

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

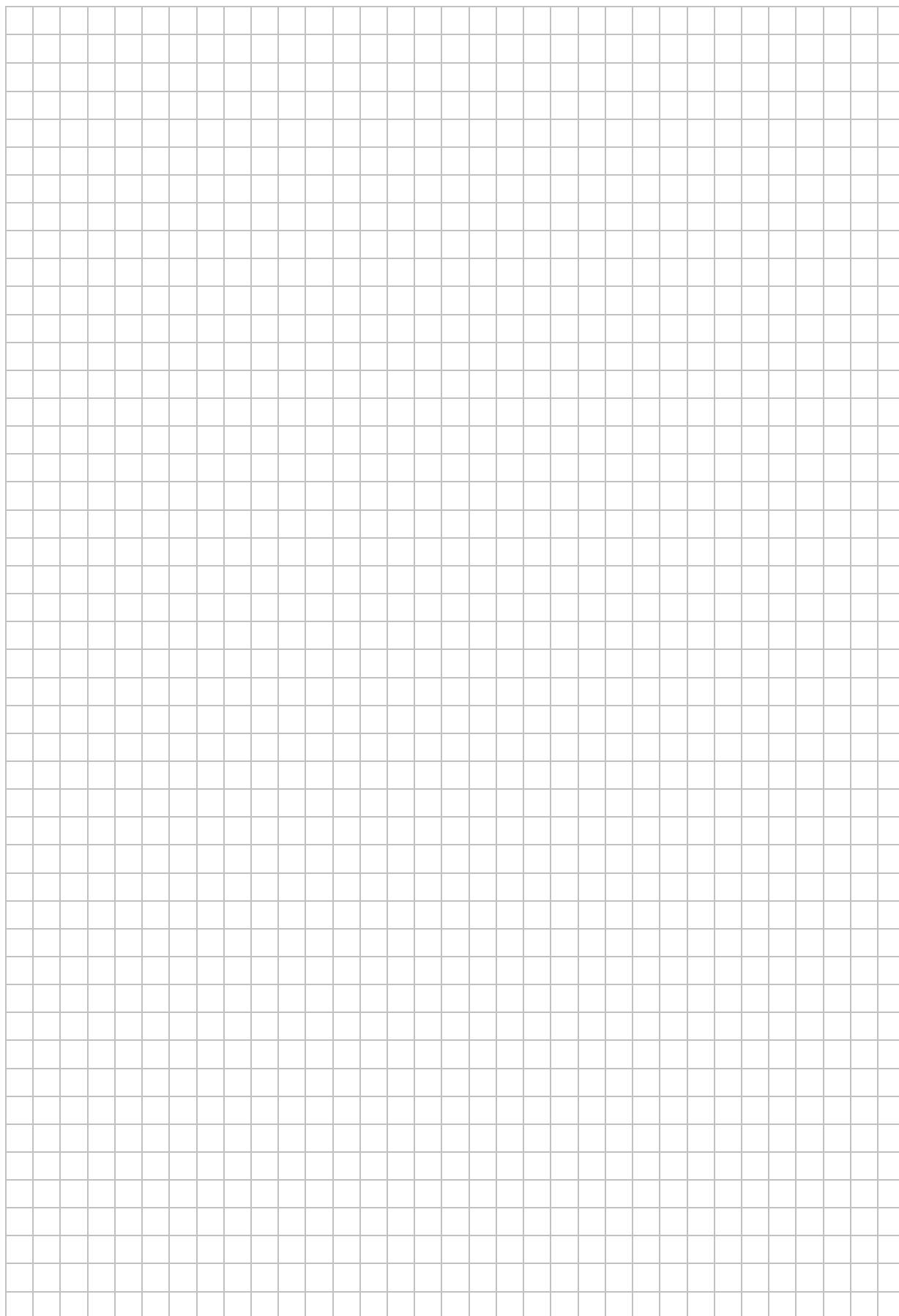
POZIOM ROZSZERZONY
(TECHNIKUM)

