

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

7 MARCA 2020

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

### ZADANIE 1 (1 PKT)

Jeżeli  $\log_6 3 = a$ , to  $\log_2 3$  równa się

- A)  $\frac{1}{a+1}$                       B)  $\frac{a}{a-1}$                       C)  $\frac{a}{a+1}$                       D)  $\frac{a}{1-a}$

### ZADANIE 2 (1 PKT)

Dane są trzy niewspółliniowe punkty:  $A = (1, 1)$ ,  $B = (6, 2)$ ,  $C = (4, 5)$ . Ile jest wszystkich punktów  $D$  takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach  $A, B, C, D$  jest trapezem prostokątnym?

- A) 1                                      B) 3                                      C) 6                                      D) 4

### ZADANIE 3 (1 PKT)

Funkcja homograficzna  $f(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ , gdzie  $x \neq -1$ ,

- A) jest rosnąca w zbiorze  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$                       B) jest malejąca w zbiorze  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$   
 C) nie przyjmuje wartości  $-2$                                       D) nie przyjmuje wartości  $2$

### ZADANIE 4 (1 PKT)

Niepuste zdarzenia losowe  $A$  i  $B$  zawarte w  $\Omega$  są takie, że  $A \subseteq B'$ , gdzie  $B'$  oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia  $B$ . Wynika stąd, że

- A)  $P(A|B) < P(B|A)$                                       B)  $P(A|B) + P(B|A) = 1$   
 C)  $P(A|B) = P(B|A)$                                       D)  $P(A|B) > P(B|A)$

### ZADANIE 5 (1 PKT)

Suma szeregu geometrycznego:  $18 - 15 + \frac{25}{2} - \dots$  jest równa

- A)  $\frac{108}{11}$                                       B) 33                                      C)  $\frac{27}{4}$                                       D) 108

## ZADANIE 6 (2 PKT)

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+2}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie o odciętej  $x = -2$ .



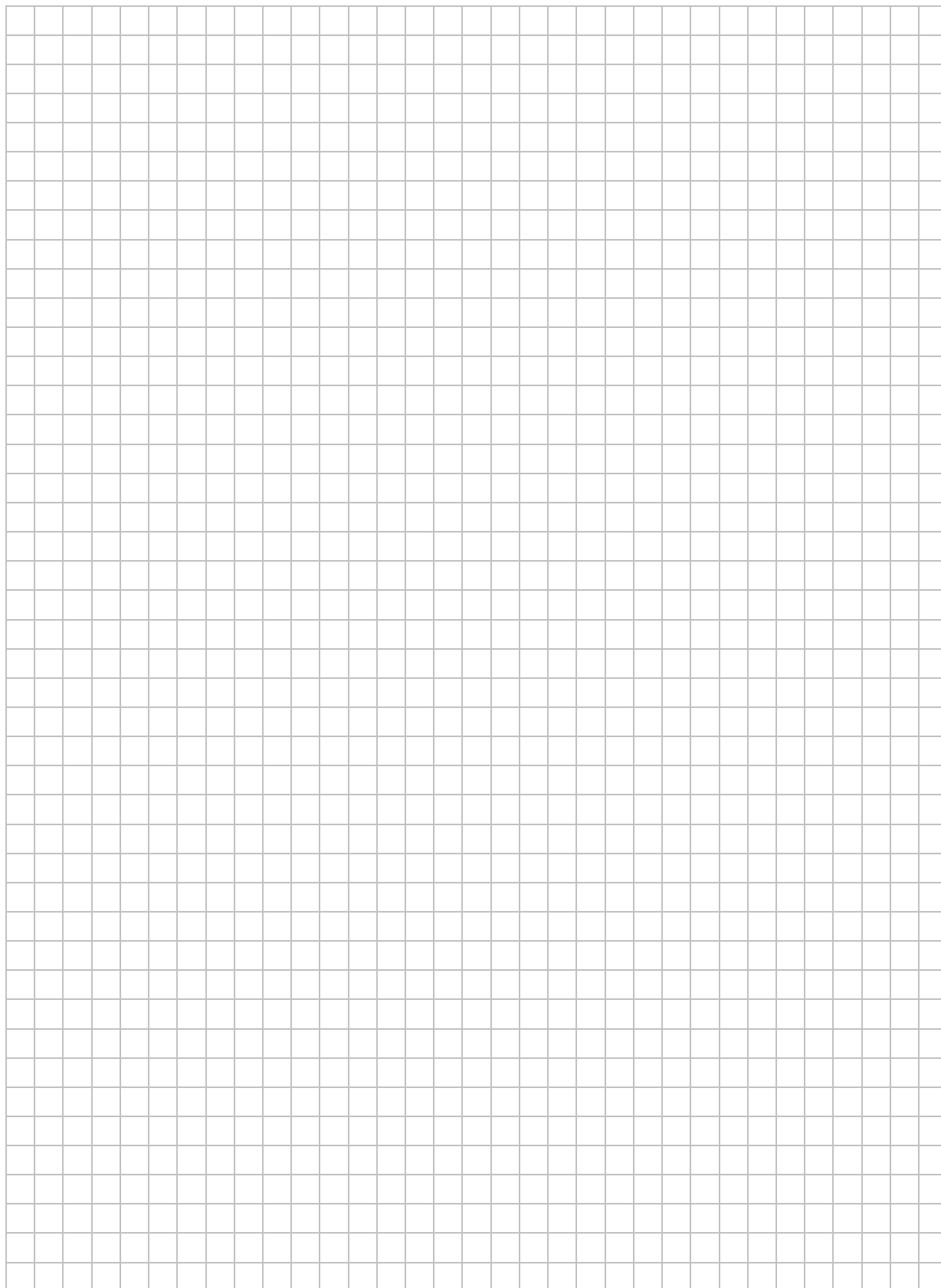
## ZADANIE 7 (2 PKT)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ , takich że  $x < y$ , i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej  $a < x$ , prawdziwa jest nierówność  $\frac{x}{y} + \frac{y-a}{x-a} > 2$ .



