PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

10 MARCA 2018

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $|4^{37} - 8^{25}| - |0,5^{59} - 0,25^{29}|$ jest równa

A) $8^{25} - 4^{37} + 0,5^{59} - 0,25^{29}$
B) $8^{25} - 4^{37} - 0,5^{59} + 0,25^{29}$
C) $4^{37} - 8^{25} + 0,5^{59} - 0,25^{29}$
D) $4^{37} - 8^{25} - 0,5^{59} + 0,25^{29}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dane są dwa koła. Promień pierwszego koła jest większy od promienia drugiego koła o 20%. Wynika stąd, że pole pierwszego koła jest większe od pola drugiego koła

A) o mniej niż 50%, ale więcej niż 40%.
B) o mniej niż 60% , ale więcej niż 50%.
C) dokładnie o 60%.
D) o więcej niż 60%.

ZADANIE 3 (1 PKT)

Różnica $3\log_{\sqrt{2}} \sqrt[6]{2} - \log_{\sqrt{3}} 27$ jest równa

A) 7 B) $\log_6 \frac{2}{81}$ C) -5 D) -2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{4+x}{x-3} < 0$ jest

A) $(3,+\infty)$ B) $(-\infty,-4)$ C) $(-4,3)$ D) $(-\infty,-4) \cup (3,+\infty)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dla każdej liczby dodatniej p wyrażenie $p - 6\sqrt{p} + 8$ jest równe

A) $(\sqrt{p}-1)(\sqrt{p}-8)$
B) $(\sqrt{p}+1)(\sqrt{p}+8)$
C) $(\sqrt{p}+4)(\sqrt{p}+2)$
D) $(\sqrt{p}-4)(\sqrt{p}-2)$

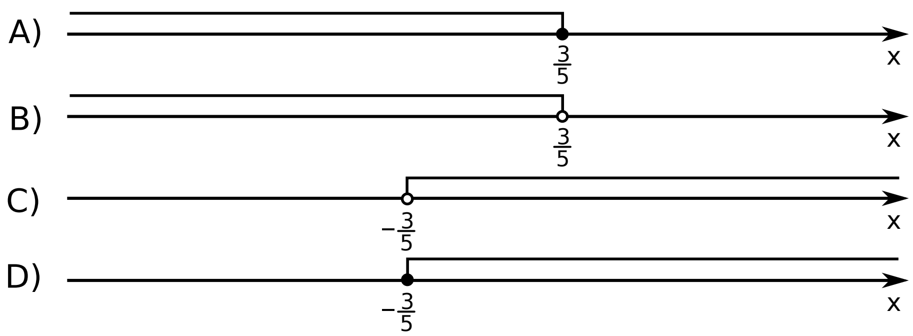
ZADANIE 6 (1 PKT)

Najmniejszą wartością funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + \frac{x}{2}$ jest

A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $3-5x \leqslant 6$.



ZADANIE 8 (1 PKT)

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 3x-7y=3 \\ 6x+14y=b \end{cases}$ z niewiadomymi x i y jest para liczb, których suma jest równa 0. Wynika stąd, że

A) $b>6$ B) $b=-\frac{12}{5}$ C) $b<-6$ D) $b=\frac{3}{10}$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Liczba $\frac{1}{(\sqrt{10}-3)^4}$ jest równa

A) $(\sqrt{10}-3)^4$ B) $\frac{1}{19}$ C) $(\sqrt{10}+3)^4$ D) $\frac{(\sqrt{10}+3)^4}{2401}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Równanie $x^2(16+x^2)(9-x^2)=0$ ma dokładnie

A) pięć rozwiązań: $x=0, x=-3, x=3, x=-4, x=4$

B) trzy rozwiązania: $x=0, x=-3, x=3$

C) dwa rozwiązania: $x=-3, x=3$

D) jedno rozwiązanie: $x=3$

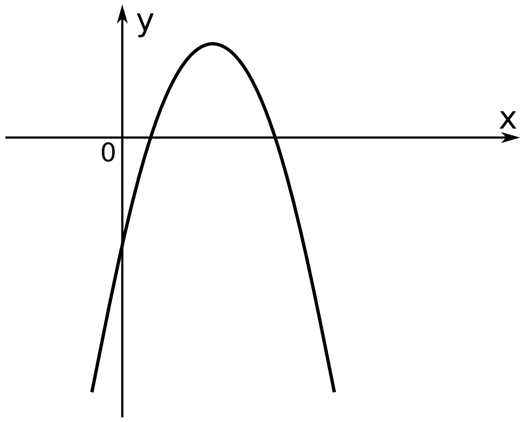
ZADANIE 11 (1 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geqslant 1$, o którym wiemy, że: $a_1=3$ i $a_2=11$. Wtedy $a_n=107$ dla