28 MARCA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

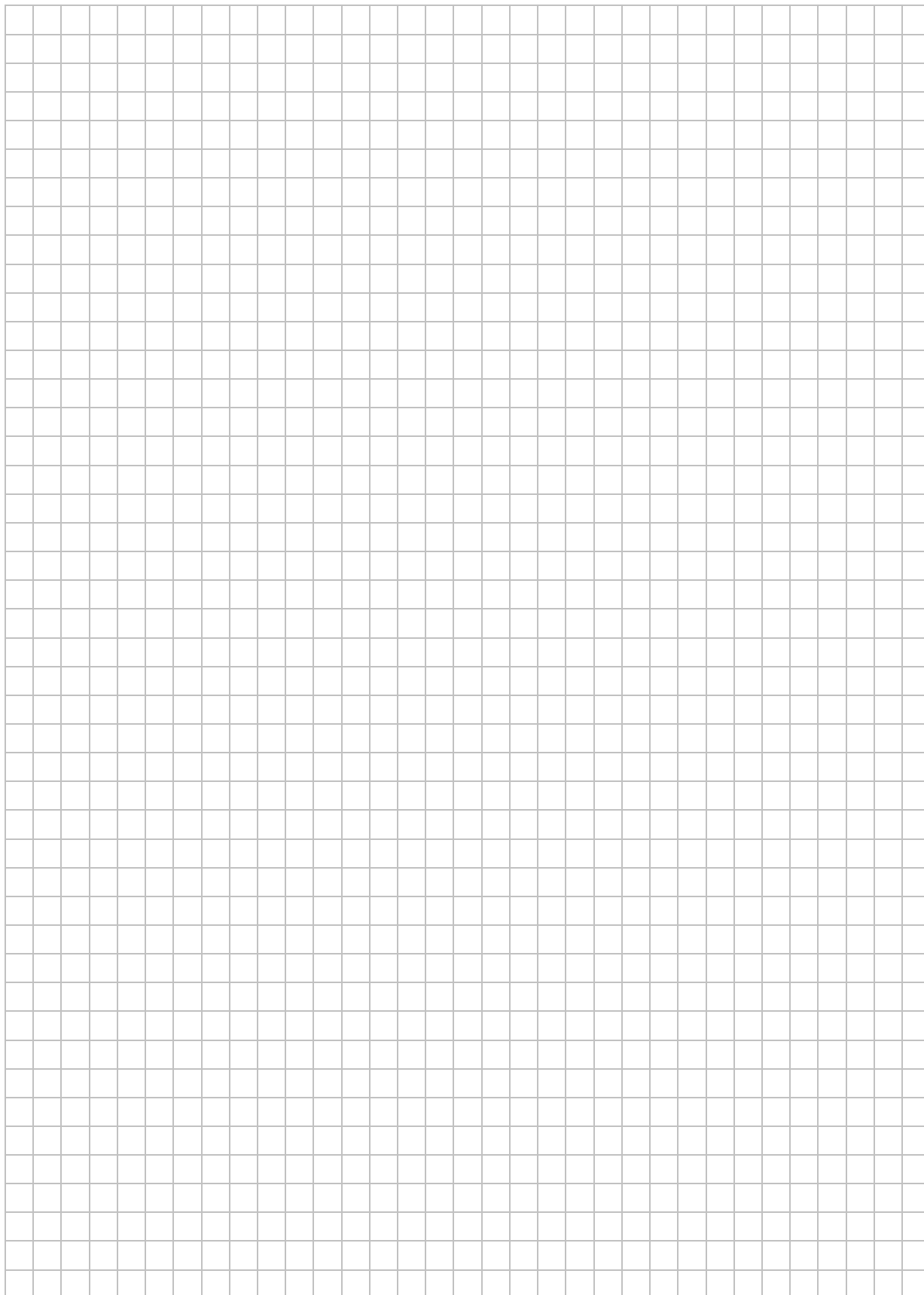
ZADANIE 1 (4 PKT)

Która z liczb jest większa: $\frac{10^{2013}+1}{10^{2014}+1}$, czy $\frac{10^{2014}+1}{10^{2015}+1}$?



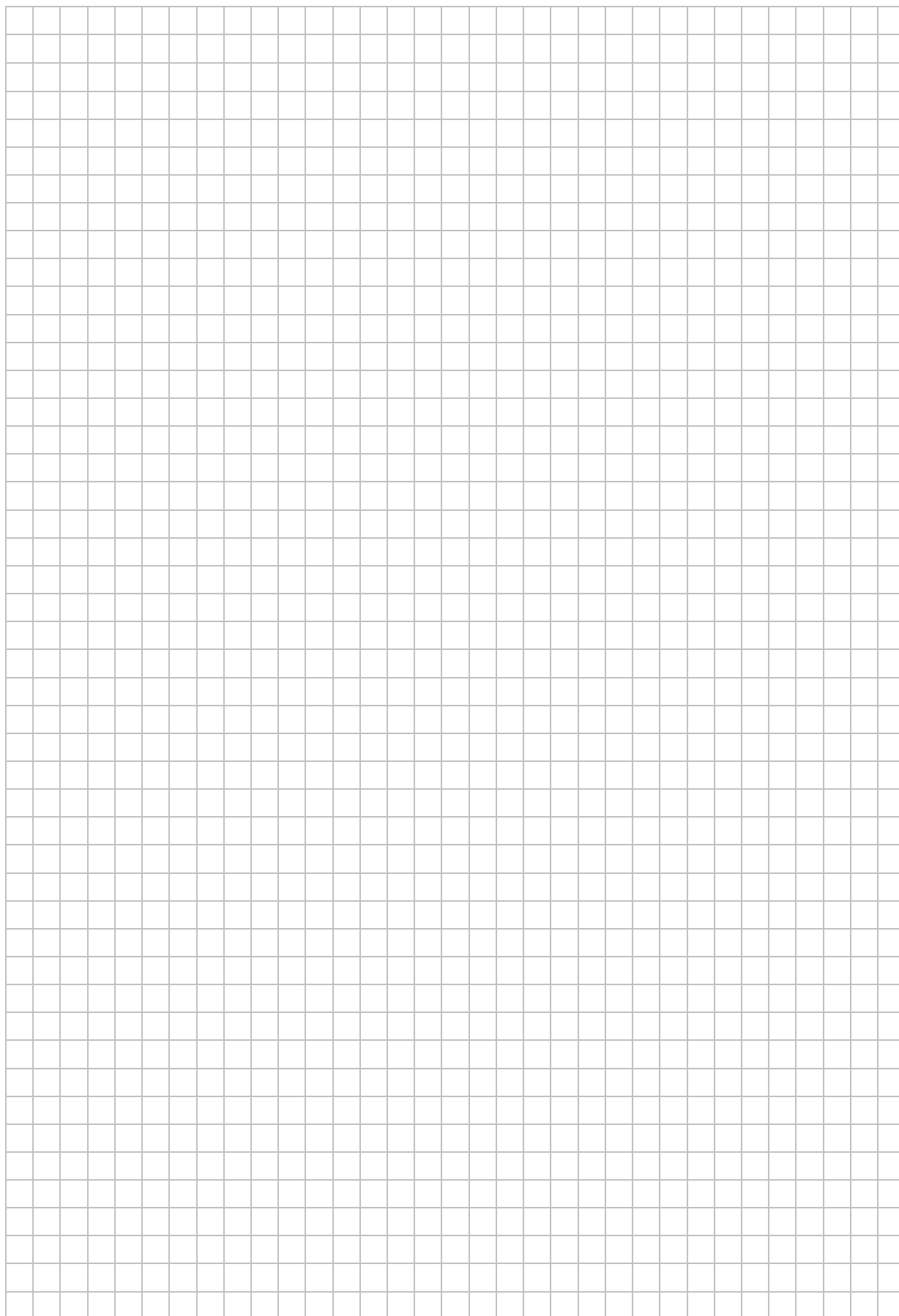
ZADANIE 2 (4 PKT)

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym boki AB i BC są prostopadłe. Dwusieczne kątów A i D przecinają się w punkcie S leżącym na boku BC . Wykaż, że $|BS| = |SC|$.



