

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

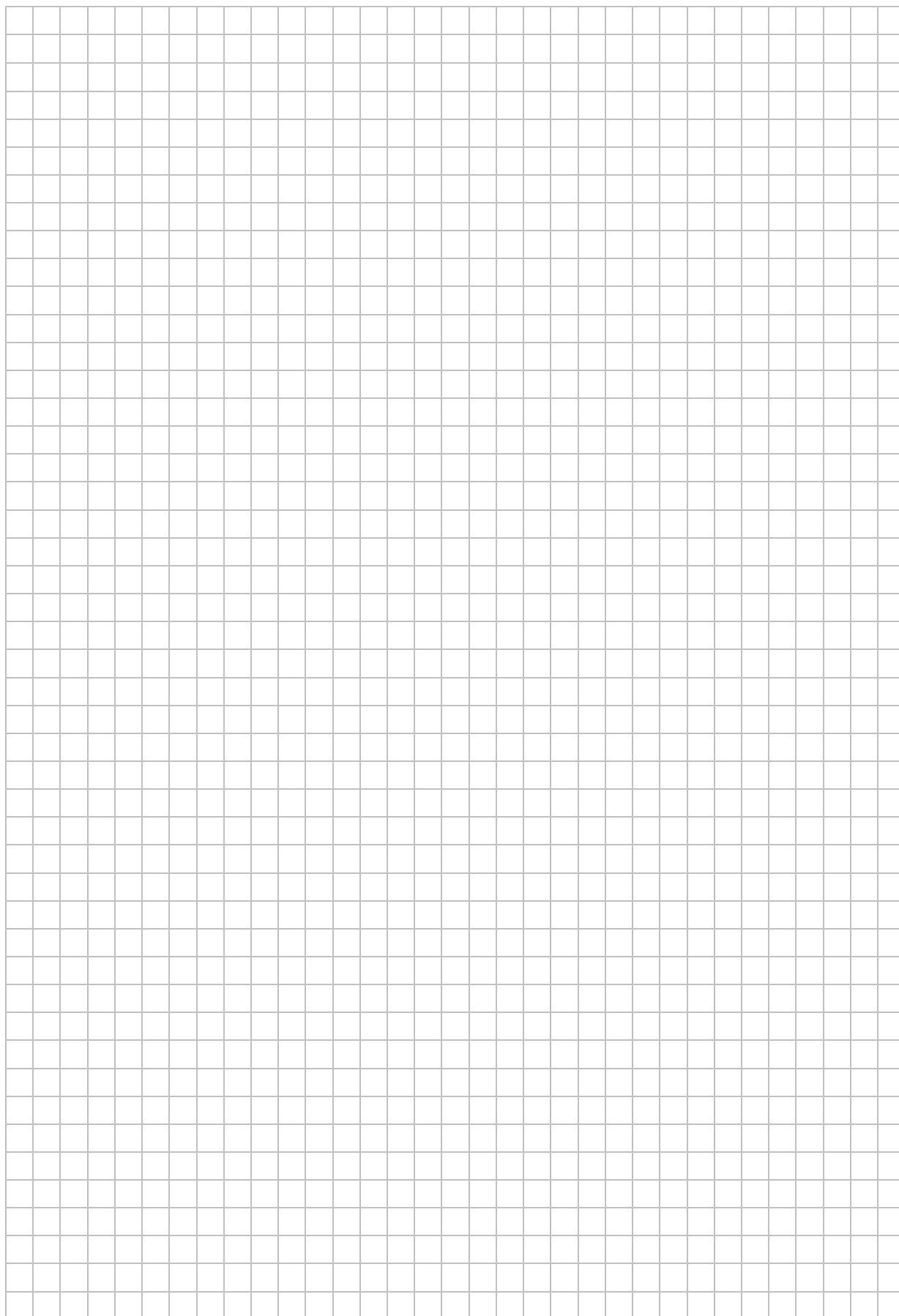
POZIOM ROZSZERZONY

17 MARCA 2012

CZAS PRACY: 180 MINUT

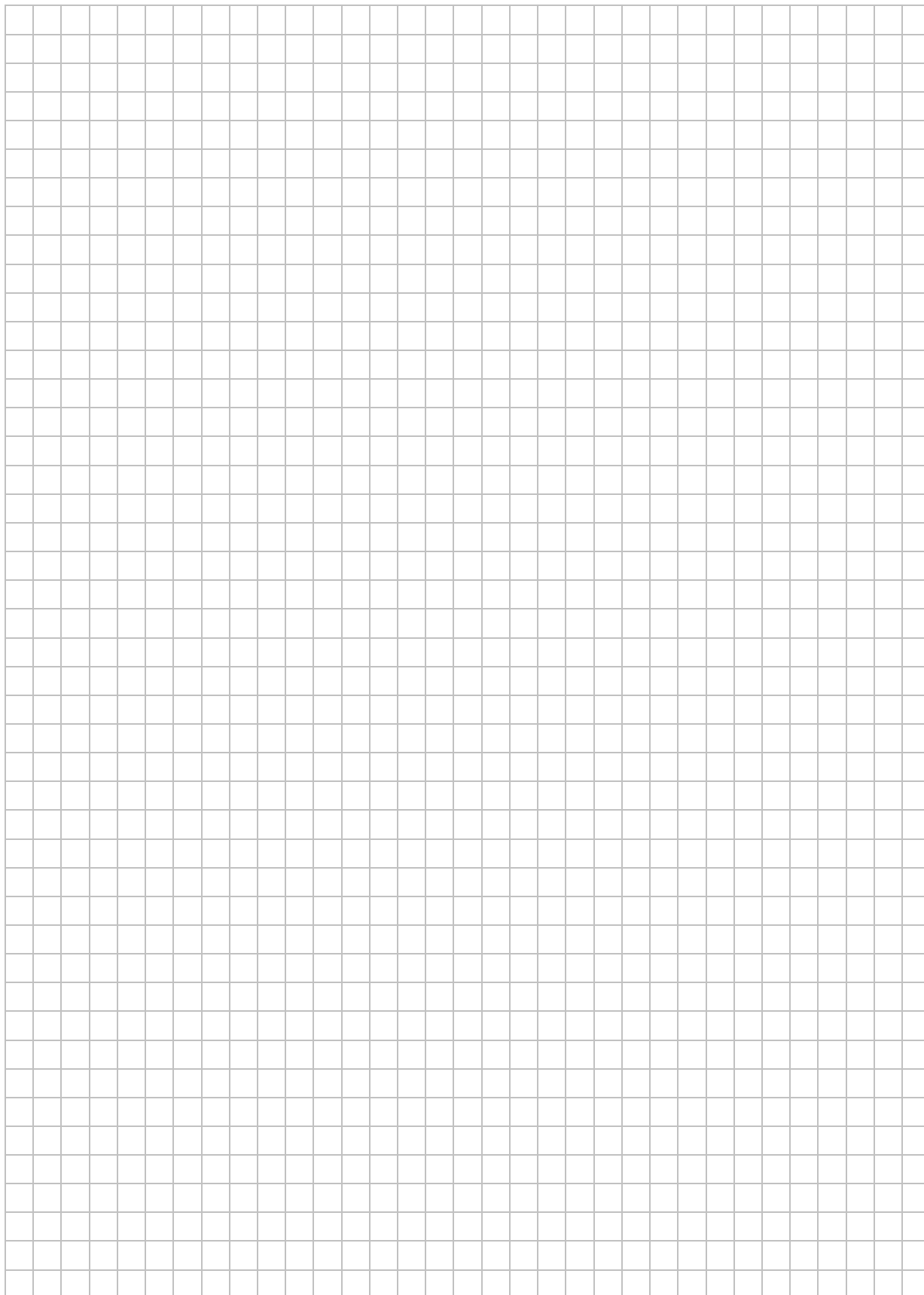
ZADANIE 1 (4 PKT.)

Która z liczb jest większa $\frac{99^{2011}+1}{99^{2012}+1}$, czy $\frac{99^{2012}+1}{99^{2013}+1}$?