A) $n=11$ B) $n=12$ C) $n=13$ D) $n=14$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.

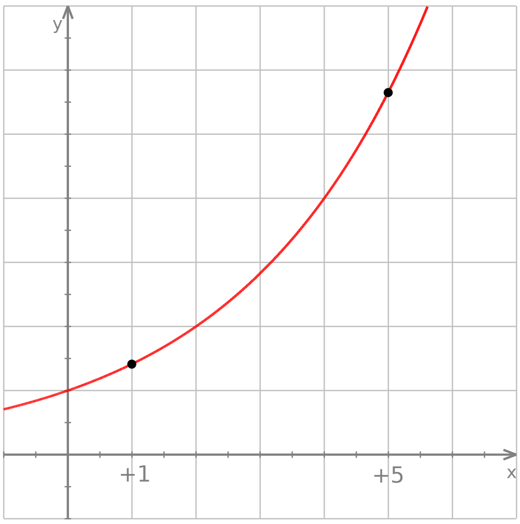


Współczynniki b i c spełniają warunki:

A) $b < 0,\ c > 0$ B) $b < 0,\ c < 0$ C) $b > 0,\ c > 0$ D) $b > 0,\ c < 0$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x) = a^x$. Wartość funkcji dla $x = 5$ jest cztery razy większa, niż wartość dla $x = 1$.



Podstawa a potęgi jest równa

A) 2 B) $\sqrt[4]{2}$ C) $-\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$

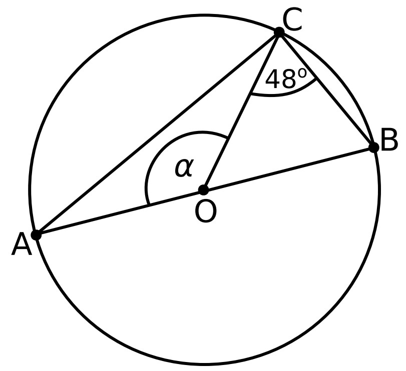
ZADANIE 14 (1 PKT)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{8}$. Wówczas $\sin\alpha$ jest równy

A) $\frac{8}{17}$ B) $\frac{15}{\sqrt{161}}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{15}{17}$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę



A) 96° B) 84° C) 42° D) 132°

ZADANIE 16 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny

$$\left(x^8, \frac{x^7}{2}, \frac{x^6}{4}, \frac{x^5}{8}, \frac{x}{16}, \frac{x^3}{32}, \frac{x^2}{64}\right)$$

o wyrazach dodatnich. Wtedy

A) $x = 1$ B) $x = 2$ C) $x = \frac{1}{2}$ D) $x = 4$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Każda z dwudziestu ścian dwudziestościanu foremnego jest trójkątem równobocznym. Liczba wszystkich krawędzi dwudziestościanu foremnego jest równa

A) 60 B) 30 C) 15 D) 20

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dany jest sześciokąt foremny, którego pole jest równe $12\sqrt{3}$. Bok tego sześciokąta ma długość

A) $2\sqrt{2}$ B) 8 C) 4 D) $4\sqrt{3}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Punkt B jest rzutem prostopadłym punktu $A = (-7, -2)$ na prostą o równaniu $y = 3x - 1$. Wskaż równanie prostej AB.