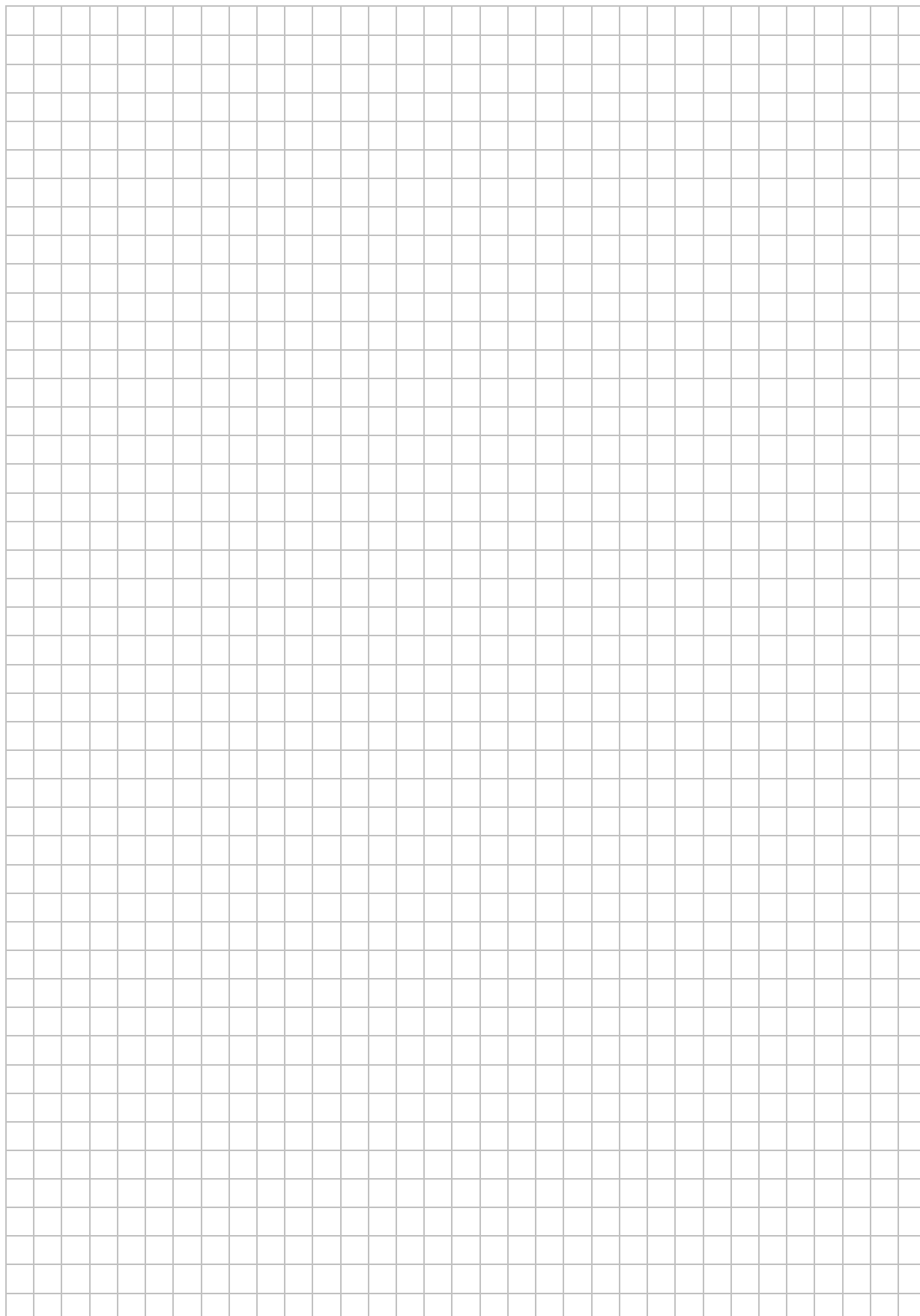
ZADANIE 3 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $|2x + 2| + |x - 2| > 5$.