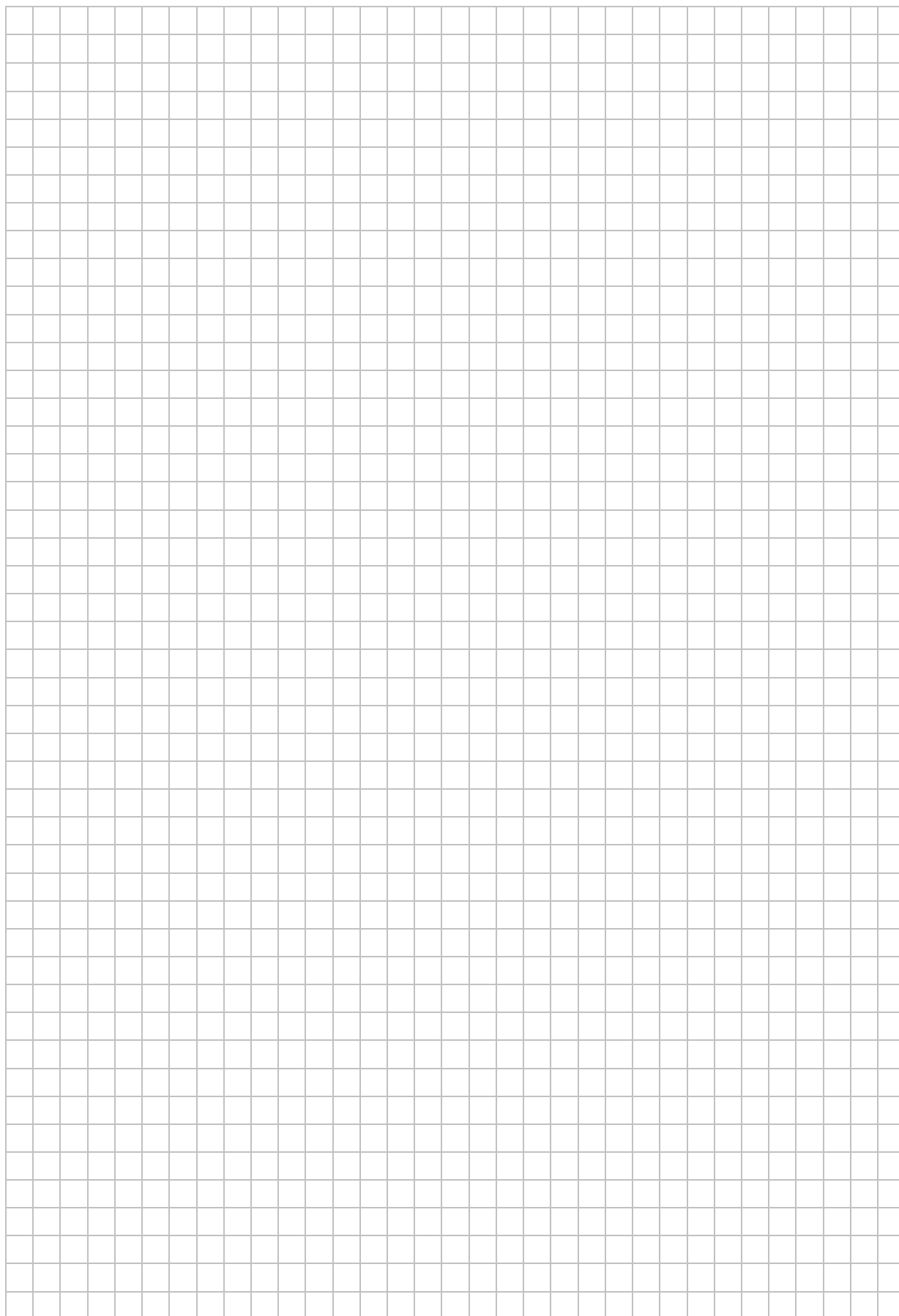
## ZADANIE 8 (2 PKT)

W pojemniku ze słodyczami znajduje się 48 cukierków i 32 lizaki. Osiem lizaków i piętnaście cukierków ma smak jabłkowy, a pozostałe słodycze mają smak pomarańczowy. Z pojemnika wybrano losowo jeden słodycz (cukierek lub lizak) i okazało się, że ma smak pomarańczowy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrany słodycz jest lizakiem.