A) $y = -3x - 23$ B) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{13}{3}$ C) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$ D) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Trójkąt T jest podobny do trójkąta T_1 w skali $k = \frac{1}{3}$, a trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T w skali $k = 6$. Pole trójkąta T_2 jest równe 32. Trójkąt T_1 ma pole równe

A) 128 B) 8 C) 16 D) 24

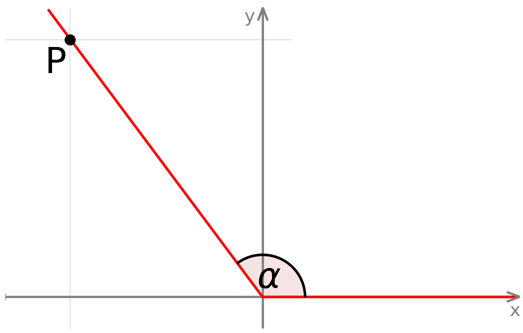
ZADANIE 21 (1 PKT)

Prosta k oraz prosta o równaniu $3x = y - 3(1-x)$ są prostopadłe oraz przecinają się w punkcie $(2,3)$. Prosta k ma równanie

A) $x - y + 1 = 0$ B) $x - 2 = 0$ C) $y - 3 = 0$ D) $x + y = 5$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Jedno z ramion kąta α (rysunek) leży na osi odciętych, a drugie przechodzi przez punkt $P(-8;15)$.



Zatem $\cos\alpha$ jest równy

A) $\frac{8}{17}$ B) $-\frac{8}{15}$ C) $-\frac{8}{17}$ D) $\frac{8}{15}$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 7?

A) 1285 B) 1428 C) 1284 D) 1286

ZADANIE 24 (1 PKT)

Dany jest stożek o wysokości 5 i średnicy podstawy 6. Objętość tego stożka jest równa

A) 60π B) 15π C) 45π D) 75π

ZADANIE 25 (1 PKT)

Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania sześciu różnych liczb oczek, jest równe

A) $\frac{5}{324}$ B) $\frac{1}{46656}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{1296}$

ZADANIE 26 (2 PKT)

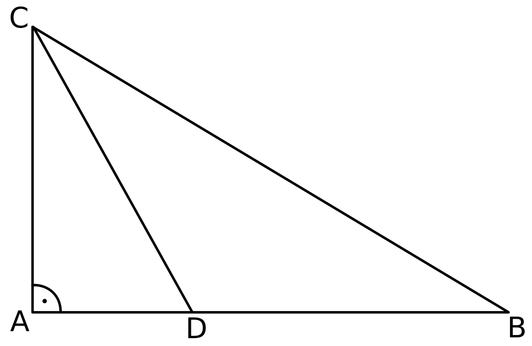
Wykaż, że $119^{16} - 117^{16}$ jest liczbą podzielną przez 59.

ZADANIE 27 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $\left(x-\frac{1}{3}\right)x \leqslant 2\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Dwusieczna kąta ostrego ACB przecina przyprostokątną AB trójkąta prostokątnego ABC w punkcie D.



Udowodnij, że jeżeli $|AD| = \frac{1}{2} \cdot |CD|$, to $|BD| = |CD|$.

ZADANIE 29 (2 PKT)

Wykaż, ze dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{2} \geqslant a+b+c-\frac{3}{2}.$$

ZADANIE 30 (2 PKT)

Oblicz

$$2018^2 - 2017^2 + 2016^2 - 2015^2 + \cdots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2.$$

ZADANIE 31 (2 PKT)

Ze zbioru liczb trzycyfrowych losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że iloczyn cyfr wylosowanej liczby jest liczbą parzystą?

ZADANIE 32 (4 PKT)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -6$ i $x_2 = 4$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A = (-4, -4)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f.

ZADANIE 33 (5 PKT)

Dwa boki trójkąta prostokątnego ABC są zawarte w prostych o równaniach $y = 2x + 1$ oraz $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$. Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta ABC jeżeli wiadomo, że jego trzeci bok jest zawarty w prostej przechodzącej przez punkt $K = (2, -2)$. Rozważ wszystkie możliwości.

ZADANIE 34 (4 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ o podstawach ABC i DEF i krawędziach bocznych AD, BE i CF (zobacz rysunek). Krawędzie boczne graniastosłupa mają długość 8, a tangens kąta między wysokością trójkąta ABF poprowadzoną z wierzchołka F i płaszczyzną podstawy ABC tego graniastosłupa jest równy $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Oblicz pole trójkąta ABF.