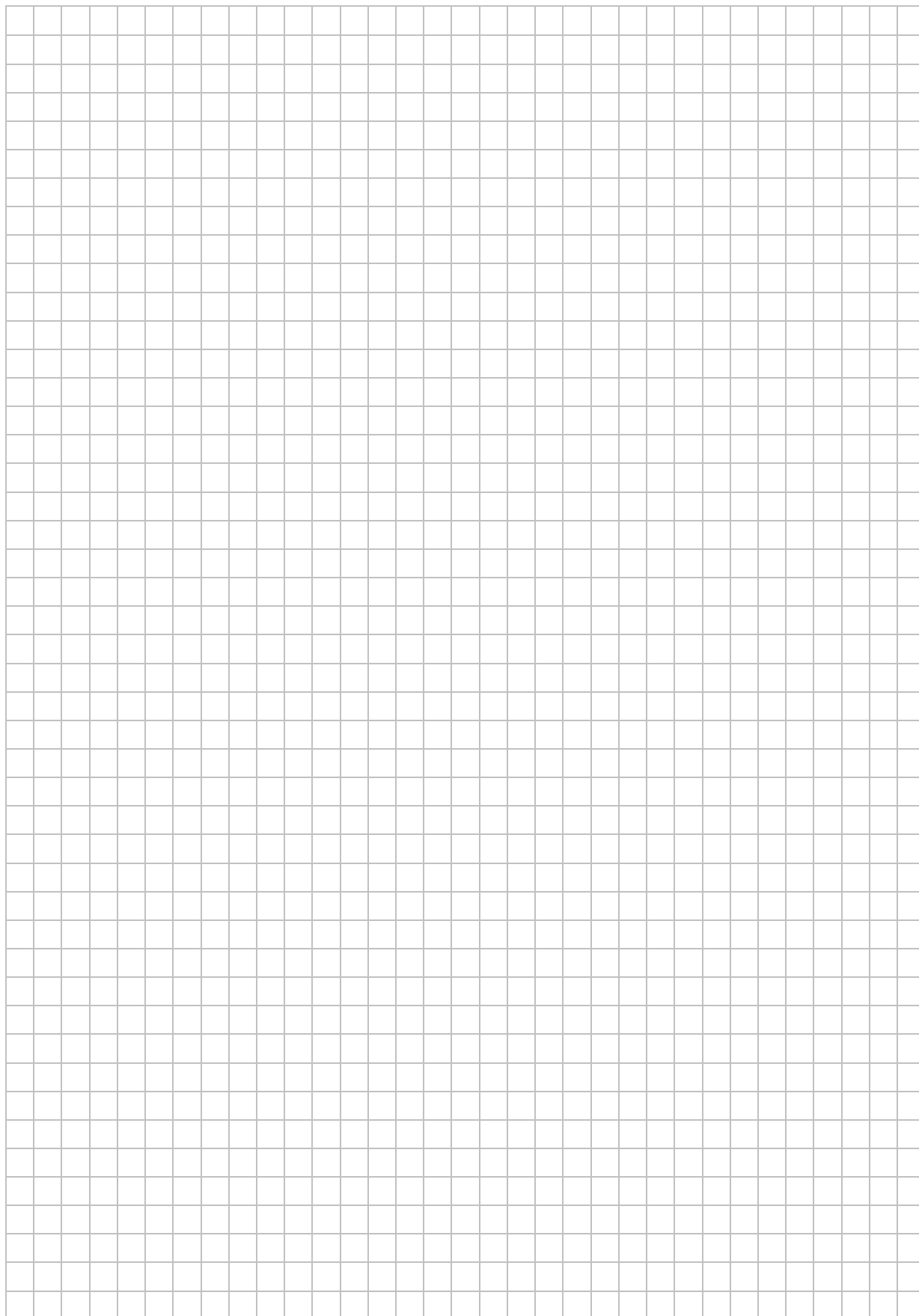
ZADANIE 4 (3 PKT)

Naszkiuj wykresy funkcji $f(x) = 1 + \log_3(\sqrt{3}x)$ i $g(x) = \log_5 \frac{5\sqrt{5}}{x}$, gdzie $x \in (0, +\infty)$.
 Odczytaj z wykresów zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leq g(x)$.



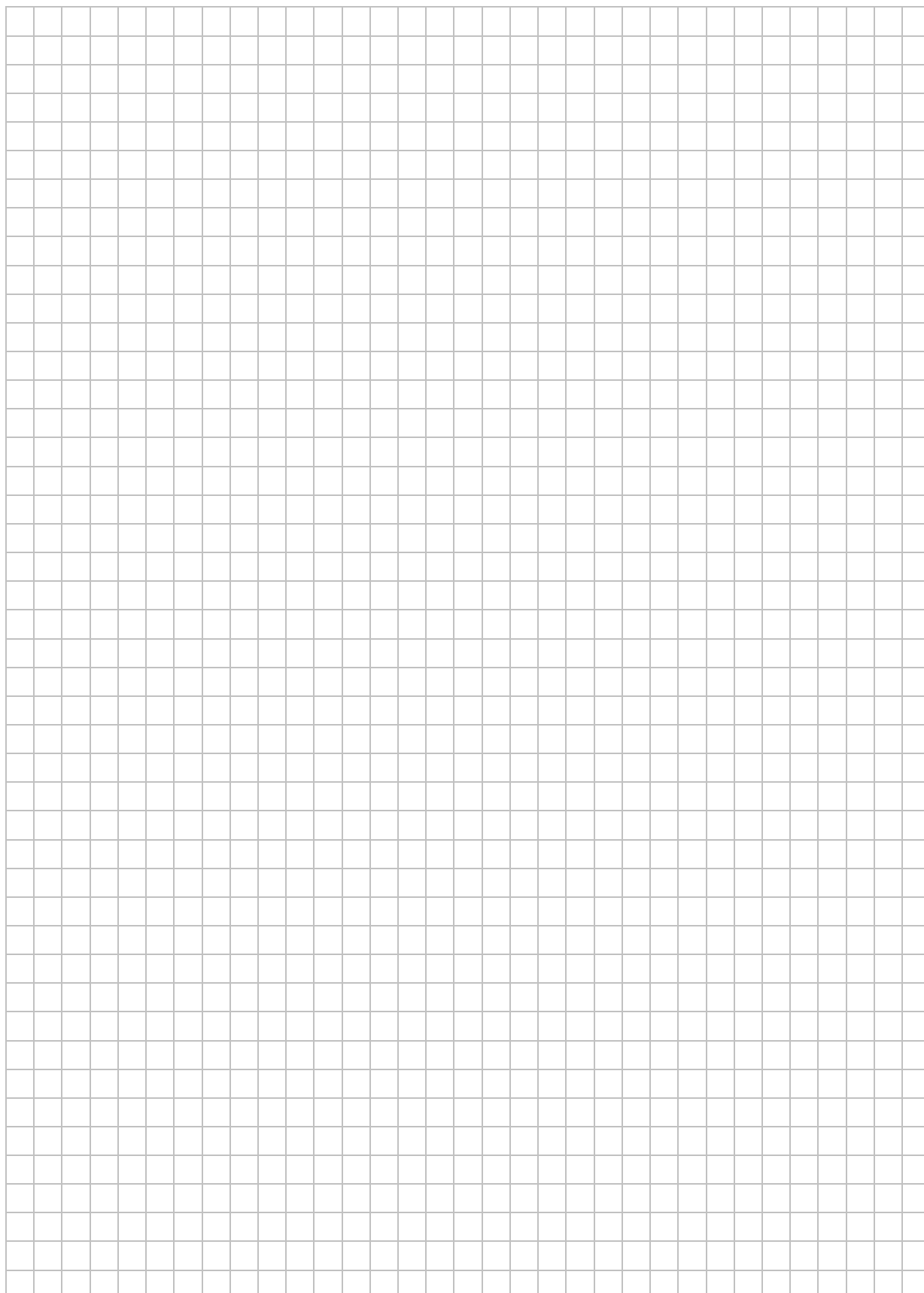
ZADANIE 5 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby naturalne dodatnie k , dla których równanie $x^2 + x + 1 = k^2$ ma pierwiastki będące liczbami całkowitymi.