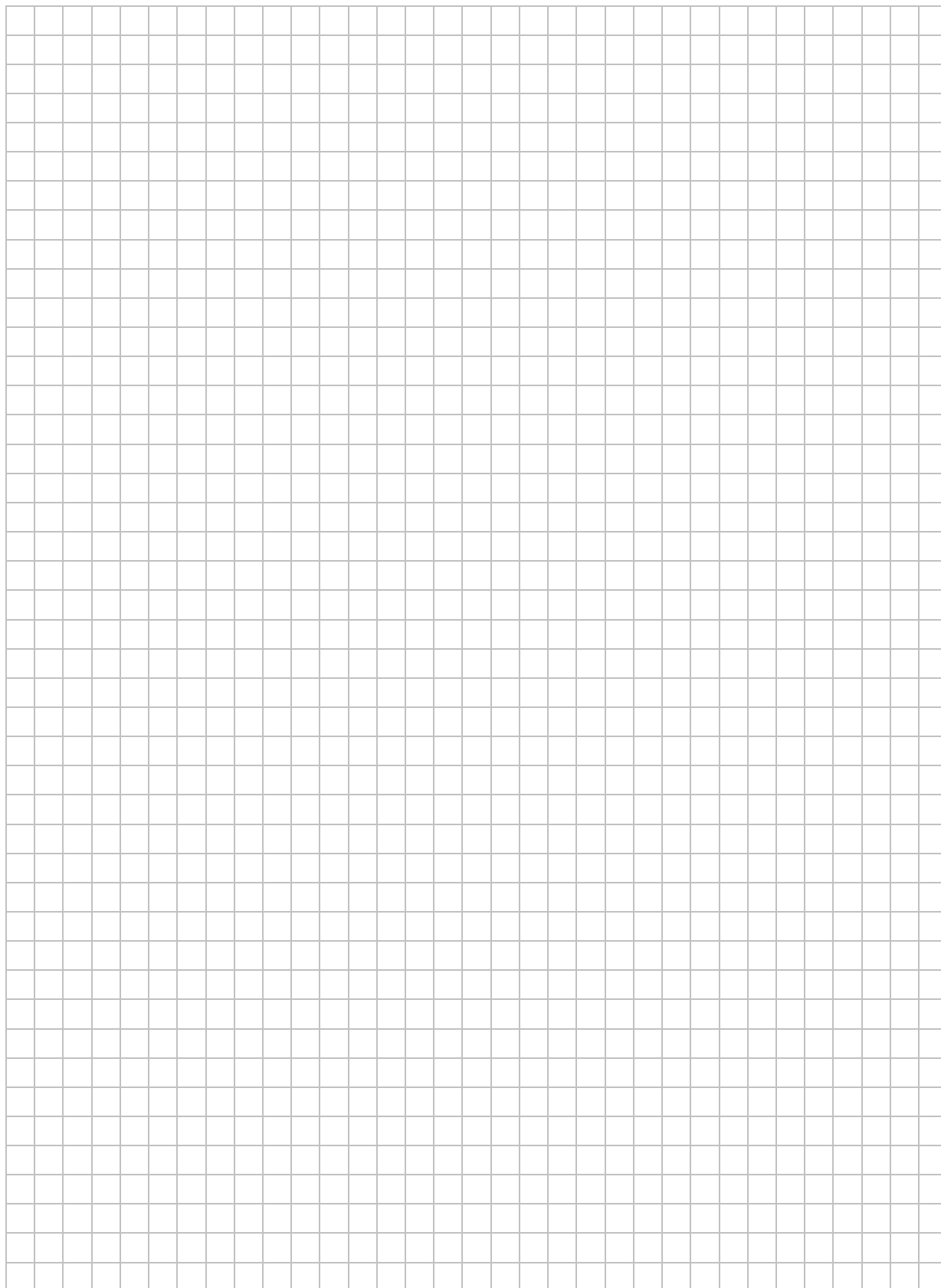
ZADANIE 9 (3 PKT)

Oblicz granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} (\log_2 |x| - \log_3 |x|)$ .



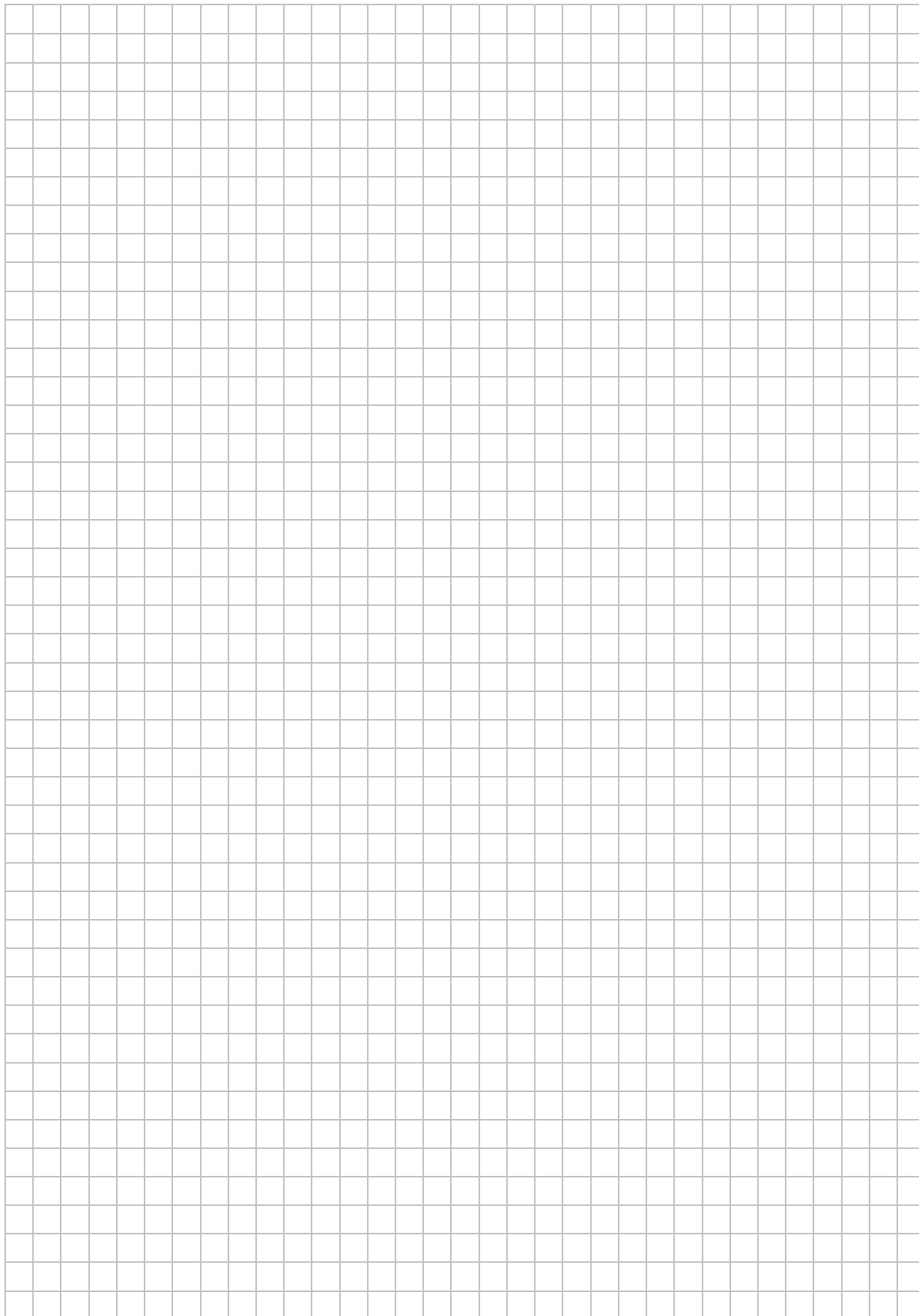
## ZADANIE 10 (3 PKT)