ZADANIE 2 (3 PKT.)

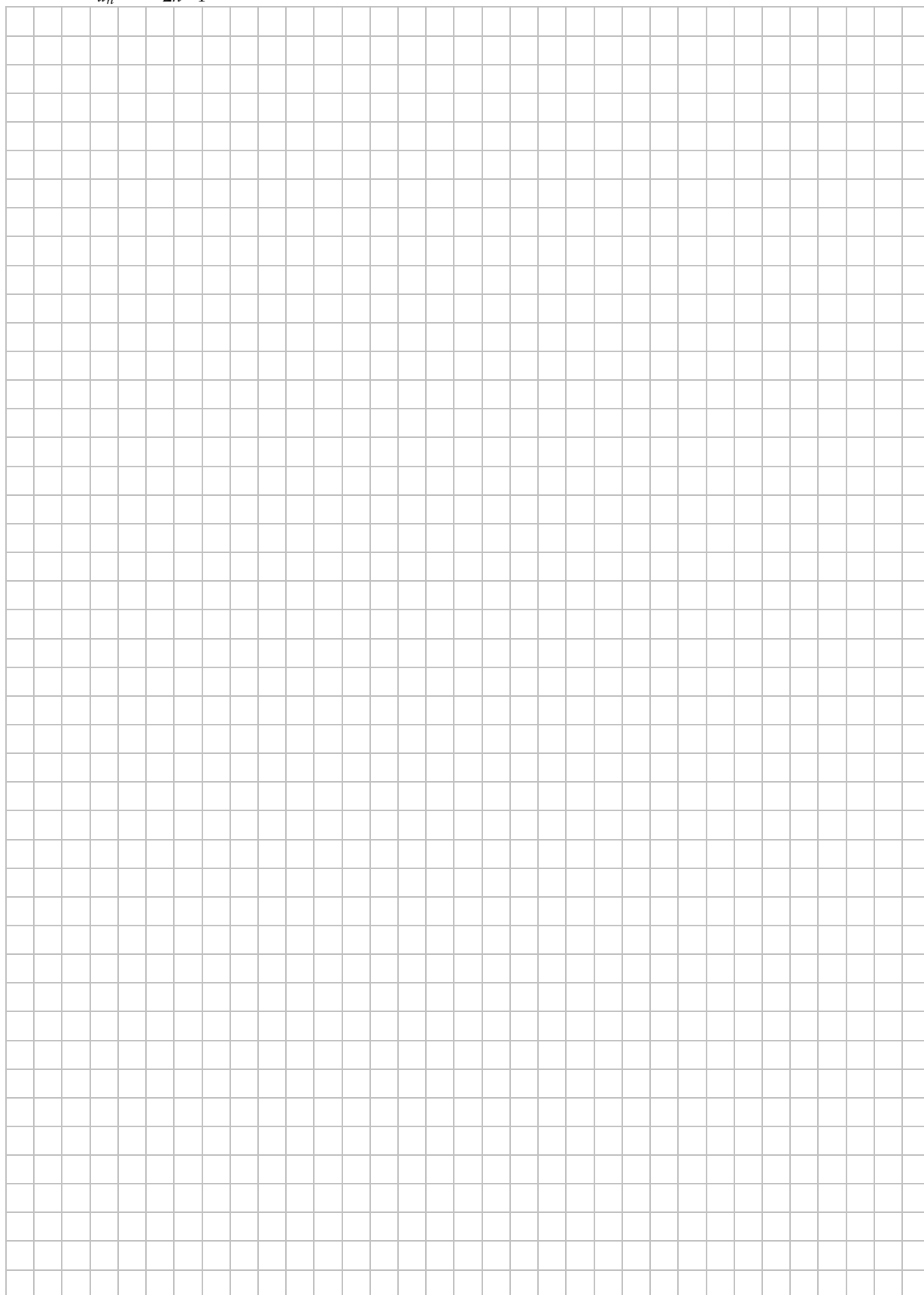
Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego, w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek AD dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne takie, że $|AD| = |CD|$ i $|AB| = |BD|$. Wykaż, że $|\angle ADC| = 5|\angle ACD|$.



