

MATURA 2011

27 MARCA 2011

CZAS PRACY: 180 MIN.

SUMA PUNKTÓW: 50

ZADANIE 1 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{x^4+2x^3+x^2}{x-1+6x^2} < 0$.

ZADANIE 2 (5 PKT)

Określ liczbę pierwiastków równania $(m + 1)x^2 + (m + 1)x + 1 = 0$ w zależności od wartości parametru m , a następnie naszkicuj wykres funkcji:

$$f(m) = \begin{cases} x_1 + x_2 & \text{gdy dane równanie ma dwa pierwiastki } x_1 \text{ i } x_2, \\ 2x_0 & \text{gdy dane równanie ma jeden pierwiastek } x_0, \\ 3 - m & \text{gdy dane równanie nie ma pierwiastków.} \end{cases}$$

ZADANIE 3 (5 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 4x + p$, gdzie $p > 0$ jest liczbą pierwszą. Znajdź p wiedząc, że $W(x)$ ma pierwiastek całkowity.

ZADANIE 4 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $4 \cos^2 x = 4 \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Urzędniczka na 100 klientów kontroluje 15. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z 12 jej klientów 3 zostanie skontrolowanych?

ZADANIE 6 (5 PKT)

Dana jest funkcja $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

- a) Narysuj wykres funkcji f dla $x \in \left\langle -\pi, \frac{5}{2}\pi \right\rangle$.
- b) Rozwiąż równanie: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, dla $x \in \left\langle -\pi, \frac{5}{2}\pi \right\rangle$.

ZADANIE 7 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $||x - x^2| - 3x| > x$.

ZADANIE 8 (5 PKT)

Miary kątów trójkąta są w stosunku 1:2:3. Obwód koła opisanego na tym trójkącie jest równy 12π . Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 9 (5 PKT)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest trójkąt, w którym długość wysokości wynosi $6\sqrt{3}cm$. Przekątne ścian bocznych wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt o mierze 50° . Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość graniastosłupa. Wynik podaj z dokładnością do 1cm.

ZADANIE 10 (5 PKT)

Korzystając ze wzoru

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2},$$

który jest prawdziwy dla dowolnej liczby naturalnej n i dowolnej liczby $x \neq 1$, wykaż, że

$$\log_5 \left(\frac{5^{2 \cdot 7} \cdot 5^{4 \cdot 7^3} \cdot 5^{6 \cdot 7^5} \cdot 5^{8 \cdot 7^7}}{5 \cdot 5^{3 \cdot 7^2} \cdot 5^{5 \cdot 7^4} \cdot 5^{7 \cdot 7^6}} \right) = \frac{8 \cdot 7^9 + 9 \cdot 7^8 - 1}{64}.$$

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/6976_4875R](http://www.zadania.info/6976_4875R)