Ciągi  $(a_n)$  i  $(b_n)$ , gdzie  $n \geq 1$ , są ciągami arytmetycznymi. Ciąg  $(c_n)$  jest określony wzorem  $c_n = a_n b_n$ , dla  $n \geq 1$ , a ciąg  $(d_n)$  ciągiem różnic dwóch kolejnych wyrazów ciągu  $(c_n)$ :  $d_n = c_{n+1} - c_n$ , dla  $n \geq 1$ . Wykaż, że ciąg  $(d_n)$  jest ciągiem arytmetycznym, którego różnica jest równa podwojonemu iloczynowi różnic ciągów  $(a_n)$  i  $(b_n)$ .



ZADANIE 11 (3 PKT)

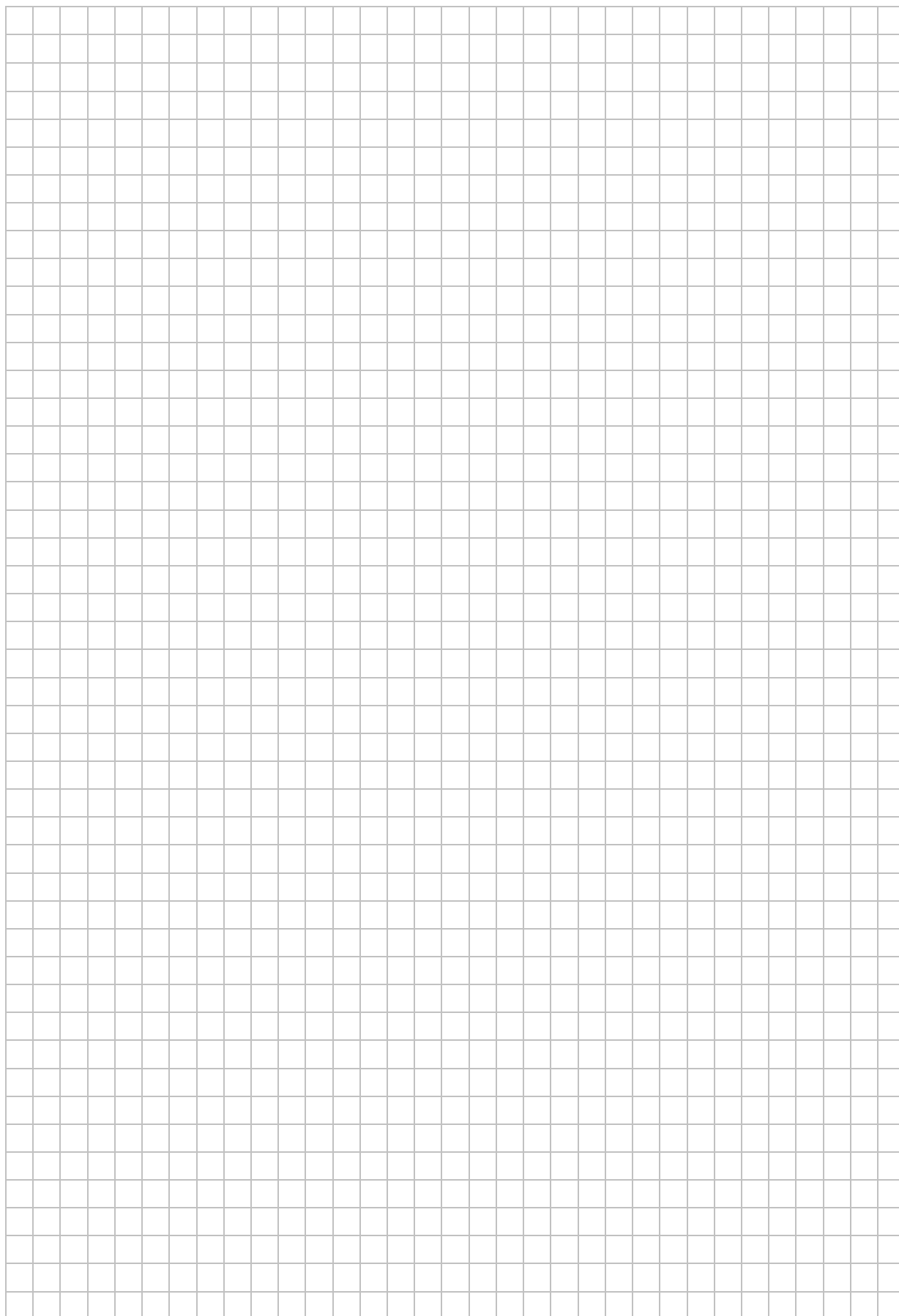
Ile jest liczb naturalnych siedmiocyfrowych, w których każde trzy cyfry stojące obok siebie są parami różne.





ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin 5x + 2 \sin^2 x + \sin x = 1$  w przedziale  $\langle -\pi, \pi \rangle$ .

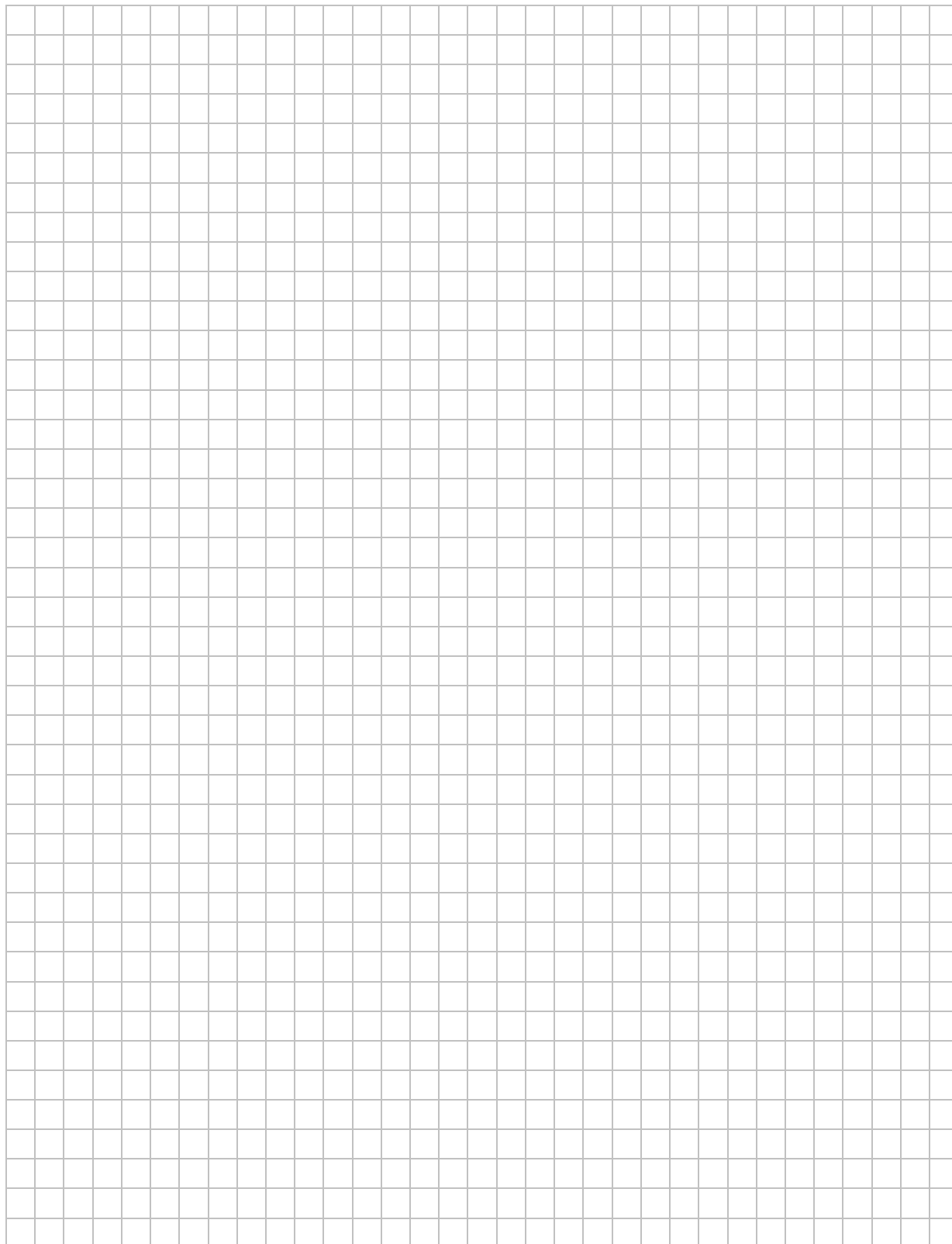


## ZADANIE 13 (4 PKT)

Wykaż, że jeżeli długości  $a, b, c$  boków trójkąta spełniają równość