ZADANIE 3 (4 PKT.)

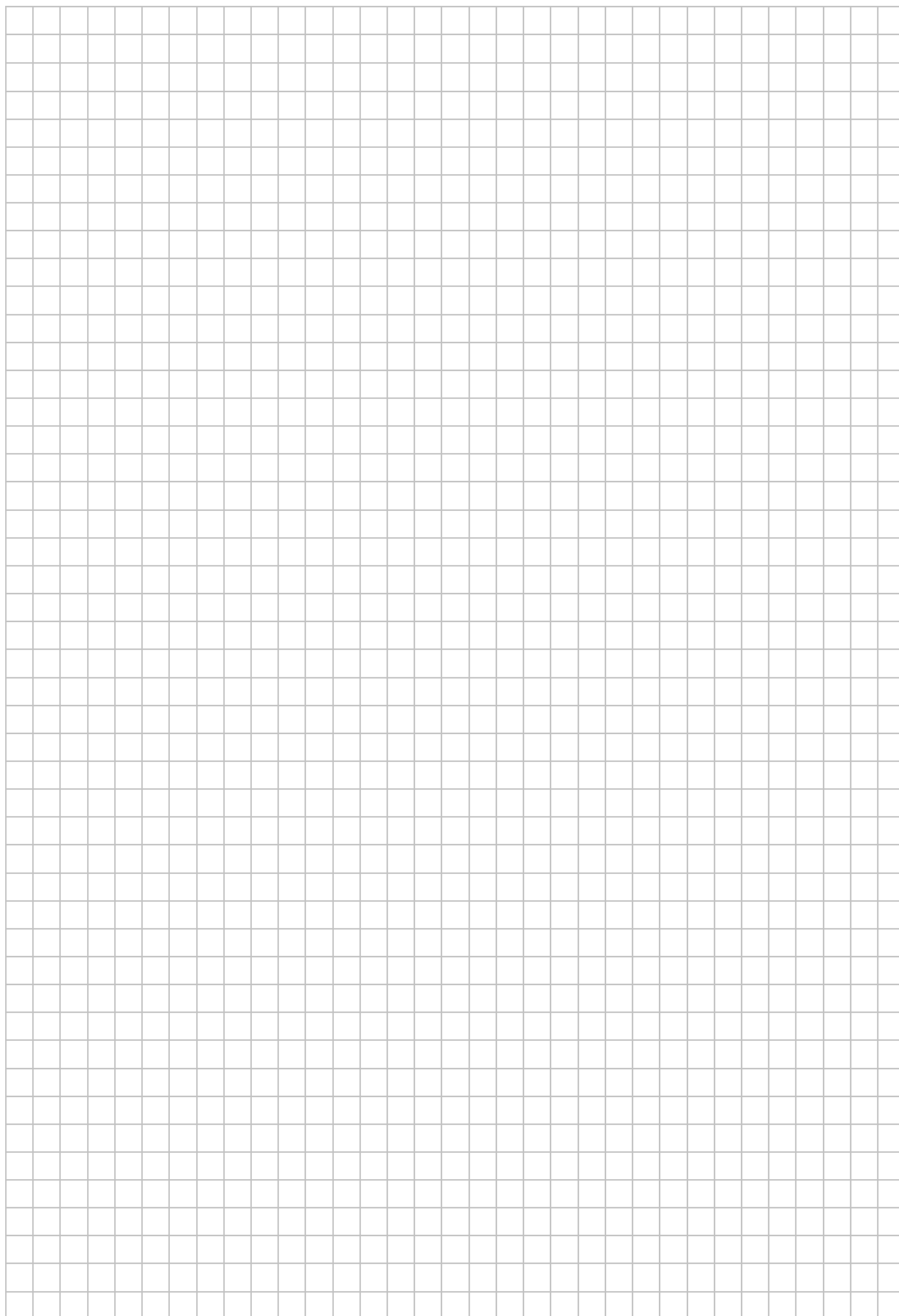
Ciąg (a_n) dla $n \geq 1$ jest ciągiem arytmetycznym oraz $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ dla $n \geq 1$.

Wykaż, że jeżeli spełniony jest warunek $\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2}$ dla $n \geq 1$, to spełniony jest również warunek $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2n+1}{2n-1}$.



