PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

7 MARCA 2020

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Jeżeli $\log_6 3 = a$, to $\log_2 3$ równa się

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{a}{a-1}$ C) $\frac{a}{a+1}$ D) $\frac{a}{1-a}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dane są trzy niewspółliniowe punkty: $A = (1,1)$, $B = (6,2)$, $C = (4,5)$. Ile jest wszystkich punktów D takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach A, B, C, D jest trapezem prostokątnym?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 4

ZADANIE 3 (1 PKT)

Funkcja homograficzna $f(x) = \frac{1-2x}{x+1}$, gdzie $x \neq -1$,

A) jest rosnąca w zbiorze $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ B) jest malejąca w zbiorze $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
C) nie przyjmuje wartości -2 D) nie przyjmuje wartości 2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Niepuste zdarzenia losowe A i B zawarte w Ω są takie, że $A \subseteq B'$, gdzie B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B. Wynika stąd, że

A) $P(A|B) < P(B|A)$ B) $P(A|B) + P(B|A) = 1$
C) $P(A|B) = P(B|A)$ D) $P(A|B) > P(B|A)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Suma szeregu geometrycznego: $18 - 15 + \frac{25}{2} - \ldots$ jest równa

A) $\frac{108}{11}$ B) 33 C) $\frac{27}{4}$ D) 108

ZADANIE 6 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie o odciętej $x = -2$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y, takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej $a < x$, prawdziwa jest nierówność $\frac{x}{y} + \frac{y-a}{x-a} > 2$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

W pojemniku ze słodyczami znajduje się 48 cukierków i 32 lizaki. Osiem lizaków i piętnaście cukierków ma smak jabłkowy, a pozostałe słodycze mają smak pomarańczowy. Z pojemnika wybrano losowo jeden słodycz (cukierek lub lizak) i okazało się, że ma smak pomarańczowy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrany słodycz jest lizakiem.

Zadanie 9 (3 pkt)

Oblicz granicę $\lim\limits_{x\to 0}\left(\log_2|x|-\log_3|x|\right)$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Ciągi (a_n) i (b_n), gdzie $n \geqslant 1$, są ciągami arytmetycznymi. Ciąg (c_n) jest określony wzorem $c_n = a_n b_n$, dla $n \geqslant 1$, a ciąg (d_n) ciągiem różnic dwóch kolejnych wyrazów ciągu (c_n): $d_n = c_{n+1} - c_n$, dla $n \geqslant 1$. Wykaż, że ciąg (d_n) jest ciągiem arytmetycznym, którego różnica jest równa podwojonemu iloczynowi różnic ciągów (a_n) i (b_n).

ZADANIE 11 (3 PKT)

Ile jest liczb naturalnych siedmiocyfrowych, w których każde trzy cyfry stojące obok siebie są parami różne.

Zadanie 12 (4 pkt)

Rozwiąż równanie $\sin 5x + 2\sin^2 x + \sin x = 1$ w przedziale $\langle -\pi, \pi \rangle$.

Zadanie 13 (4 pkt)

Wykaż, że jeżeli długości a,b,c boków trójkąta spełniają równość

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c},$$

to promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy $\frac{b\sqrt{3}}{3}$.

Zadanie 14 (4 pkt)

Tworząca stożka jest nachylona do podstawy pod kątem α. Kula opisana na tym stożku ma promień R. Oblicz objętość tego stożka.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Ciąg (a,b,c) jest geometryczny, a ciągi $(a+1, b-3, \frac{1}{3}c+7)$ i $(3a-1, 2b-2, c-3)$ są arytmetyczne. Oblicz a,b,c.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Punkt $A = (9,1)$ jest wierzchołkiem rombu $ABCD$ o polu 60. Przekątna BD zawiera się w prostej l o równaniu $2x - y - 7 = 0$. Wyznacz równanie okręgu wpisanego w ten romb.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Koszt godziny pływania pewnego rodzaju łodzi jest sumą kosztu stałego i kosztu zmiennego zależnego od prędkości łodzi. Wiadomo, że koszt stały jest równy 2880 zł/h, a koszt zmienny $0,18x^3$ zł/h, gdzie $x > 0$ oznacza prędkość łodzi (w km/h).

a) Przy jakich prędkościach łodzi koszt przepłynięcia 1 km będzie mniejszy niż 306 zł?

b) Przy jakiej prędkości łodzi koszt przepłynięcia 1 km będzie najmniejszy? Oblicz ten koszt.