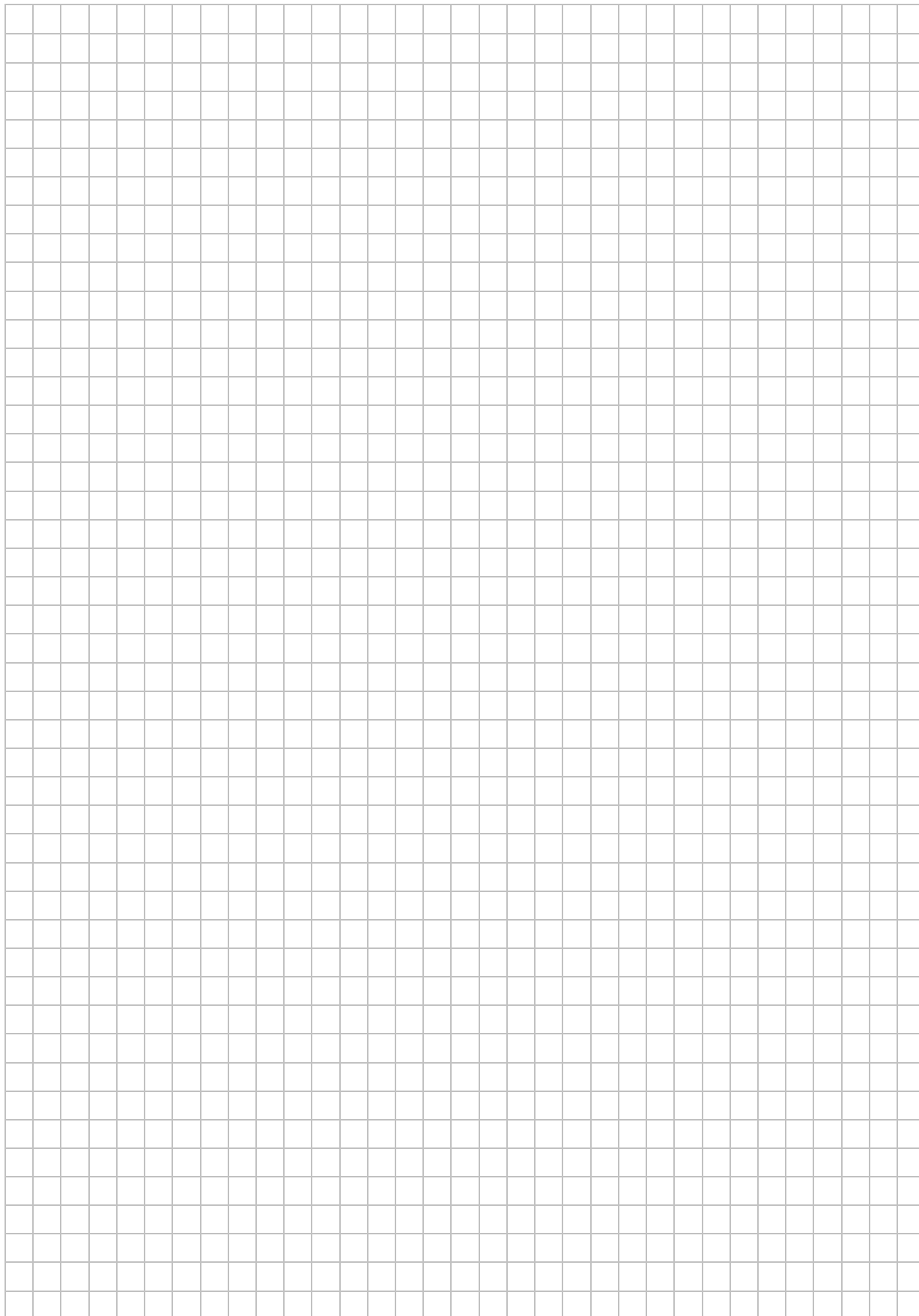
$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$$

to promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy  $\frac{b\sqrt{3}}{3}$ .



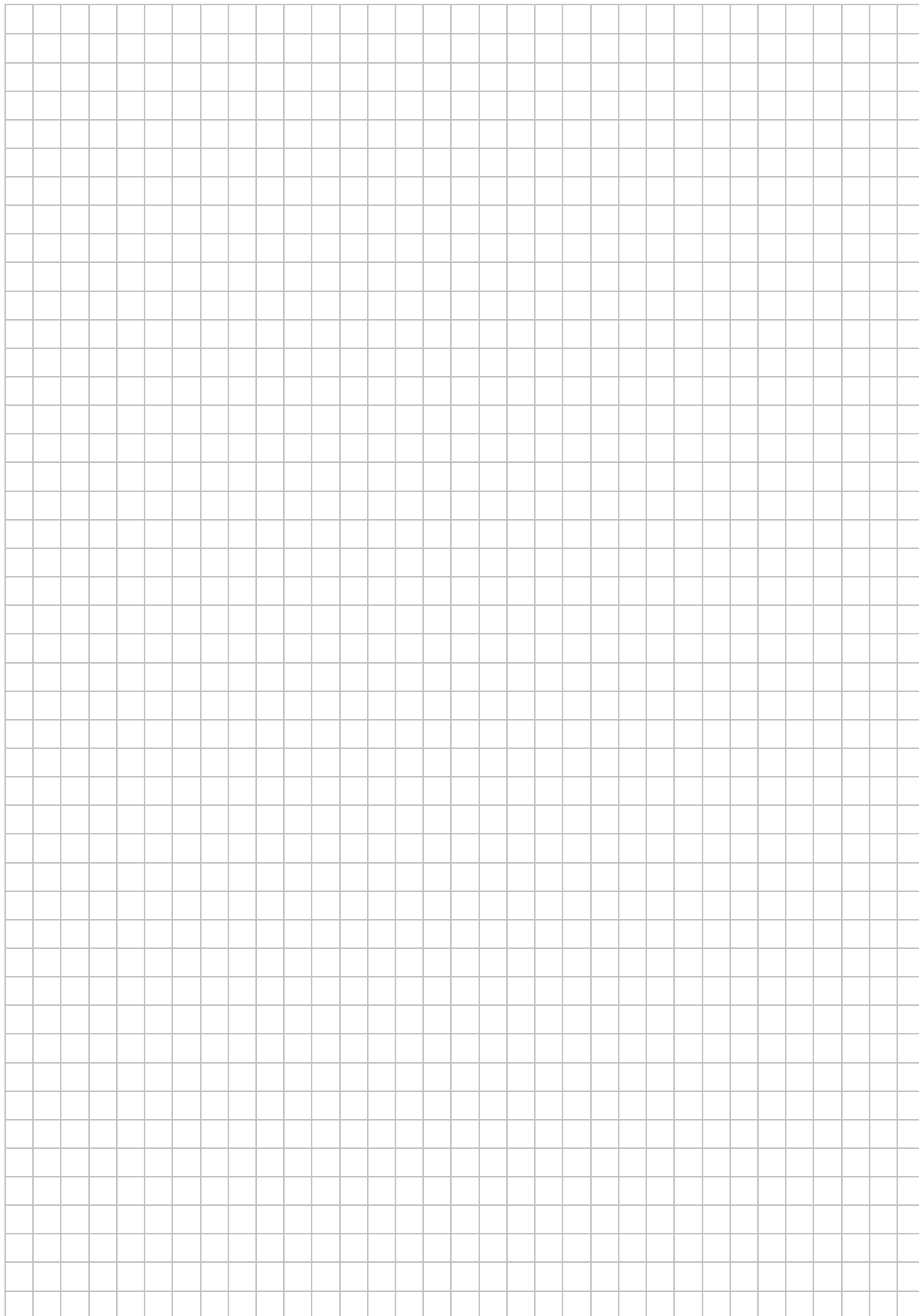
ZADANIE 14 (4 PKT)

