

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
odpowiedź	B	C	D	A	C	B	A	A	D	A	C	C	D

Schemat punktowania zadań otwartych

Zadanie 14. (2pkt)

Zdający otrzymuje1 punkt
gdy:

- wyłączy wspólny czynnik przed nawias oraz obliczy lub poda prawidłowo pierwiastki trójmianu kwadratowego $2x^2 - x - 3$,

albo

- wyłączy wspólny czynnik przed nawias i popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmianu kwadratowego i konsekwentnie do popełnionego błędu rozłoży wielomian na czynniki.

Zdający otrzymuje2 punkt
gdy:

- poprawnie rozłoży wielomian na czynniki: $W(x) = 2x^2(x+1)\left(x-1\frac{1}{2}\right)$.

Zadanie 15. (2pkt)

Zdający otrzymuje1 punkt
gdy:

- przekształci wyrażenie $(1 + \sin \alpha)\left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha\right)$ do postaci $\frac{1}{\cos \alpha} - \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- wyznaczy $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ i $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$ i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- obliczy długość drugiej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego o jednej przyprostokątnej długości 1 i przeciwprostokątnej długości 3 (lub ich wielokrotności) i zaznaczy w tym trójkącie poprawnie kąt α , oraz wyznaczy $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ i $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$

i na tym poprzestanie lub dalej popełni błąd,

albo

- popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu sinusa kąta α i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie do końca.

Zdający otrzymuje2 punkt
gdy:

- obliczy wartość tego wyrażenia: $\frac{1}{3}$.

Zadanie 16. (2pkt)

Zdający otrzymuje1 punkt
gdy:

- oblicz lub poda długość boku BC i zauważ, że $\triangle ABC$ jest podobny do $\triangle BCD$ i na tym poprzestanie.

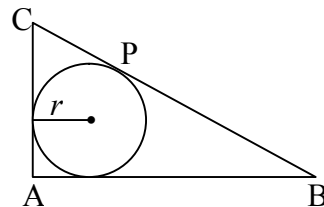
Zdający otrzymuje2 punkt
gdy:

- obliczy długość boku BD, $|BD| = 2,4$.

Zadanie 17. (2pkt)

Zdający otrzymuje1 punkt
gdy:

- zapisze równanie: $(CP+r)^2 + (BP+r)^2 = (CP+BP)^2$,
gdzie r jest promieniem okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny.



Zdający otrzymuje2 punkt
gdy:

- doprowadzi równanie do postaci: $CP \cdot PB = CP \cdot r + PB \cdot r + r^2$ i uzasadni tezę,
albo
- doprowadzi równanie do postaci: $CP \cdot PB = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CP \cdot r + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot PB \cdot r + r^2$
i uzasadni tezę.

Zadanie 18. (5pkt)

Uwaga

W poniżej zamieszczonym schemacie używamy niewiadomych x , y oznaczających odpowiednio, liczbę kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczbę dni, które Janek potrzebuje na przebycie drogi. Oczywiście w pracach maturalnych te niewiadome mogą być oznaczane w inny sposób. Nie wymagamy, by te niewiadome były wyraźnie opisane na początku rozwiązania, o ile z postaci równań jasno wynika ich znaczenie.

sposób rozwiązania

Przyjmujemy oznaczenia np.: x , y – liczba kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczba dni, które potrzebuje on na przebycie drogi.

Zapisujemy zależność między liczbą kilometrów i liczbą dni w sytuacji opisanej w zadaniu

$$520 = (x + 12) \cdot (y - 3)$$

Następnie zapisujemy układ równań
$$\begin{cases} 520 = x \cdot y \\ 520 = (x + 12) \cdot (y - 3) \end{cases}$$

Rozwiązując układ równań doprowadzamy do równania z jedną niewiadomą, np.:

Rozwiązujemy równania otrzymując kolejno:

$$\left(\frac{520}{y} + 12\right)(y - 3) = 520$$

$$520 - \frac{1560}{y} + 12y - 36 = 520$$

mnożymy obie strony przez y

$$12y^2 - 36y - 1560 = 0$$

dzielimy obie strony przez 12

$$y^2 - 3y - 130 = 0$$

$$\Delta = 9 + 520 = 23^2$$

$$y_1 = \frac{3 - 23}{2} = -10$$

$$y_2 = \frac{3 + 23}{2} = 13$$

y_1 jest sprzeczne z warunkami zadania

Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje

Tomek na przebycie drogi

$$y - 3 = 13 - 3 = 10.$$

$$(x + 12) \cdot \left(\frac{520}{x} - 3\right) = 520$$

$$520 - 3x + \frac{6240}{x} - 36 = 520$$

mnożymy obie strony przez x

$$-3x^2 - 36x + 6240 = 0$$

dzielimy obie strony przez -3

$$x^2 + 12x - 2080 = 0$$

$$\Delta = 144 + 8320 = 92^2$$

$$x_1 = \frac{-12 - 92}{2} = -52$$

$$x_2 = \frac{-12 + 92}{2} = 40,$$

x_1 jest sprzeczne z warunkami zadania

Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Janek

na przebycie drogi $y = \frac{520}{40} = 13.$

Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje

Tomek na przebycie drogi $y - 3 = 13 - 3 = 10.$

$$(12y - 36) \cdot y = 1560$$

$$12y^2 - 36y - 1560 = 0$$

dzielimy obie strony przez 12

$$y^2 - 3y - 130 = 0$$

$$\Delta = 9 + 520 = 23^2$$

$$(3x + 36) \cdot x = 6240$$

$$3x^2 + 36x - 6240 = 0$$

dzielimy obie strony przez 3

$$x^2 + 12x - 2080 = 0$$

$$\Delta = 144 + 8320 = 92^2$$

$y_1 = \frac{3-23}{2} = -10$ $y_2 = \frac{3+23}{2} = 13$ y_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y - 3 = 13 - 3 = 10$.	$x_1 = \frac{-12-92}{2} = -52$ $x_2 = \frac{-12+92}{2} = 40$, x_1 jest sprzeczne z warunkami zadania Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Janek na przebycie drogi $y = \frac{520}{40} = 13$. Obliczamy liczbę dni, które potrzebuje Tomek na przebycie drogi $y - 3 = 13 - 3 = 10$.
Zapisujemy odpowiedź: Janek potrzebuje 13 dni, a Tomek 10 dni na przebycie tej drogi.	