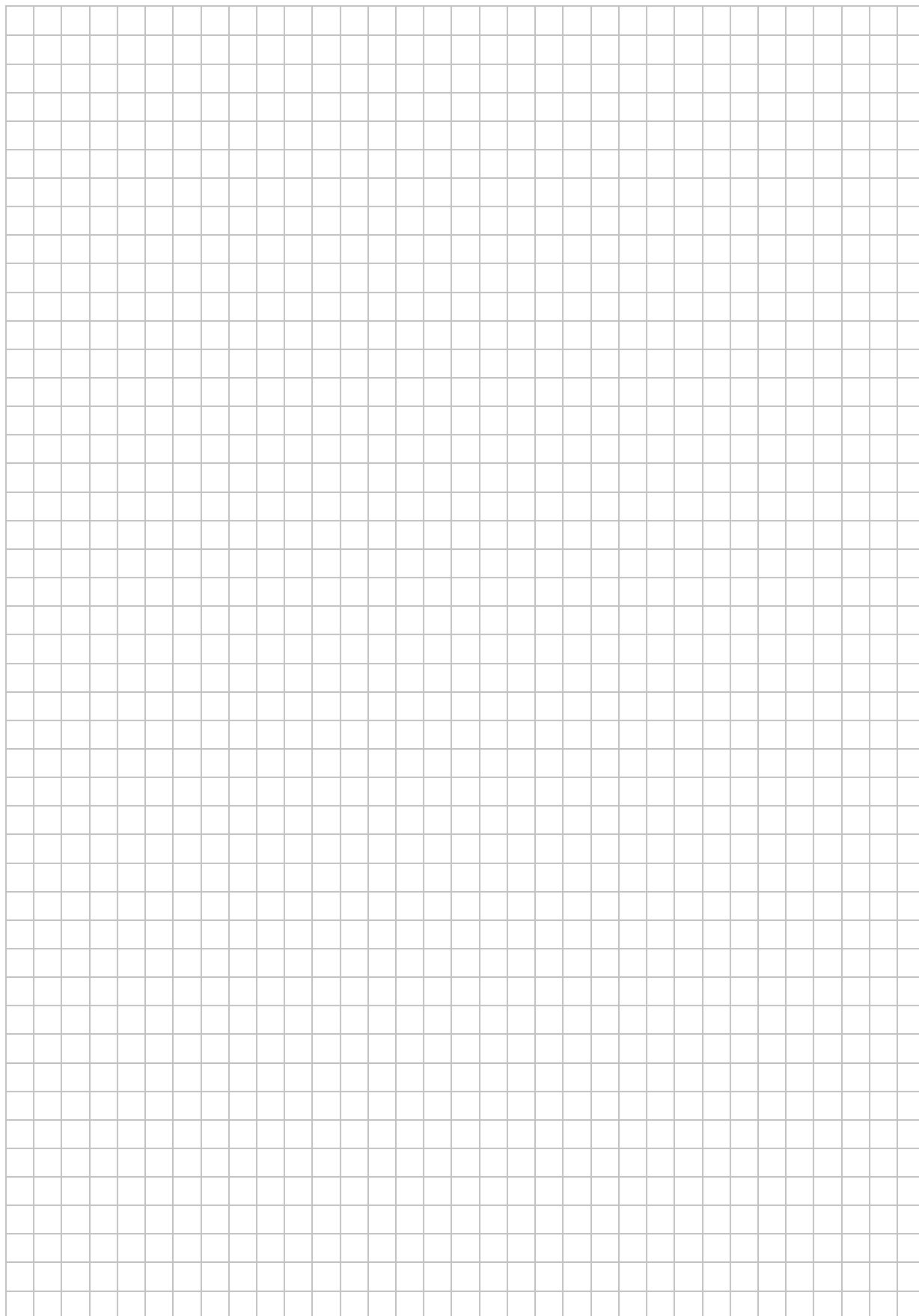
ZADANIE 6 (4 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ przez dwumian $(x - 3)$ jest równa 1. Wykaż, że jeżeli liczby a, b, c, d są liczbami całkowitymi to wielomian $P(x)$ nie ma pierwiastków wymiernych.