Tworząca stożka jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha$ . Kula opisana na tym stożku ma promień  $R$ . Oblicz objętość tego stożka.



ZADANIE 15 (6 PKT)

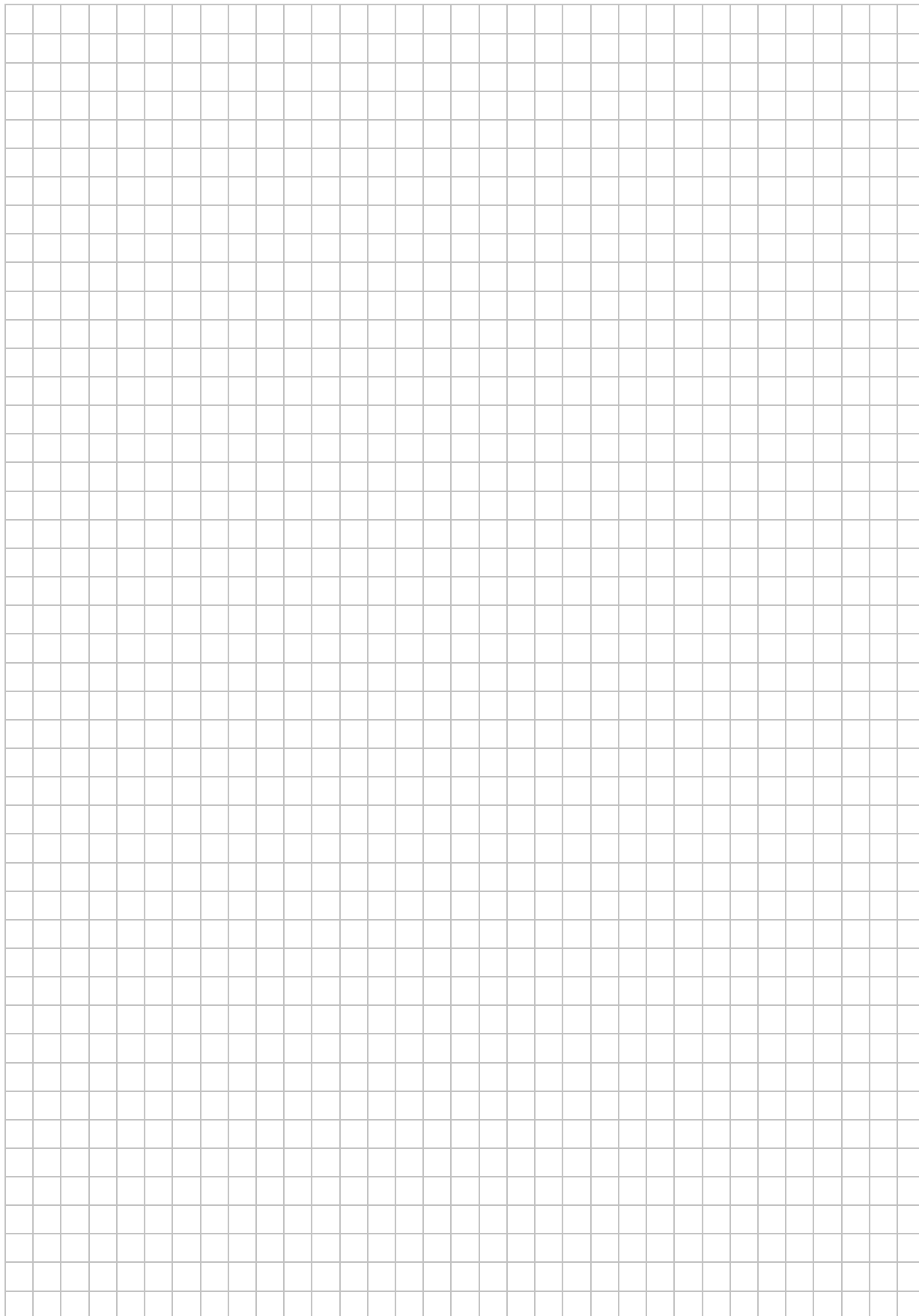
Ciąg  $(a, b, c)$  jest geometryczny, a ciągi  $(a + 1, b - 3, \frac{1}{3}c + 7)$  i  $(3a - 1, 2b - 2, c - 3)$  są arytmetyczne. Oblicz  $a, b, c$ .