Schemat oceniania

Rozwiązanie, w którym postęp jest wprowadzić niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania..... 1 pkt

Zapisanie zależności między liczbą kilometrów i liczbą dni dla Janka, np.: $520 = x \cdot y$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp..... 2 pkt

Zapisanie układu równań z niewiadomymi x i y – odpowiednio liczba kilometrów, które przebywa dziennie Janek i liczba dni, które Janek potrzebuje na przebycie drogi:

$$\begin{cases} 520 = x \cdot y \\ 520 = (x+12) \cdot (y-3) \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania..... 3 pkt

Zapisanie równania z jedną niewiadomą x lub y , np:

$$\left(\frac{520}{y} + 12\right)(y-3) = 520 \text{ lub } (x+12) \cdot \left(\frac{520}{x} - 3\right) = 520$$

Zdający nie musi zapisywać układu równań, może bezpośrednio zapisać równanie z jedną niewiadomą.

uwaga

Jeżeli zdający przy pokonywaniu zasadniczych trudności zadania popełni błędy rachunkowe, usterki i na tym zakończy to otrzymuje 2 pkt

Rozwiązanie zadania do końca lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania (np. błędy rachunkowe) 4 pkt

- doprowadzenie równania wymiernego do równania kwadratowego
albo
- rozwiązanie równania z niewiadomą x bezbłędnie: $x = 40$ lub $x = -52$ i nieobliczenie liczby dni, których potrzebują na przebycie drogi obydwaj turyści
albo
- rozwiązanie równania z niewiadomą y z błędem rachunkowym i konsekwentne obliczenie liczby dni, które potrzebuje na przebycie drogi Tomek
albo

- rozwiązanie równania z niewiadomą x z błędem rachunkowym i konsekwentne obliczenie liczby dni, których potrzebują na przebycie drogi obydwaj turyści

Rozwiązanie pełne **5 pkt**

Obliczenie liczby dni, których potrzebuje odpowiednio Janek i Tomek na przebycie drogi: 13 dni i 10 dni.

Zadanie 19. (4pkt)

I sposób rozwiązania

Korzystając, że ciąg $(9, x+2, y)$ jest arytmetyczny zapisujemy $2(x+2) = 9 + y$, a z tego, że ciąg $(9, x, y)$ jest geometryczny $x^2 = 9y$.

Zapisujemy układ równań:
$$\begin{cases} 2(x+2) = 9 + y \\ x^2 = 9y \end{cases}$$

Doprowadzamy układ równań do równania kwadratowego $x^2 - 18x + 45 = 0$ i obliczamy $x = 15$ lub $x = 3$.

Odrzucamy rozwiązanie $x = 3$ i obliczamy $y = 25$.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Rozwiązanie, w którym postępowanie jest wprawdzie niewielkie, ale konieczne na drodze do całkowitego rozwiązania zadania.....1 pkt

- wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i zapisanie odpowiedniego równania

np. $2(x+2) = 9 + y$

albo

- wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania np. $x^2 = 9y$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp.....2 pkt

zapisanie układu równań np.:

$$\begin{cases} 2(x+2) = 9 + y \\ x^2 = 9y \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania.....3 pkt

- przekształcenie układu równań do równania umożliwiającego obliczenie x np.

$x^2 - 18x + 45 = 0$ i przestanie na tym

albo

- obliczenie y z błędem rachunkowym

Rozwiązanie pełne4 pkt

obliczenie x i podanie odpowiedzi: $y = 25, x = 15$.

II sposób rozwiązania

- Zapisujemy kolejno $\begin{cases} a_1 = 9 \\ a_2 = x + 2 \\ a_3 = y \end{cases}, \begin{cases} a_1 = 9 \\ a_1 + r = x + 2 \\ a_1 + 2r = y \end{cases}, \begin{cases} x = 7 + r \\ y = 9 + 2r \end{cases}$ stąd $y = 2x - 5$.

- Zapisujemy kolejno $b_1 = 9, b_2 = x, b_3 = y, q = \frac{x}{9} = \frac{y}{x}$ stąd $y = \frac{x^2}{9}$.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Rozwiązanie, w którym postępowanie jest wprawdzie niewielkie, ale konieczne na drodze do całkowitego rozwiązania zadania.....1 pkt

- wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i zapisanie np. $\begin{cases} x = 7 + r \\ y = 9 + 2r \end{cases}$

albo

- wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie $y = \frac{x^2}{9}$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp.....2 pkt
zapisanie układu równań np.:

$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = \frac{x^2}{9} \end{cases}$$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania.....3 pkt

- przekształcenie układu równań do równania umożliwiające obliczenie x np.

$$2x - 5 = \frac{x^2}{9} \text{ i poprzestanie na tym}$$

albo

- obliczenie y z błędem rachunkowym

albo

- nieodrzućcie rozwiązania $x = 3$ i podanie dwóch ciągów (jednego spełniającego warunki zadania, drugiego nie spełniającego warunków zadania)

Rozwiązanie pełne4 pkt
obliczenie x i podanie odpowiedzi: $x = 15, y = 25$.