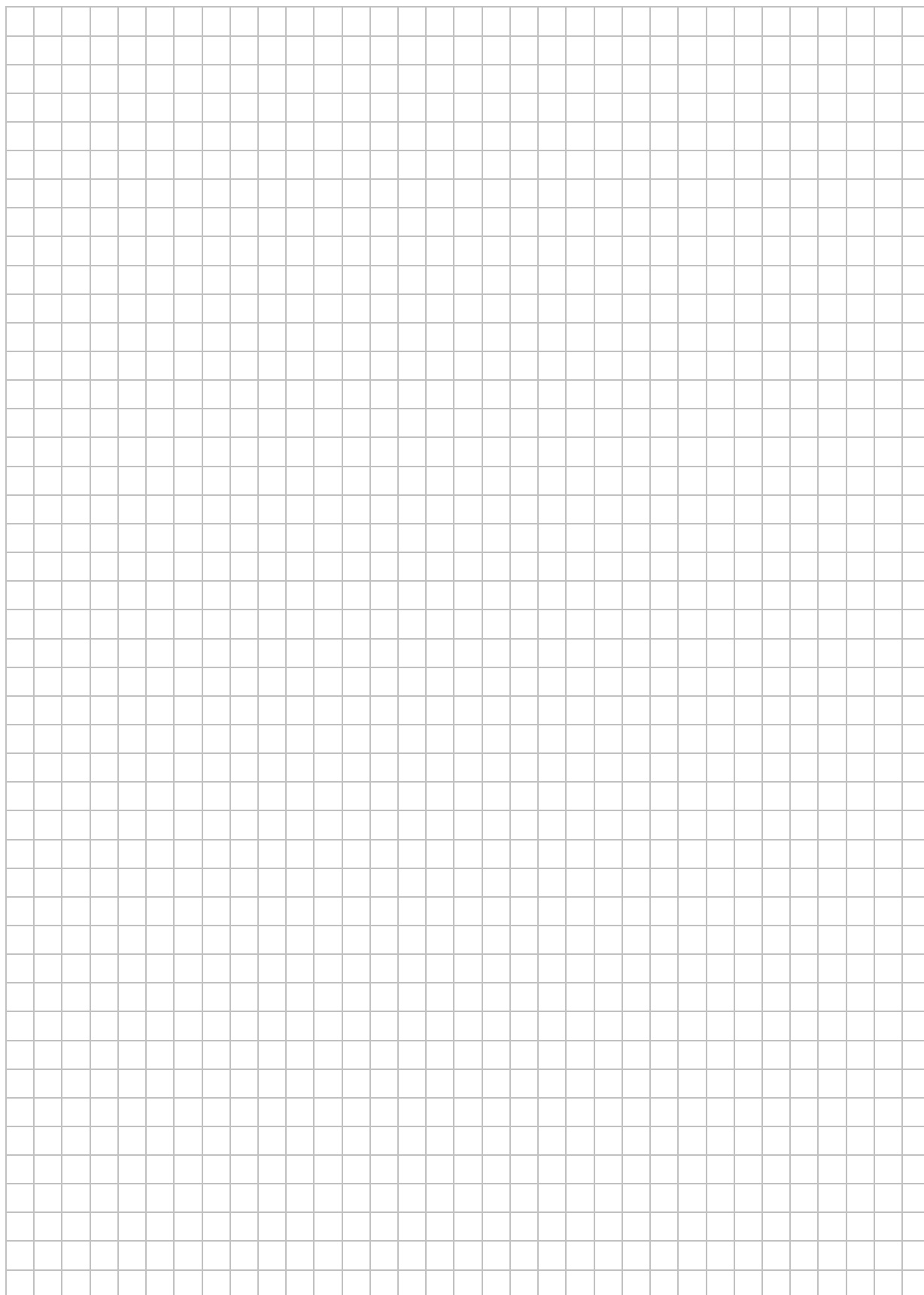
ZADANIE 7 (6 PKT)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości $|BC| = 8$, $|CA| = \sqrt{17}$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że $|AD| = 2$. Oblicz sinus kąta DCA .