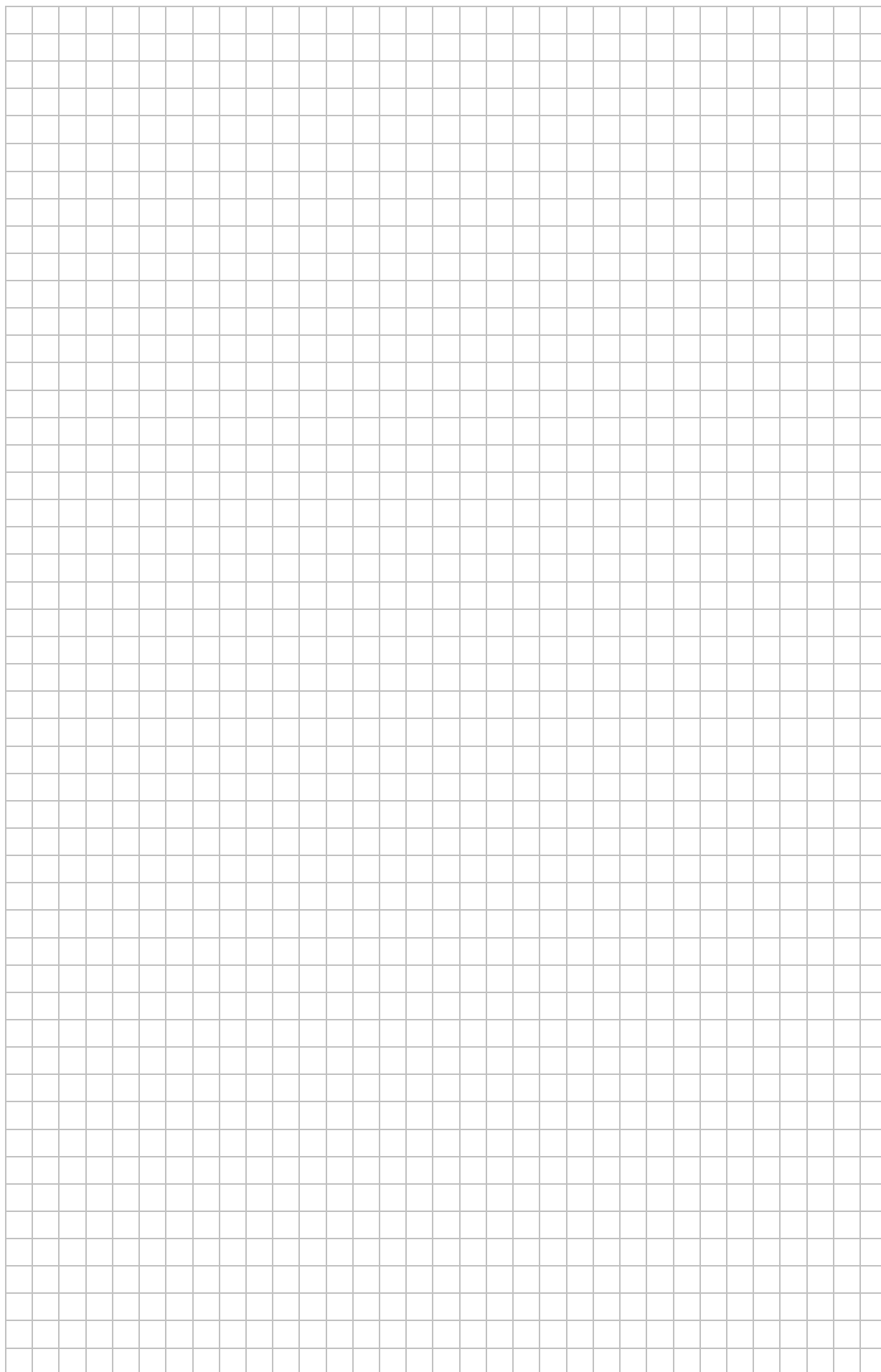




ZADANIE 16 (5 PKT)

Punkt  $A = (9, 1)$  jest wierzchołkiem rombu  $ABCD$  o polu 60. Przekątna  $BD$  zawiera się w prostej  $l$  o równaniu  $2x - y - 7 = 0$ . Wyznacz równanie okręgu wpisanego w ten romb.





## ZADANIE 17 (7 PKT)

Koszt godziny pływania pewnego rodzaju łodzi jest sumą kosztu stałego i kosztu zmiennego zależnego od prędkości łodzi. Wiadomo, że koszt stały jest równy 2880 zł/h, a koszt zmienny  $0,18x^3$  zł/h, gdzie  $x > 0$  oznacza prędkość łodzi (w km/h).

- Przy jakich prędkościach łodzi koszt przepłynięcia 1 km będzie mniejszy niż 306 zł?
- Przy jakiej prędkości łodzi koszt przepłynięcia 1 km będzie najmniejszy? Oblicz ten koszt.

