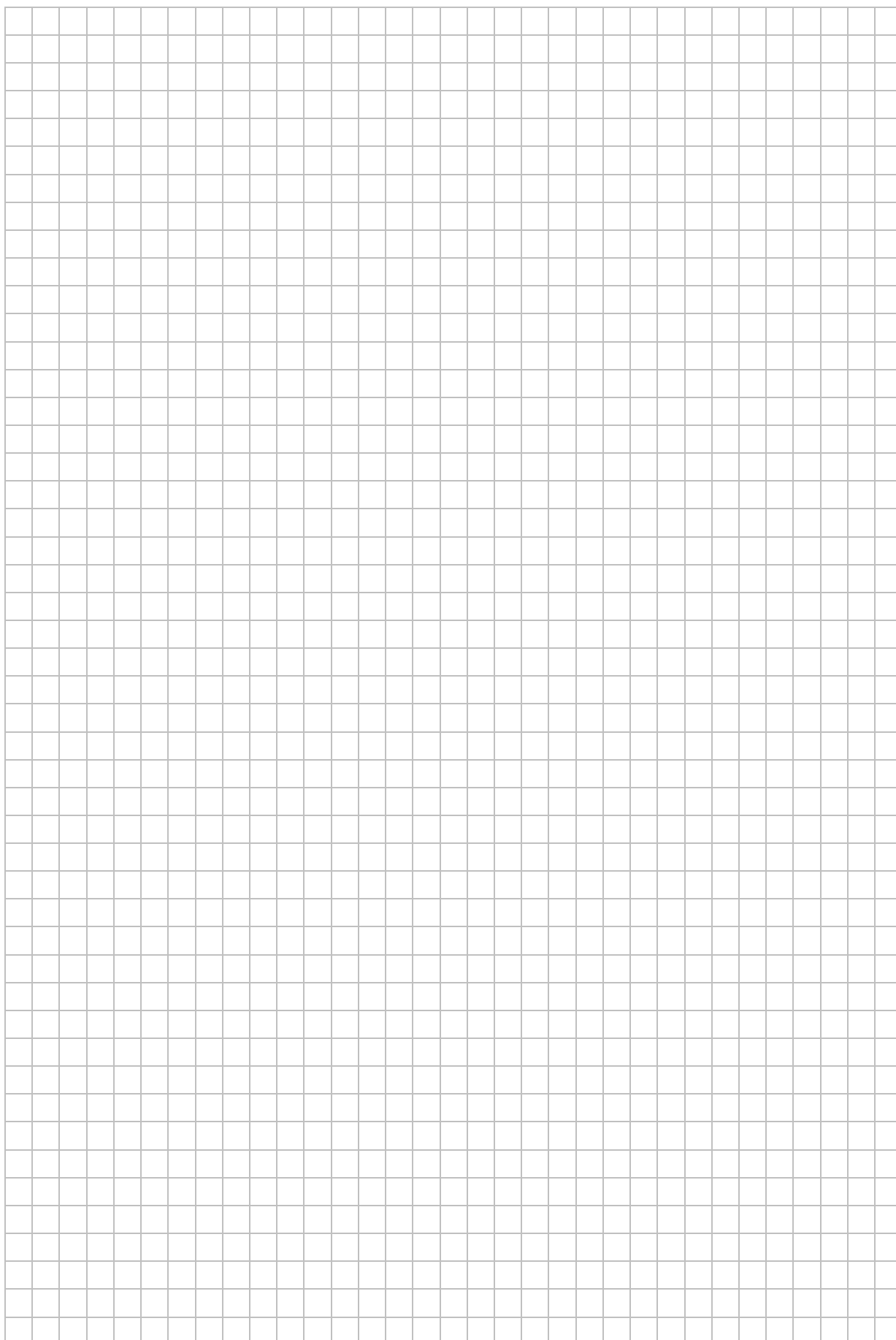


<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>10.1.</b>	<b>10.2.</b>	<b>10.3.</b>	<b>10.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 11. (4 pkt)**

Spawacz ma wykonać z blachy konstrukcję, której podstawą jest kwadrat a ściany boczne są prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Wymiary elementów są podane na rysunku. Oblicz pole powierzchni tej konstrukcji (wszystkich sześciu ścian). Wynik podaj z zaokrągleniem do  $1 \text{ cm}^2$ .

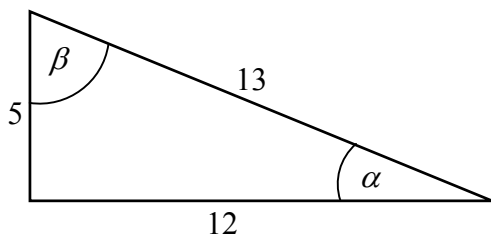




<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>11.1.</b>	<b>11.2.</b>	<b>11.3.</b>	<b>11.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 12. (4 pkt)**

Na rysunku oznaczono kąty oraz podano długości boków trójkąta prostokątnego. Oblicz, które z wyrażeń ma większą wartość:  $\operatorname{tg}\alpha \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \beta} + \sin \alpha$  czy  $\operatorname{tg}\beta \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} + \sin \beta$ .



A large grid area provided for the student to show their work and calculations.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	12.1.	12.2.	12.3.	12.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

**Zadanie 13. (4 pkt)**

Właściciel kiosku notował liczbę biletów komunikacji miejskiej sprzedanych w kolejnych godzinach. Wyniki obserwacji zapisał w tabeli.

Czas obserwacji	Liczba biletów
5:00 – 6:00	2
6:00 – 7:00	3
7:00 – 8:00	9
8:00 – 9:00	8
9:00 – 10:00	6
10:00 – 11:00	4
11:00 – 12:00	3
12:00 – 13:00	3
13:00 – 14:00	3
14:00 – 15:00	5
15:00 – 16:00	8
16:00 – 17:00	6

- a) Oblicz średnią liczbę biletów sprzedawanych w ciągu 1 godziny.  
b) Wynikiem „typowym” nazywamy wynik, który różni się od średniej o mniej niż jedno odchylenie standardowe. Podaj wszystkie godziny, w których liczba sprzedanych biletów **nie była** „typowa”.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	13.1.	13.2.	13.3.	13.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

## BRUDNOPIS