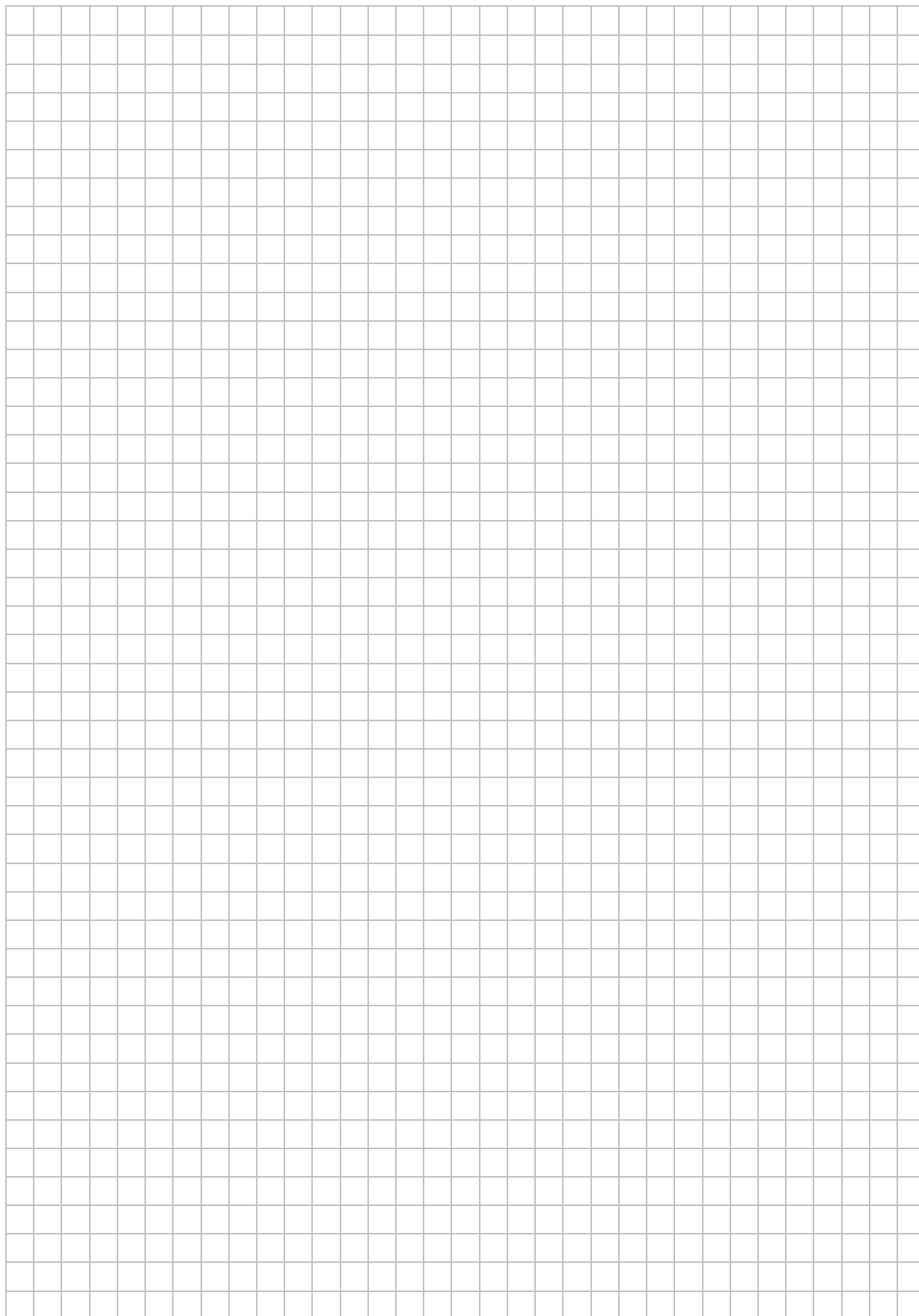
ZADANIE 8 (3 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt $ABCD$, a krawędź boczna SA jest jego wysokością. Wykaż, że suma kwadratów pól ścian ABS i BCS jest równa sumie kwadratów pól ścian ADS i DCS .



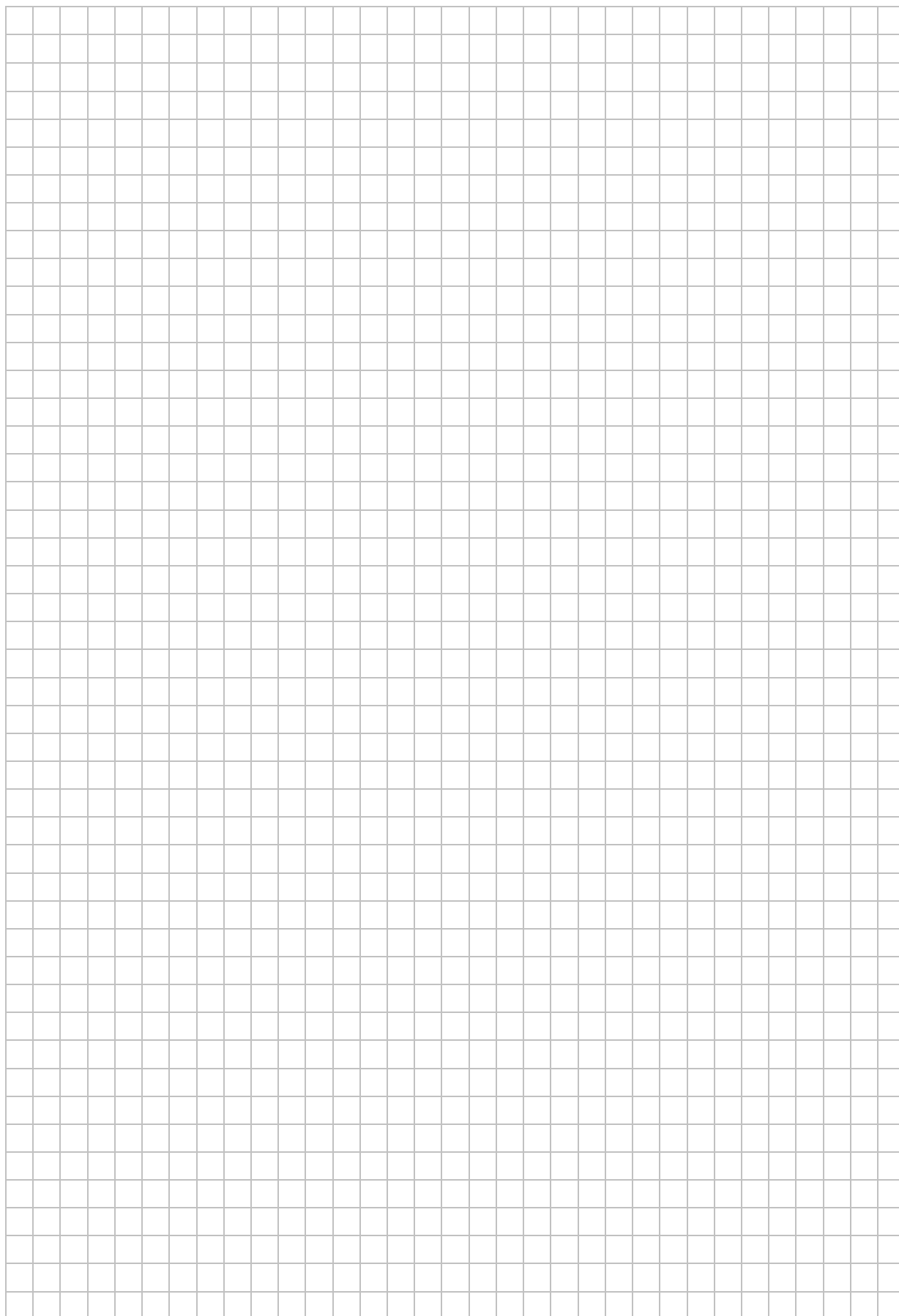
ZADANIE 9 (4 PKT)