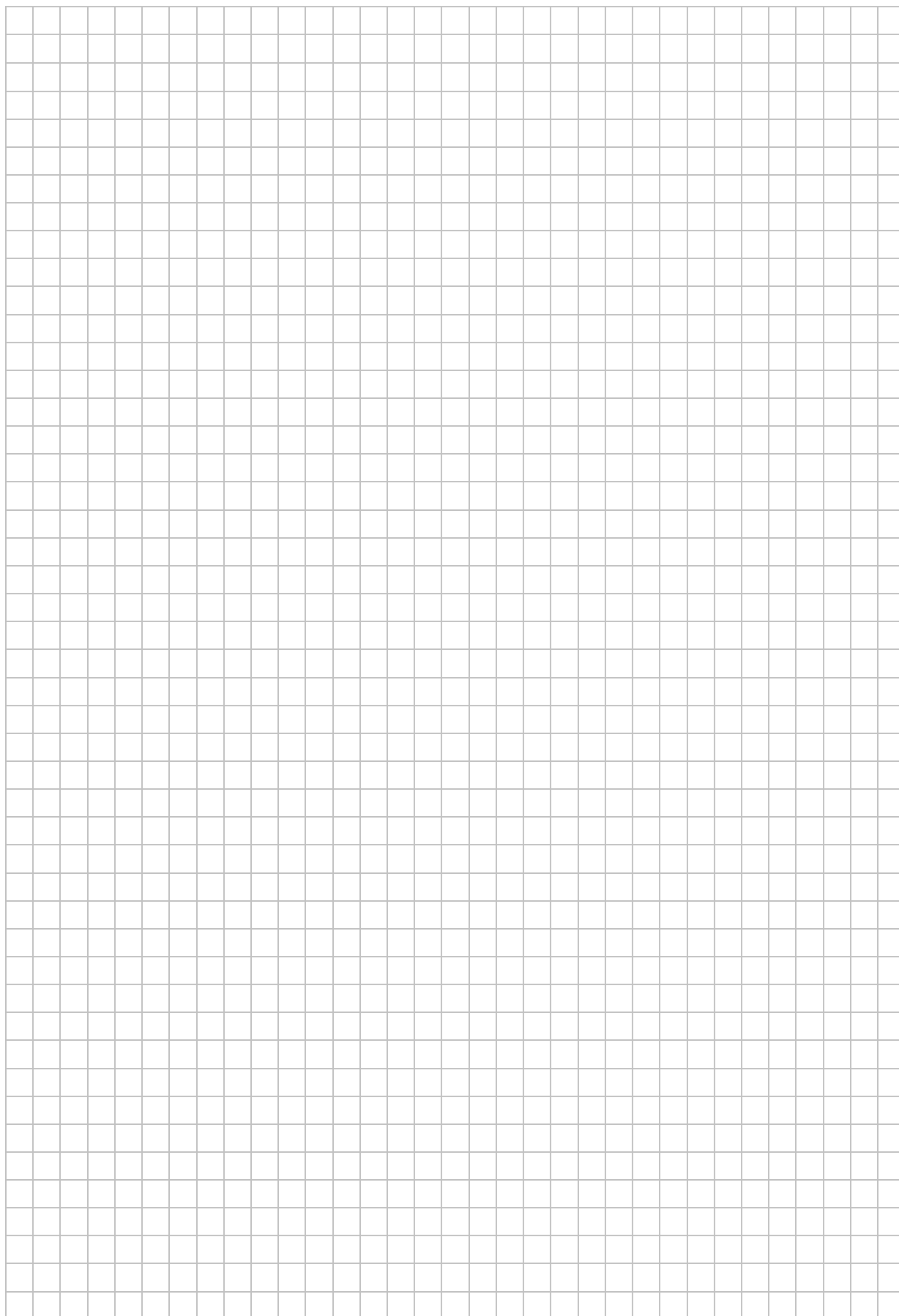
ZADANIE 4 (4 PKT.)

Rozwiąż równanie $\cos x - \operatorname{tg}^2 x \cos x = 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



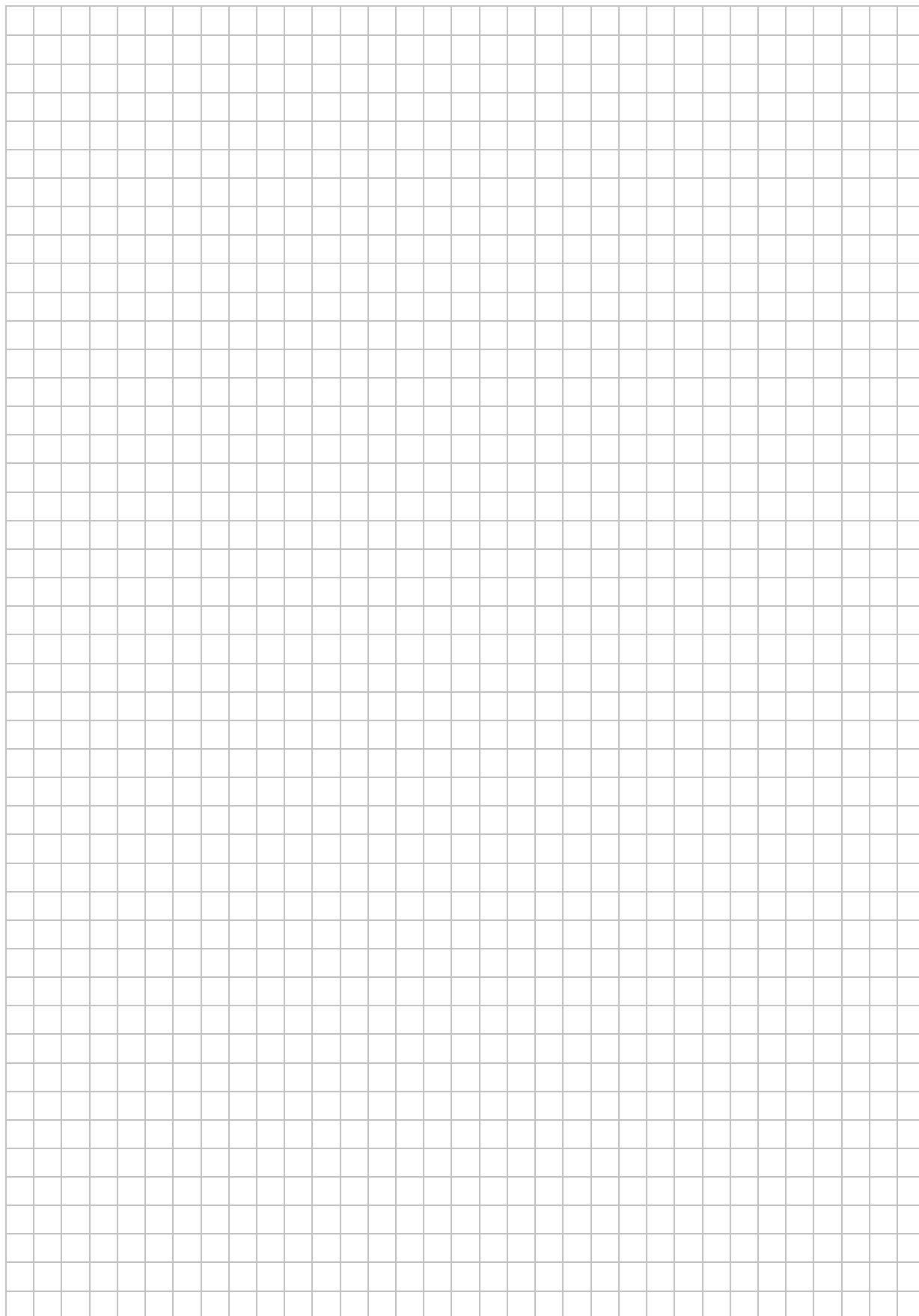
ZADANIE 5 (4 PKT.)

Wykaż, że równanie $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ nie ma rozwiązań rzeczywistych.



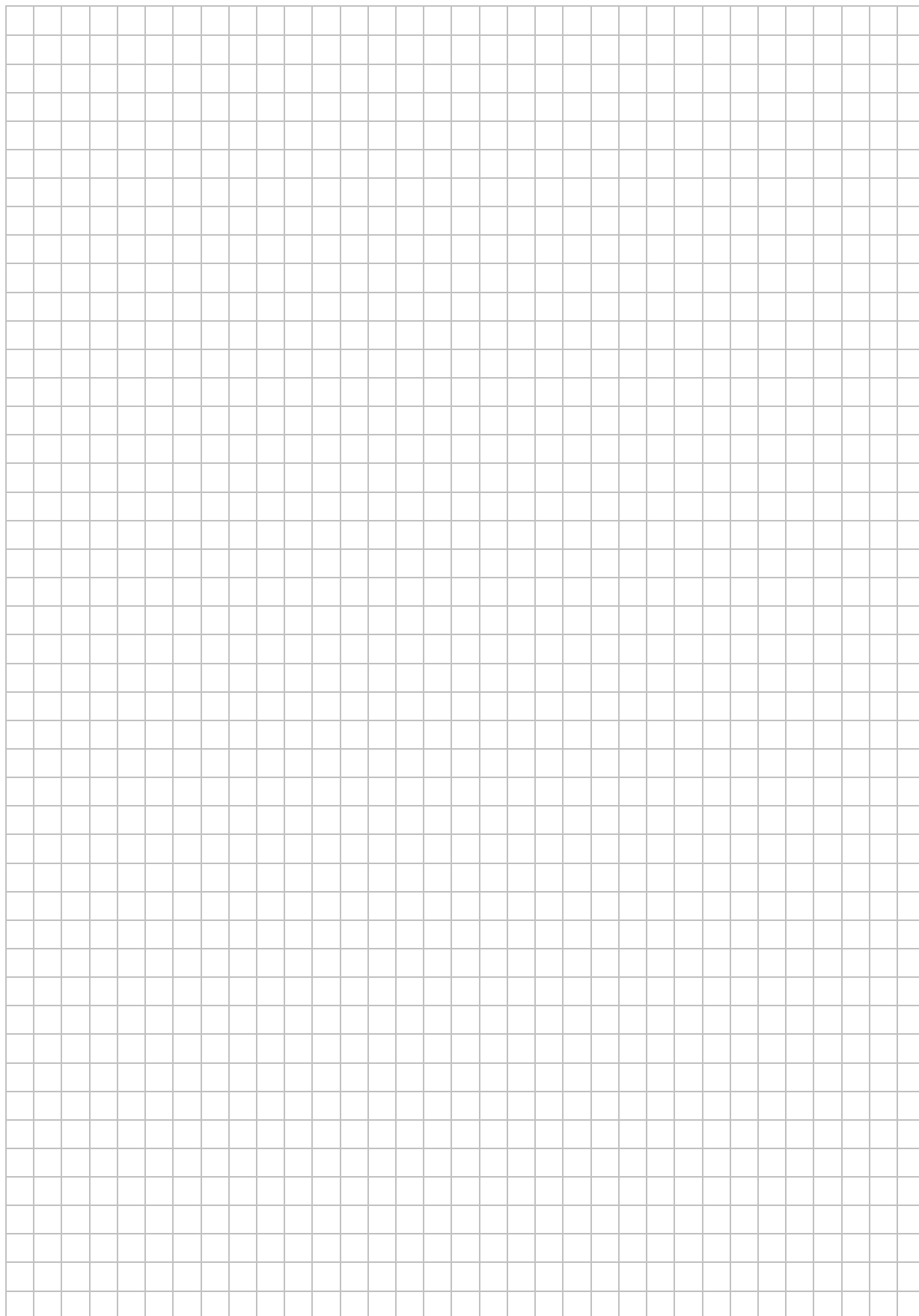
ZADANIE 6 (5 PKT.)

Dla jakich wartości $k \in \mathbb{R}$ równanie $(k - 5)x^2 - 2(k - 1)x + k + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki dodatnie?