Z punktu $A = (17, 16)$ poprowadzono styczne do okręgu o równaniu $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 125$. Oblicz długość odcinka łączącego punkty styczności.



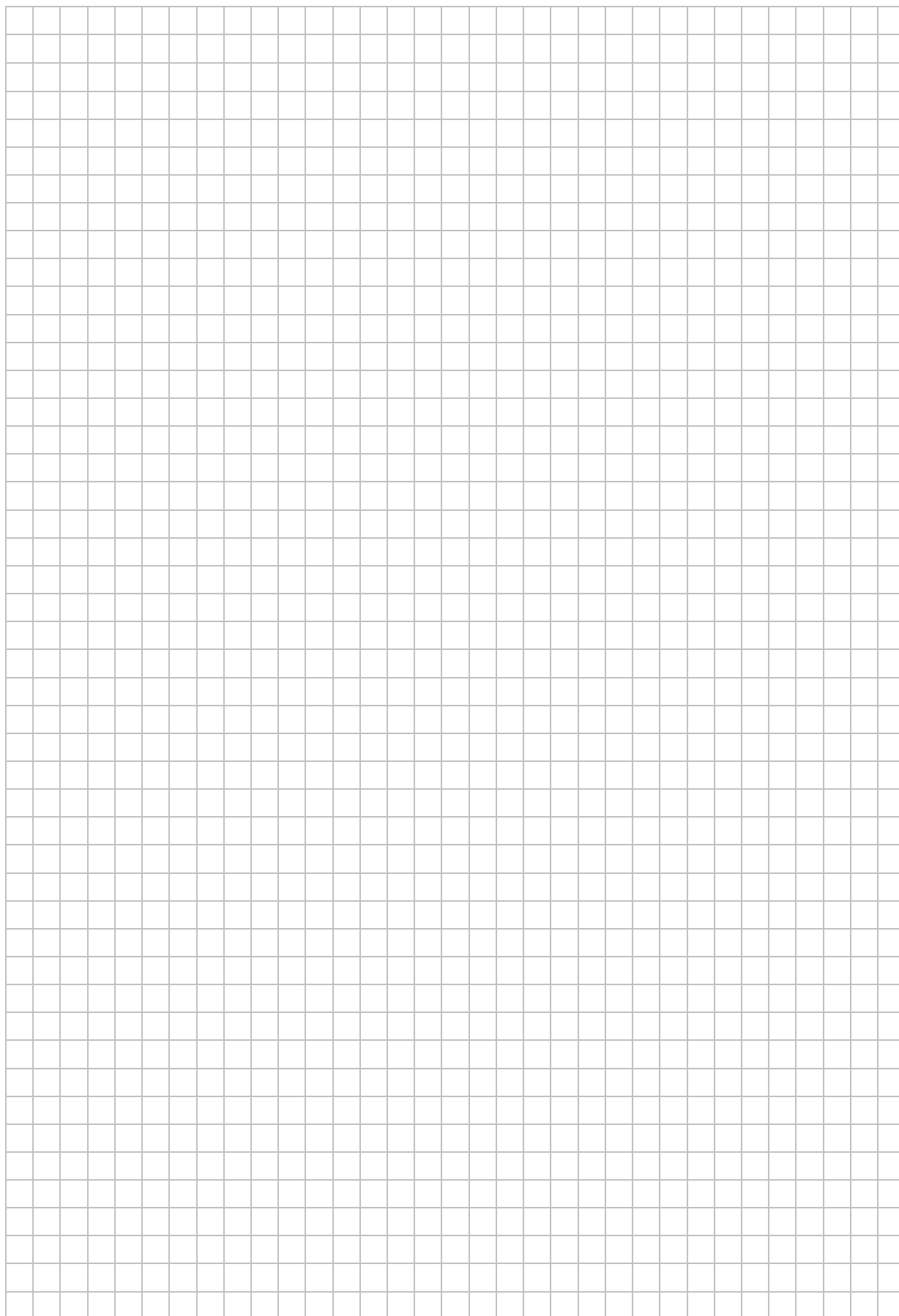
ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli A, B są podzbiórami Ω oraz $P(A) < \frac{4}{7}, P(A \cap B) > \frac{3}{8}$, to $P(A \cap B') < \frac{1}{5}$.



ZADANIE 11 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $\frac{2\sin^2 x + (\sqrt{3}-1)\sin 2x}{1+\cos 2x} = \sqrt{3}$.



ZADANIE 12 (6 PKT)

W stożek o promieniu podstawy długości 6 wpisano walec, w ten sposób, że jedna podstawa walca zawiera się w podstawie stożka, a brzeg jego drugiej podstawy zawiera się w powierzchni bocznej stożka. Oblicz promień podstawy walca, jeżeli jego objętość stanowi $\frac{4}{9}$ objętości stożka.