ZADANIE 7 (5 PKT.)

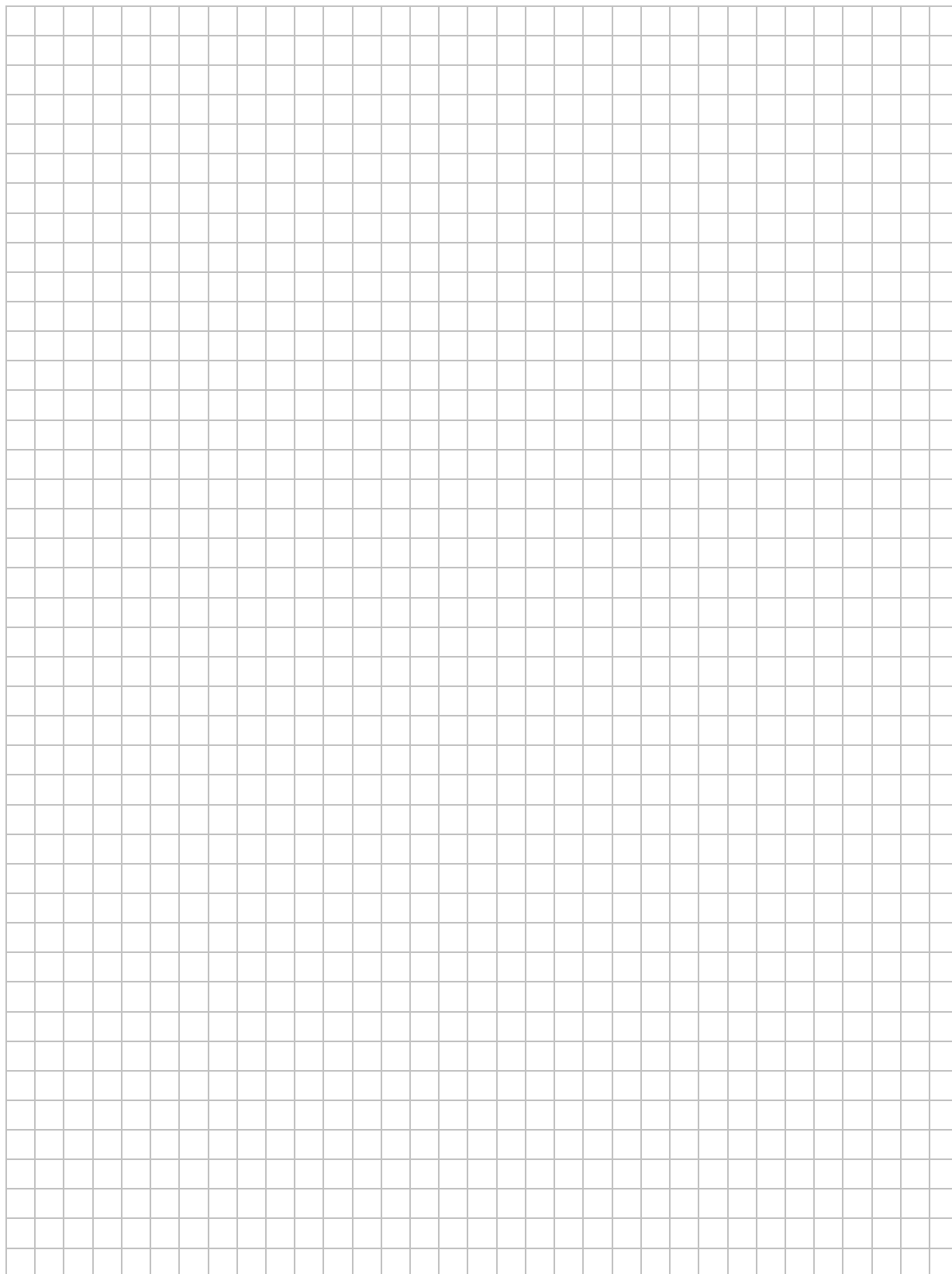
Środkowa AD trójkąta równoramiennego ABC ma długość $\sqrt{21}$, a jego podstawa AB tworzy z ramieniem kąt o mierze 30° . Oblicz pole trójkąta ABC .



ZADANIE 8 (5 PKT.)

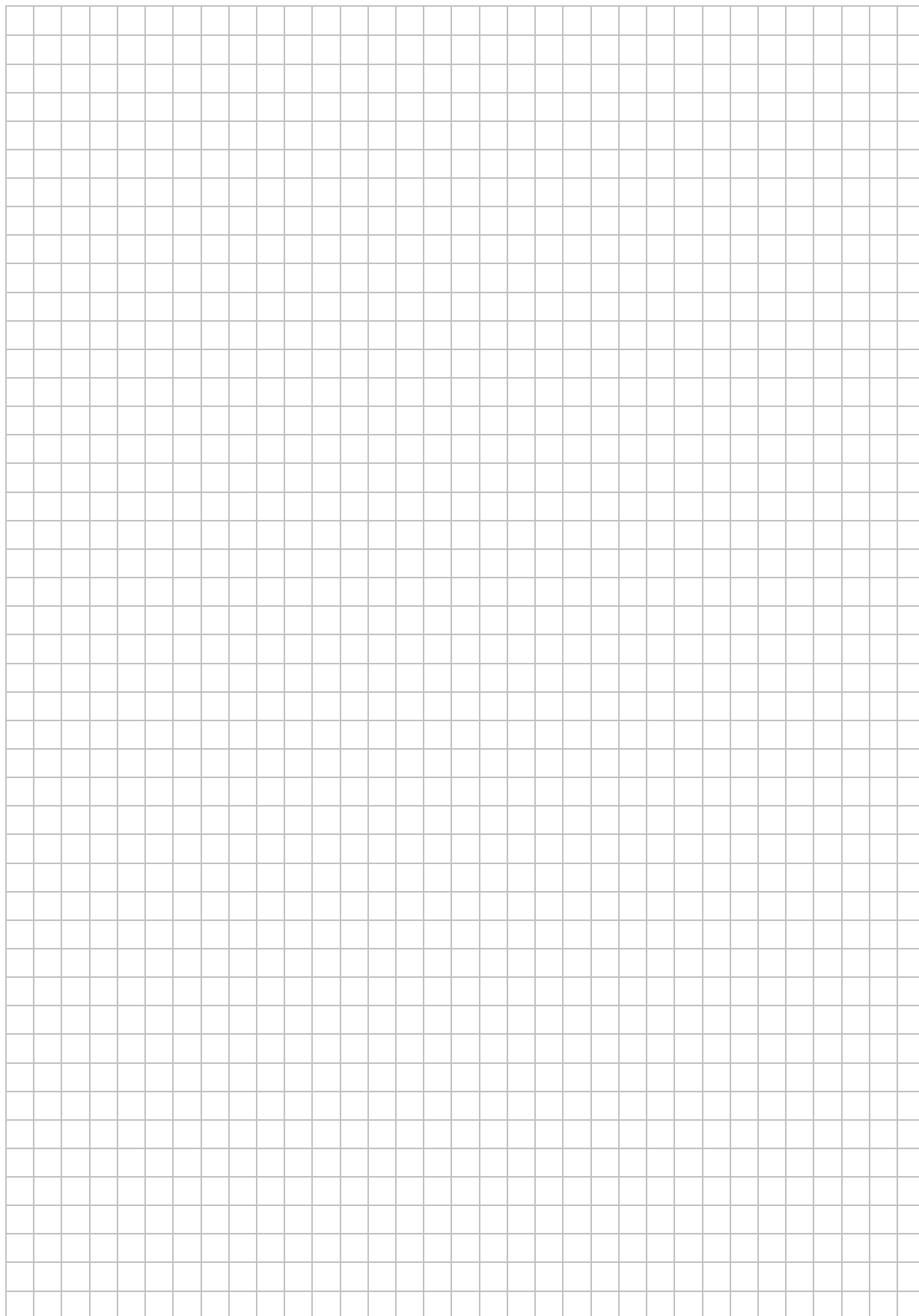
W pewnym budynku biurowym przydzielono pracownikom pięciocyfrowe kody bezpieczeństwa, przy czym każdy kod musiał spełniać następujące dwa warunki:

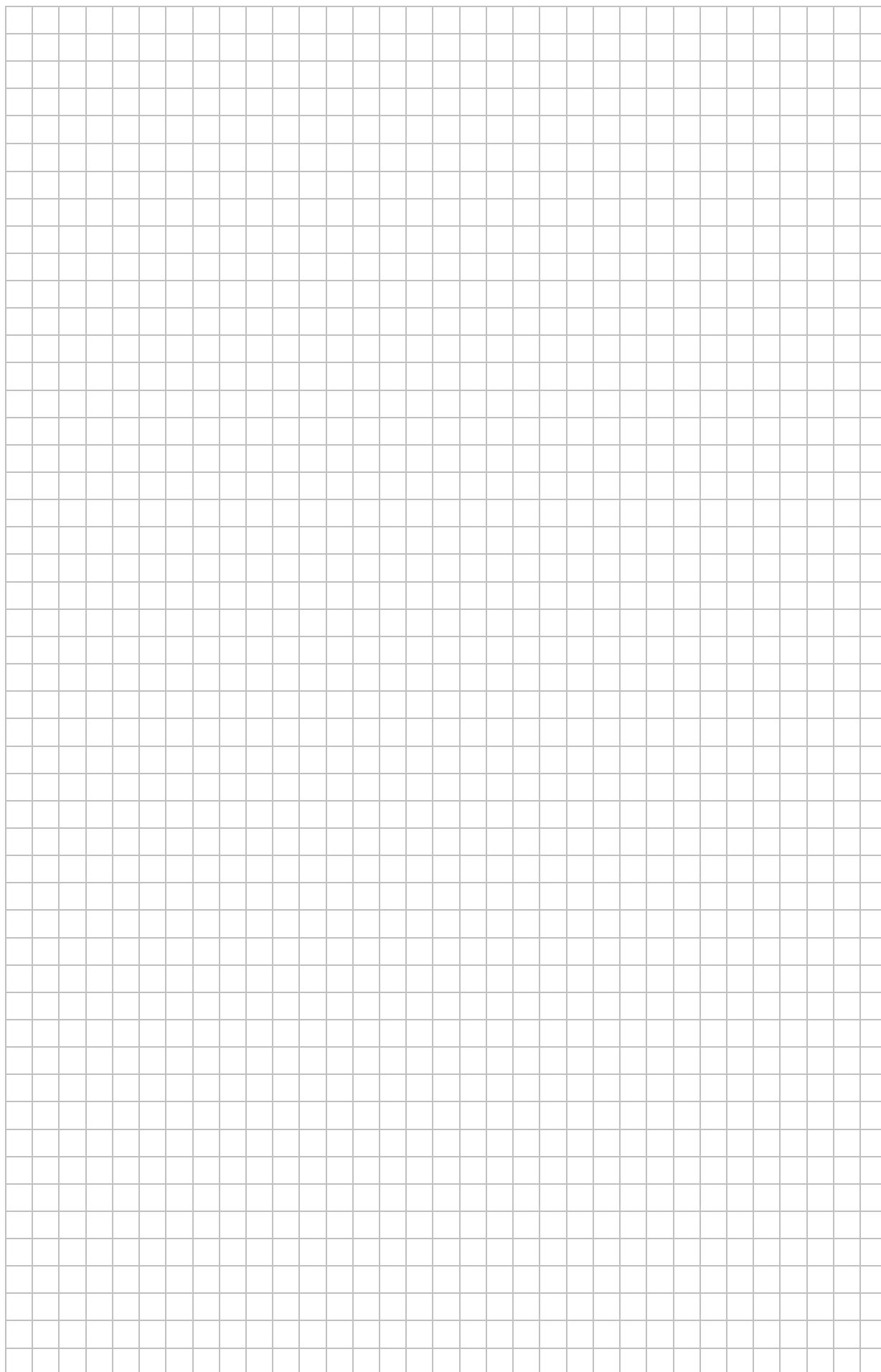
- (1) kod musi zawierać co najmniej 3 różne cyfry
 - (2) kod musi zawierać co najmniej jedną cyfrę parzystą i co najmniej jedną cyfrę nieparzystą.
- Ile jest kodów spełniających powyższe warunki?



ZADANIE 9 (6 PKT.)

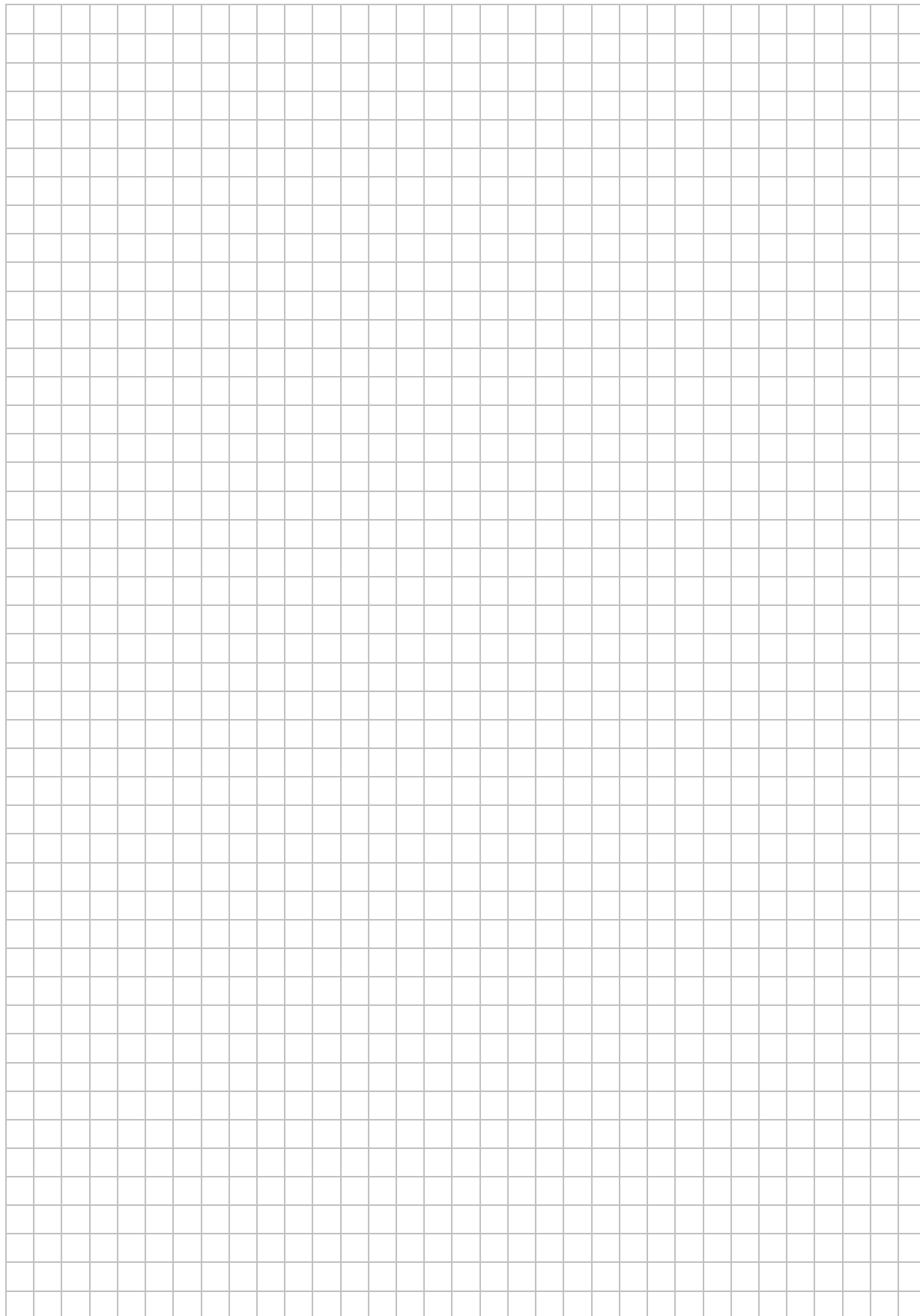
Napisz równanie okręgu, który jest styczny do prostej $y = x$ w punkcie $A = (-2, -2)$, oraz który odcina z prostej $y = -x - 6$ cięciwę o długości 8.





ZADANIE 10 (4 PKT.)

A i B są takim zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω , że $P(A \setminus B) = P(B \setminus A) = \frac{1}{7}$ i $P(A' \cup B') = 1$. Oblicz $P(A' \cap B')$.



ZADANIE 11 (6 PKT.)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD$ o podstawie $ABCD$. Pole trójkąta ASC jest równe 120, a cosinus kąta ASB jest równy $\frac{144}{169}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

